

Universidad CEU Cardenal Herrera

Departamento de Matemáticas, Física y Ciencias Tecnológicas



LevelSet como herramienta para el prediseño y caracterización en procesos LCM

TESIS DOCTORAL

Presentada por:

D. Víctor García Peñas

Dirigida por:

Dr. D. Fernando Sánchez López

VALENCIA
2017

VÍCTOR GARCÍA PEÑAS

LEVELSET COMO HERRAMIENTA PARA EL
PRELASEÑO Y CARACTERIZACIÓN EN PROCESOS
LCM

LEVELSET COMO HERRAMIENTA PARA EL PREDISEÑO Y CARACTERIZACIÓN EN PROCESOS LCM

VÍCTOR GARCÍA PEÑAS



LevelSet como herramienta para el prediseño y caracterización en procesos LCM

Enero 2017 – version 0.1

A Tere y Jaume.

RESUMEN

En los procesos *Liquid Composite Molding* (LCM), la progresión de la forma del frente de flujo está condicionada principalmente por: la disposición inicial en las ubicaciones de las líneas de inyección y venteo, y las propiedades materiales; como permeabilidad y viscosidad. Por lo tanto, el diseño de esta disposición y características del medio material son claves en la consecución adecuada de estos procesos industriales de fabricación.

En la actualidad, estos condicionantes son solucionados mediante técnicas ensayo-error, acompañadas de simulaciones físicas convencionales. Estas soluciones hacen que el prediseño y modelado del comportamiento del flujo sea una tarea complicada y costosa, desde el punto de vista computacional y económico.

El objetivo principal de esta tesis es desarrollar herramientas computacionales rápidas (no necesariamente físicas) para utilizar en la etapa de pre-diseño y sobre el control activo en tiempo real.

Tal y como indicábamos, la simulación en procesos LCM es muy cara computacionalmente hablando debido a la necesidad solucionar de forma precisa las ecuaciones del flujo durante el proceso de llenado. Estas simulaciones físicas, emplean largos tiempos de computación y por lo tanto, no compatibles con técnicas estándar de optimización (por ejemplo para localizar óptimamente los puntos de inyección) o con procesos de control activo con requerimientos de respuesta rápida.

La propuesta presentada en esta tesis, incorpora Level Set, como herramienta matemática versátil, con una implementación numérica capaz de trabajar con tiempos de computo bajo y de reproducir la evolución de interfases o frentes de avance de flujo de resina.

El primer trabajo de esta investigación para la integración de Level Set en procesos LCM fue presentado en el congreso *European Scientific Association For Material Forming* (ESAFORM 2014), referencia [45]. En este trabajo, realizamos la primera aproximación a la integración de estos métodos. Fueron exploradas comparativas entre simulaciones físicas de los procesos con FEM/CV y las predicciones realizadas mediante Level Set. Iniciamos así las vías de investigación posteriormente desarrolladas. En primer lugar fueron exploradas, como ya hemos indicado, diferentes opciones para representar la evolución de interfases mediante Level Set; seleccionando inicialmente para representar la evolución de la interfase o frente, la curvatura del mismo. Iniciamos igualmente, la vía de monitorización del proceso con *Artificial Vision* (AV) obteniendo una descripción cualitativa de las características del medio material. Las conclusiones resultaron altamente positivas y

novedosas, con lo cual intensificamos las líneas de trabajo propuestas entorno a la posibilidad de utilizar indicadores y puntos de partida basados ahora en Level Set.

Conocida la dependencia de las etapas de llenado y curado de variables como: la localización de inyectores y venteo, la distribución de temperatura, el caudal, presión de inyección, etc. Nuestro reto para la obtención de piezas con alta calidad consiste en predecir adecuadamente el patrón de flujo, utilizando simulación en el procesado del diseño óptimo. Con la predicción, los procesos LCM pueden ser optimizados localizando adecuadamente las entradas y venteos para prevenir el problema de aparición de áreas secas en la pieza final. Todo esto impone la orientación del flujo hacia el venteo. De esta forma evitamos encuentros de flujo y conseguimos un patrón de flujo deseable con el que alcanzar el venteo uniformemente.

Tal como se presentó en [26, 27] la evolución de los frentes puede relacionarse con la distancia recorrida desde la zona de interés (por ejemplo desde la línea de inyección o el venteo). Presentamos una técnica numérica basada en Level Set como enlace computacional de respuesta rápida con las características geométricas de cada pieza.

Estas consideraciones puramente geométricas fueron utilizadas como simplificación para dar solución al pre-diseño de canales de inyección sobre estos procesos industriales. En la referencia [27] de *Composites: Part A* (2015), se expone el uso de la técnica para procesos *Resin Infusion (RI)*. Estos procesos trabajan piezas de gran tamaño, con uno de sus moldes flexible o semiflexible con lo cual el proceso de impregnación no puede acelerarse con un incremento en la presión, la única opción pasa por incrementar los puntos de inyección de la pieza y su localización óptima.

El objetivo de la investigación fue por tanto, desarrollar una herramienta rápida (no necesariamente física) para la etapa de pre-diseño con la función de ayudar a los diseñadores con una primera distribución de canales de inyección y venteo. Este pre-diseño es validado, en una etapa final, por una simulación física o prueba en laboratorio, pero puede ser considerado como un aceptable punto de entrada para el proceso de diseño.

Puesto que el trabajo de integración de la herramienta Level Set en el pre-diseño fue basado enteramente en asunciones geométricas, inicialmente consideramos permeabilidad isotrópica, como característica material del para el medio poroso. Bajo estas hipótesis, y asumiendo el venteo emplazado en el contorno de la pieza, el *campo de distancias* desde este contorno proporciona una información muy útil para establecer los canales de inyección. El trabajo fue inspirado en los conceptos de medial axis y definió indicadores geométricos como el *campo de distancia* y el *edge pattern*, accesibles computacionalmente y por tanto útiles para establecer criterios de optimización en la elección inicial de canales de inyección.

Fruto de la intensificación en la línea de incorporar la caracterización del medio material, se presentó en el congreso *International Conference on Composite Materials* (ICCM 2015), referencia [26], la permeabilidad anisótropa para el esquema numérico propuesto basado en Level Set.

Constatadas las habilidades del método propuesto para el pre-diseño pasamos a explorar posibilidades entorno a la monitorización del proceso en tiempo real. La referencia [48], presentada en la *International Conference on Composite Materials* (ICCM 2015) muestra un ejemplo de las mismas en la detección de efectos de las características del medio material sobre la dinámica del flujo durante el llenado. En esta investigación se desarrolló un marco computacional válido para integrar técnicas basadas en *Artificial Vision* (AV) para estimar los efectos producidos por una superficie de *coating* con diferentes grados de curado, en el avance del flujo. El procedimiento iterativo permite estimar los parámetros locales del material al comparar la información experimental con la simulación numérica durante la evolución del frente de avance de la resina.

Siguiendo con la relación entre parámetros materiales y la evolución o predicción futura del frente se presentó en la referencia [61] para el congreso *Mathematical Modelling in Engineering & Human Behaviour* (MME&HB 2016), una extensión del método numérico. Con esta permitimos implícitamente circunscribir el comportamiento dinámico del frente de flujo durante el llenado teniendo en cuenta la incertidumbre en los parámetros característicos del medio material.

De esta forma, aproximamos la evolución del frente, con la propuesta Level Set, ahora con un intervalo de confianza. Esta incertidumbre en el frente es computada mediante un adecuado modelado de la velocidad, proporcionando así una posición del frente con un margen de error acotado. Evitamos entonces el uso múltiples simulaciones con velocidades diferentes, quedando sustituidas por una única evolución Level Set con el frente promedio acotado por su límite avanzado y retrasado.

Las técnicas expuestas anteriormente estaban basadas únicamente en consideraciones geométricas, utilizan una definición de velocidad constante en la evolución Level Set, para definir así una pseudo distancia. Esta consideración, reproduce la evolución de la interfase o frente de una forma óptica. La evolución del frente depende únicamente de las características locales del medio material (índice de refracción), pero no del camino recorrido. La investigación continúa actualmente con una referencia pendiente de publicación para la cual introducimos, junto con las características puramente geométricas, también las características del medio material (permeabilidad, viscosidad y porosidad). En este algoritmo se propone una primera evolución Level Set que computa el mapa de velocidades acumulando los efectos del medio material durante su recorrido. De esta forma,

tomando esta información como nueva velocidad, en una segunda evolución, encontramos la nueva posición del frente, reproduciendo el comportamiento físico del fluido. Se demostrará, para el caso simple 1D, como invirtiendo el flujo para establecer cual sería el punto óptimo para la inyección, el proceso queda reducido a una única evolución.

Con esta última aportación estamos en disposición de establecer un marco adecuado para la incorporación del método matemático Level Set sobre procesos LCM; válido para aplicaciones de pre-diseño, monitorización y caracterización de los mismos.

ABSTRACT

In the LCM process, the progression of the flow front shape is conditioned primarily by the initial arrangement of the injection line, venting and material properties such as permeability and viscosity. Therefore, the design of this arrangement and characteristics of the material medium are key in the adequate achievement of these manufacturing processes.

At present, these conditions are solved by error test techniques, accompanied by conventional physical simulations. These solutions make the predesignation and modeling of flow behavior a complicated and costly task, from the computational and economic point of view.

The main objective of this thesis is to develop fast (not necessarily physical) tools to use in the pre-design stage and on the active control in real time.

As we indicated, the simulation in processes LCM is very expensive computationally speaking due to the necessity to solve accurately the equations of the flow during the process of filling. These physical simulations use long computing times and are therefore not compatible with standard optimization techniques (eg to optimally locate injection points) or active control processes with fast response requirements.

The proposal presented in this work incorporates Level Set, as a versatile mathematical tool, with a numerical implementation capable of working with low computation times and of reproducing the evolution of interfaces or fronts of resin flow advance.

The first work of our research group for the integration of Level Set in processes LCM was presented at the conference *Material Forming* (ESAFORM 2014), reference [45]. In this work, we make the first approximation to the integration of these methods. We compared the physical simulations of the processes with FEM/CV and the predictions made by Level Set. We thus began the research routes developed later. In the first place, we have explored, as already indicated, different options to represent the evolution of interfaces through Level Set; Selecting initially to represent the evolution of the interface or front, the curvature. We also started the process monitoring path with AV obtaining a qualitative description of the characteristics of the material medium. The conclusions were highly positive and novel, thus intensifying the proposed lines of work around the possibility of using indicators and benchmarks based on Level Set.

The dependence of the stages of filling and curing of variables such as: location of injectors and venting, temperature distribution, flow

rate, injection pressure, etc. is known. Our challenge for obtaining high quality parts consists of; To predict the flow pattern adequately, using simulation in the optimum design process. With the prediction, the processes LCM can be optimized by properly locating the inlets and vents to prevent the problem of appearance of dry areas in the final piece. All this imposes the orientation of the flow, so that it must be oriented towards the vent. In this way we avoid encounters of flow and we obtain a desirable flow pattern with which to achieve the venting uniformly.

As we presented in [26, 27] the evolution of the fronts can be related to the distance traveled by the front. We present a numerical technique based on Level Set as a computational link, with the geometric characteristics of each part. Taking advantage of the computational advantages of Level Set methods, making this proposal a useful tool and fast response from a computational point of view.

These purely geometric considerations were used as a simplification to give solution to the pre-design of injection channels on these industrial processes. Publishing the reference [27] in *Composites: Part A* (2015), for processes *Resin Infusion (RI)*, in which the pre-design has more interest. These processes work with large pieces, with one of their flexible or semi-flexible soles, so that the impregnation process can not be accelerated with an increase in pressure. The only option is to increase the injection points of the part.

The objective of the research was to develop a rapid (not necessarily physical) tool for the pre-design stage with the function of assisting designers with a first distribution of injection and venting channels.

This pre-design is validated, in a final stage, by a physical simulation or laboratory test, but can be considered as an acceptable entry point for the design process.

Since the integration work of the Level Set tool in the pre-design was based entirely on geometric assumptions, we initially considered isotropic permeability as a material characteristic of the porous medium. Under these hypotheses, and assuming the venting located in the contour of the piece, the *distance field* from this contour provides very useful information for establishing the injection points. The work was inspired by the concepts of *medial axis*, defined geometric indicators as the *distance pattern* and the *edge pattern*, accessible computationally and therefore useful to establish criteria of optimization in the initial selection of channels of injection.

As a result of the intensification of the pre-design line of work, we presented at the *International Conference on Composite Materials (ICCM 2015)* [26], we incorporate anisotropic permeability into our numerical scheme Level Set.

We then proceeded to the path of characterization of the material medium and its relation with the advance of the front or flow, adding

anisotropic capacities to our proposal of evolution of fronts. Defining in this way pseudo distances with which to take into account these characteristics.

Knowing the skills of the proposed method for the pre-design, we explore possibilities about process monitoring. The reference [48], presented in the *International Conference on Composite Materials* (ICCM 2015) shows an example of these in the detection of effects of the characteristics of the material medium on the dynamics of the flow.

Much more, we also established with this tool the principles of a valid computer framework to develop monitoring techniques based on artificial vision.

The processing of the advance of the flow through Level Set allows us, the monitoring of the movement of the front dynamically, during the process of filling and establishment of geometric references thus resulting in a robust processing.

The characterization and measurement of permeability and the kinematics of curing is one of the key points in processes LCM. It allows the prediction of the behavior of the flow in porous media with numerical simulations.

From the concern to characterize the material medium there is a technique in which we combine the experimental detection by AV with a numerical prediction scheme based on Level Set to get an estimate of the effects produced by a surface of *coating* with different degrees of curing, in the flow advance, during filling under controlled conditions. These effects were monitored and interpreted from the computer system.

The procedure computes the local parameters of the material and its forecasts, thus contrasting the numerical forecast with the experimental data. The method iterates the value of the material parameter in the simulation until it coincides with the experimental measurement of the evolution of the front.

Following the relationship between material parameters and the future evolution or prediction of the front we present in the reference [61] for the congress *Mathematical Modeling in Engineering & Human Behavior* (MME&HB 2016) An extension of the numerical method. With this we implicitly allow to circumscribe the dynamic behavior of the flow front during filling taking into account the uncertainty in the characteristic parameters of the material medium.

In this way, we approximate the evolution of the front, with the proposal Level Set, now with a confidence interval. This uncertainty in the front is computed by means of an adequate modeling of the speed, thus providing confidence interval in the front position. We then avoided the use of a Monte Carlo method to simulate a stochastic position of the flow front. With a single evolution Level Set we establish: the average front, its advanced and delayed.

Finally we recovered the research about the adjustment of the solutions to the mechanics of fluids, own porous media to give an efficient and light answer to the problems raised in industrial processes.

The techniques discussed above were based only on geometric considerations, use a constant velocity definition in Level Set evolution, to define a pseudo distance. This consideration reproduces the evolution of the interface or front of an optical form. The evolution of the front depends only on the local characteristics of the material medium (refractive index), but not on the path traveled.

The research continues today with a pending reference of publication for which we introduce together with the purely geometrical characteristics, also the characteristics of the material medium. We therefore incorporate physical considerations into the purely geometric ones to enrich the *distance field*. We are therefore the body of a tool Numerical model to propose rapid strategies for the pre-design of distribution channels. The numerical scheme used thus shows its capabilities to model the evolution of fronts in processes [LCM](#).

The new proposal uses a first evolution Level Set to infer the velocity map with the accumulation of the effects of the material medium, during its travel. In this way, taking this velocity in a second evolution, we find the position of the front, now reproducing a behavior as fluid, with which the position of the front depends on the path traveled.

We will show, for the simple case 1D, how to reverse the flow to establish what would be the optimum point for the injection, the process is reduced to a single evolution.

With this last contribution we are in a position to establish an adequate framework for the incorporation of the mathematical method Level Set on processes [LCM](#); valid for applications of pre-design, monitoring and characterization of the same.

PUBLICACIONES

Algunas ideas y figuras han aparecido anteriormente en las siguientes publicaciones propias:

- [45] Fernando Sánchez, Luis Domenech, Victor Garcia, Nicolas Montes, Antonio Falco, Elias Cueto y Francisco Chinesta. «A computational approach based on flow front shape dynamic behavior for the process characterization during filling in Liquid Resin Infusion». En: *Key Engineering Materials*. Vol. 611. Trans Tech Publ. 2014, págs. 265-272
- [27] F.Sánchez, L.Domenech, V.García, N.Montés, A.Falcó, E.Cueto, F.Chinesta y P.Fideu. «Fast and reliable gate arrangement pre-design of resin infusion processes». En: *Composites Part A Applied Science and Manufacturing* 77 (2015), págs. 285-292. DOI: [10.1016/j.compositesa.2015.04.018](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2015.04.018)
- [26] L.Domenech, F.Sánchez, V.García, E.Cortés, E.Cueto y F.Chinesta. «a Fast Marching-Level Sets Approach for the Distance Field Computation and Its Application in Liquid Composite Molding Process Performance Indicators». En: *20th International Conference on Composite Materials*. July. 2015
- [24] Luís Domenech, Antonio Falcó, Victor García y Fernando Sánchez. «Towards a 2.5D geometric model in mould filling simulation». En: *Journal of Computational and Applied Mathematics* 0 (2015), págs. 1-17. ISSN: 0377-0427. DOI: [10.1016/j.cam.2015.02.043](https://doi.org/10.1016/j.cam.2015.02.043)
- [48] V.García, E.Cortés, L.Domenech, F.Sánchez y F.Chinesta. «Effect of surface coating on the characterization of the process dynamical behaviour during mold filling in liquid resin infusion». En: *20th International Conference on Composite Materials*. July. 2015
- [61] Víctor Garcia-Penyas, Luis Domenech, Fernando Sanchez y Antonio Falcó. «Stochastic Fast Marching Method for Resin Infusion Flow Front Propagation». En: *Mathematical Modelling in Engineering & Human Behaviour*. 2016
- [62] V.Garcia-Penyas, L.Doménech y F.Sánchez. «A Level Set Approach for Performance Indicators Based on Corrected Distance Field Computation and Its Application in Liquid Composite Molding Process». En: *Unpublished* ()

*Las matemáticas son uno de los descubrimientos de la humanidad.
Por lo tanto no pueden ser más complicadas
de lo que los hombres son capaces de comprender.*

— Richard Phillips Feynman

AGRADECIMIENTOS

Muchas gracias a todo el mundo, muchos de vosotros, conscientemente otros inconscientemente, me habéis ayudado en este largo proceso. Paso a resumir alguno de los conscientes.

Tratando de ordenar por criterio de consciencia, debería agradecer inicialmente a mi director de tesis Fernando por toda su ayuda, comprensión y empuje. En segundo lugar a Luis por apuntalar conocimiento y prestar ayuda siempre que la hemos necesitado.

Dejo el criterio de orden, puesto me está pareciendo algo deshonesto, y sobre todo un ejercicio difícil. Así que agradecer también al resto de compañeros del departamento Jordi, Antonio que junto a Luis y Jose Vicente, el grupo de arqueros, simplemente . . . *habría pagado*.

Como no, agradecer el esfuerzo y comprensión de toda mi familia; mis padres Esteban y Maribel, a mi mujer e hijo Tere y Jaume por perdonar siempre, comprender y respaldar la dedicación necesaria para abordar este trabajo. De vuelta a la *Escuela*, agradecer también al resto de compañeros del departamento: Alberto, Javi, David, Falcó, Natxo y Nico también aportáis vuestro granito de arena.

Gracias también a Isabel, Victoria, Nieves y Sara por cubrirme en esta etapa de duro trabajo. Bueno en definitiva gracias a todos los compañeros y compañeras.

No puedo finalizar los agradecimientos sin olvidar a Pepe;

por fin voy a hablar de mi libro . . .

ÍNDICE GENERAL

1	INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES	1
1.1	Procesos Liquid Composite Molding (LCM)	1
1.2	Método Level Set	5
2	METODOLOGÍA Y OBJETIVOS	9
2.1	Metodología	9
2.2	Objetivos	11
3	MODELADO MATEMÁTICO MEDIANTE LEVEL SET DE LA PROPAGACIÓN DE INTERFASES	13
3.1	Introducción	13
3.2	Formulación de la propagación de interfases	13
3.2.1	Condición de frontera	15
3.2.2	Valor inicial	15
3.3	Modelado numérico	19
3.3.1	Aproximaciones para derivadas espaciales, gradiente	19
3.3.2	Aproximación para la derivada temporal	25
3.3.3	Indicadores puramente geométricos para procesos LCM	26
3.3.4	Extensión de indicadores incorporando características del medio material	27
4	PROPUESTA DE APLICACIONES DE LEVEL SET EN PROCESOS LCM	33
4.1	Metodología de diseño de canales de inyección en moldes de infusión de resina	34
4.1.1	Introducción	34
4.1.2	Objetivo y problemática	37
4.1.3	Computación del campo de distancias	38
4.1.4	Edge Pattern	40
4.1.5	Aplicación	40
4.1.6	Conclusiones	49
4.2	Marco computacional para la caracterización del medio material mediante Level Set y AV	52
4.2.1	Introducción	52
4.2.2	Modelo geométrico basado en Level Set	53
4.2.3	Level Set como marco computacional para procesos LCM	60
4.2.4	Conclusiones	63
4.3	Efecto superficial del <i>gel-coat</i> sobre la caracterización del comportamiento dinámico del proceso durante el llenado de moldes en infusión de resina líquida	64
4.3.1	Introducción	64

4.3.2	Técnica numérico – experimental <i>Mixed Numerical Experimental Technique (MNET)</i> basada en AV para la caracterización durante el llenado	65
4.3.3	Estimación de las propiedades de los materiales	69
4.3.4	Resultados experimentales	70
4.3.5	Conclusiones	73
4.4	Posición del frente de propagación y margen de error debido al carácter estocástico en la estimación de las propiedades materiales	75
4.4.1	Introducción	75
4.4.2	Modelado numérico	77
4.4.3	Validación de la propuesta	81
4.4.4	Relación con el proceso de infusión de resina	83
4.4.5	Conclusiones	85
4.5	Incorporación de las características del medio material en el modelado del flujo mediante Level Set	86
4.5.1	Introducción	86
4.5.2	Validación de la propuesta	86
4.5.3	Determinación del punto de inyección óptimo	90
4.5.4	Hacia la generalización en 2D	94
4.5.5	Conclusiones	95
5	CONCLUSIONES	97
	BIBLIOGRAFÍA	99

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Imagen de procesos <i>Vacuum Assisted Resin Infusion (VARI)</i> en laboratorio	1
Figura 2	Evolución de los materiales <i>Fibre-Reinforced Polymer (FRP)</i> en sector el sector aeronáutico [2]	2
Figura 3	Esquema descriptivo del proceso <i>Resin Transfer Molding (RTM)</i> [5]	3
Figura 4	Ilustración descriptiva de los elementos utilizados y su ubicación en procesos <i>Resin infusion under flexible tooling (RIFT)</i> , [5]	4
Figura 5	Caso unidimensional explicativo. Los puntos representan la interfase, mediante la función con signo $\phi(x)$, su evolución Level Set describe el movimiento de la misma, [19]	6
Figura 6	Esquema explicativo Level Set como <i>condición de frontera</i>	15
Figura 7	Descripción del método Fast Marching. Movimiento del frente como problema de <i>condición de frontera</i> . Extraído de [16]	16
Figura 8	Movimiento del frente Level Set, <i>valor inicial</i> , extraído de [16]	17
Figura 9	Superficie Level Set ϕ , evolución de la interfase y cambio en su topología, extraído de [16]	18
Figura 10	Aproximación en diferencias finitas	20
Figura 11	Elemento triangular de un mallado <i>no estructurado</i> . Vectores directores \mathbf{u}_1 y \mathbf{u}_2 de la cara del elemento.	21
Figura 12	Función Level Set ϕ_0 , <i>valor inicial</i> , definida como punto de partida de la evolución de la interfase. La interfase escogida en esta representación responde a la curva $x^2 + y^2 = 1$.	26
Figura 13	Resistencia equivalente, obtenida de una primera evolución Level Set utilizando como velocidad $v = k$ tal para una pieza rectangular, iniciando la evolución desde la izquierda $x = -0.5$ m	30
Figura 14	Permeabilidad equivalente acumulada. Computada como inversa de la resistencia equivalente del paso anterior figura 13	31
Figura 15	Tiempos de llegada aproximados a cada nodo, computados con la segunda evolución Level Set.	32

Figura 16	Ejemplo real del proceso <i>Resin Infusion</i> (RI) donde podemos identificar los canales de inyección y otros elementos necesarios para conformar la pieza final. 34
Figura 17	Gráfico explicativo para la obtención del <i>main branch</i> (canal principal) 36
Figura 18	Gráfico explicativo para la obtención de los <i>secondary branch</i> (canales secundarios) 37
Figura 19	<i>Función distancia</i> $T(x)$ 39
Figura 20	Función $\Lambda(x)$ <i>edge pattern</i> 40
Figura 21	Geometría ejemplo con diferentes textiles 42
Figura 22	<i>Función distancia</i> o <i>campo de distancias</i> 42
Figura 23	Representación en tres dimensiones de la <i>función distancia</i> $T(x)$. 43
Figura 24	Función <i>edge pattern</i> $\Lambda(x)$ 44
Figura 25	parámetro τ , corrección <i>medial axis</i> 45
Figura 26	Ejemplo de <i>main branch</i> 45
Figura 27	Regiones independientes definidas por el <i>canal principal</i> 46
Figura 28	<i>Función distancia</i> , interior exterior 46
Figura 29	Líneas de corriente del <i>campo de distancias</i> $T_2(x)$ utilizados para la generación de <i>canales secundarios</i> 47
Figura 30	Esquema preliminar del canal de distribución 47
Figura 31	Regiones definidas por el canal de distribución 48
Figura 32	<i>Función distancia</i> caso particular 48
Figura 33	Propuesta final de canales de distribución, para el caso particular. 49
Figura 34	Regiones independientes de la propuesta final al caso particular. 49
Figura 35	Campo de distancias final $T_3(x)$ computada hacia fuera desde la propuesta final de canales de distribución, podemos observar la no existencia de zonas sin impregnación y la llegada casi simultánea al venteo. 49
Figura 36	Simulación, evolución del frente 50
Figura 37	Esquema del proceso <i>Resin Infusion</i> (RI) 53
Figura 38	<i>Función distancia</i> $T(x)$; medio istropo y anisotropo 54
Figura 39	Paquete de AV para la obtención del patrón de frentes 55
Figura 40	Caracterización experimental de un textil anisotropo 56

Figura 41	Función distancia $T(x)$ hacia fuera para una pieza con permeabilidad anisótropa en una pieza rectangular, reproduciendo el resultado experimental mostrado en la figura 40	56
Figura 42	IDEA CEU car, prototipo para una competición de eficiencia energética, con estructura de FRP.	57
Figura 43	<i>Campo de distancias</i> hacia el interior (izquierda) y <i>edge pattern</i> (derecha) considerando los huecos de ventana como áreas a impregnar por la resina y venteo perimetral.	58
Figura 44	<i>Campo de distancias</i> hacia el interior (izquierda) y <i>edge pattern</i> (derecha) considerando los huecos de ventana como áreas huecos con venteo y el resto de venteo perimetral.	58
Figura 45	<i>Campo de distancias</i> hacia el interior (izquierda) y <i>edge pattern</i> (derecha) considerando los huecos de ventana como áreas a impregnar por la resina y venteo en las costillas de refuerzo más el perimetral.	58
Figura 46	<i>Campo de distancias</i> hacia el interior (izquierda) y <i>edge pattern</i> (derecha) considerando los huecos de ventana como áreas a impregnar por la resina, pero con distinta permeabilidad y venteo en las costillas de refuerzo más el perimetral.	58
Figura 47	Molde, canales de distribución y venteo para la parte superior del IDEA CEU car	59
Figura 48	Calculo del perfil de velocidades $v_n(x)$ desde la distorsión del frente cuando existen modificaciones en la permeabilidad.	60
Figura 49	Obtención del campo módulo de la velocidad v_n durante el llenado en tiempo real, resaltando durante el llenado las diferencias en permeabilidad.	61
Figura 50	Secuencia de reconocimiento de la velocidad de frente en un proceso RI	62
Figura 51	Forma de frente reconocida por AV, <i>campo de distancias hasta venteo</i> y función <i>edge pattern</i>	62
Figura 52	Localización de los encuentros de flujo durante el llenado	62
Figura 53	Algoritmo empleado para implementar la técnica <i>Mixed Numerical Experimental Technique</i> (MNET) en procesos LCM	66
Figura 54	Esquema de calculo <i>Finite Elements</i> (FE)	68
Figura 55	Detección de frentes, imagen directa y frentes consecutivos obtenidos durante el llenado.	68

Figura 56	Funciones Level Set ϕ para frentes consecutivos computadas para malla de elementos triangulares. 69
Figura 57	<i>Differential Scanning Calorimetry (DSC) coating</i> 71
Figura 58	Montaje para la estimación experimental de propiedades materiales en 1D. 72
Figura 59	Propiedades materiales resultados 72
Figura 60	Configuración experimental coatings 73
Figura 61	Frentes cosecutivos AV 73
Figura 62	Estimación del campo de velocidad 74
Figura 63	Construcción de palas para turbinas eólicas con procesos industrial RI 75
Figura 64	Proceso <i>Liquid Resin Infusion (LRI)</i> 76
Figura 65	Level Set formulación <i>valor inicial y formulación condición de contorno</i> 78
Figura 66	velocidad estocástica 79
Figura 68	Frentes para velocidad aleatoria 81
Figura 69	Distancia nodos a venteo 82
Figura 70	IDEA CEU car 83
Figura 71	Ejemplo aplicación IDEA CEU car 84
Figura 72	Ejemplo aplicación IDEA CEU car 84
Figura 73	Ejemplo aplicación IDEA CEU car 85
Figura 74	Esquema de validación 87
Figura 75	Tiempos de llegada del frente para un caso 1D con inyección desde el lado izquierdo y desde el lado derecho manteniendo la misma distribución de permeabilidades. Solución analítica con trazo continuo. 89
Figura 76	Representación temporal en caso unidireccional 90
Figura 77	Tiempos desde punto 90
Figura 78	Medios unidireccionales de ejemplo para el cálculo de punto óptimo de inyección. 91
Figura 79	Cálculo unidimensional de tiempo llegada frente 93
Figura 80	Campo de distancias corregido 96

ACRÓNIMOS

AV	<i>Artificial Vision</i> (Visión Artificial)
FE	<i>Finite Elements</i> (Elementos Finitos)
FE-CV	<i>Finite Elements-Control Volume</i> (Elementos Finitos-Volumen de Control)
FRP	<i>Fibre-Reinforced Polymer</i> (Polimero Reforzado con Fibra)(composite)
DSC	<i>Differential Scanning Calorimetry</i> (Calorimetría Diferencial de Barrido)
ENO	<i>Essentially Non-Oscillatory</i> (Esencialmente no-Oscilatorio)
LCM	<i>Liquid Composite Molding</i> (Moldeo Líquido)
LRI	<i>Liquid Resin Infusion</i> (Infusión de Resina Líquida)
MNET	<i>Mixed Numerical Experimental Technique</i> (Técnica Numérico-experimental)
PGD	<i>Proper Generalized Decomposition</i> (Descomposición Propia Generalizada)
PPI	<i>Process Performance Index</i> (Índices de Desempeño del Proceso)
RI	<i>Resin Infusion</i> (Infusión con Resina)
RIFT	<i>Resin infusion under flexible tooling</i> (Infusión de Resina por Estampación Flexible)
RIDFT	<i>Resin Infusion between Double Flexible Tooling</i> (Infusión de Resina por Doble Estampación Flexible)
RTM	<i>Resin Transfer Molding</i> (Moldeo por Transferencia en Resinas)
RTML	<i>Resin Transfer Molding Light</i> (Moldeo Ligero por Transferencia en Resinas)
VARI	<i>Vacuum Assisted Resin Infusion</i> (Infusión con Resina Asistida por Vacío)
VARTM	<i>Vacuum Resin Transfer Molding</i> (Moldeo por Transferencia en Resinas Asistido por Vacío)

INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

1.1 PROCESOS LIQUID COMPOSITE MOLDING (LCM)



Figura 1: Fabricación de palas de aerogeneradores por *Vacuum Assisted Resin Infusion* (VARI) (izquierda) proceso en industria, (derecha) reproducción de las condiciones en laboratorio

Las técnicas en *Liquid Composite Molding* (LCM) más comúnmente referidas en la literatura son *Resin Transfer Molding* (RTM), *Liquid Resin Infusion* (LRI), *Resin Infusion* (RI) o *Vacuum Assisted Resin Infusion* (VARI), *Vacuum Resin Transfer Molding* (VARTM) [1]. Estos procesos son comúnmente utilizados en diferentes sectores tales como: aeronáutica (figura 2), automoción, deportes de agua, botes marinos, ingeniería civil y energía eólica.

El producto final conseguido mediante estas técnicas, *Fibre-Reinforced Polymer* (FRP) o *composite*, muestra numerosas ventajas en cuanto; ahorros en peso, corrosión, resistencia y buena integración funcional [2-4]. Estas buenas características finales y su evolución hacen de estas tecnologías un sector en pleno desarrollo científico.

Las técnicas básicamente consisten en posicionar *preformas* compuestas por fibra de: vidrio, carbono o aramida dentro de la cavidad conformada como molde. Le sigue una etapa de sellado y presurizado de la cavidad para asegurar la entrada al molde de la resina líquida. Esta se introduce por los canales de inyección desplazando y por tanto sustituyendo el aire de la *preforma*, evacuado por los canales de venteo dispuestos para tal efecto. Finalmente en la etapa de curado, la resina endurece y el material compuesto está preparado para extraerlo del molde. La figura 3, muestra un ejemplo de un proceso *Resin Transfer Molding* (RTM).

Sobre este proceso básico expuesto encontramos variantes, evoluciones y mejoras, normalmente propuestas en base a criterios indus-

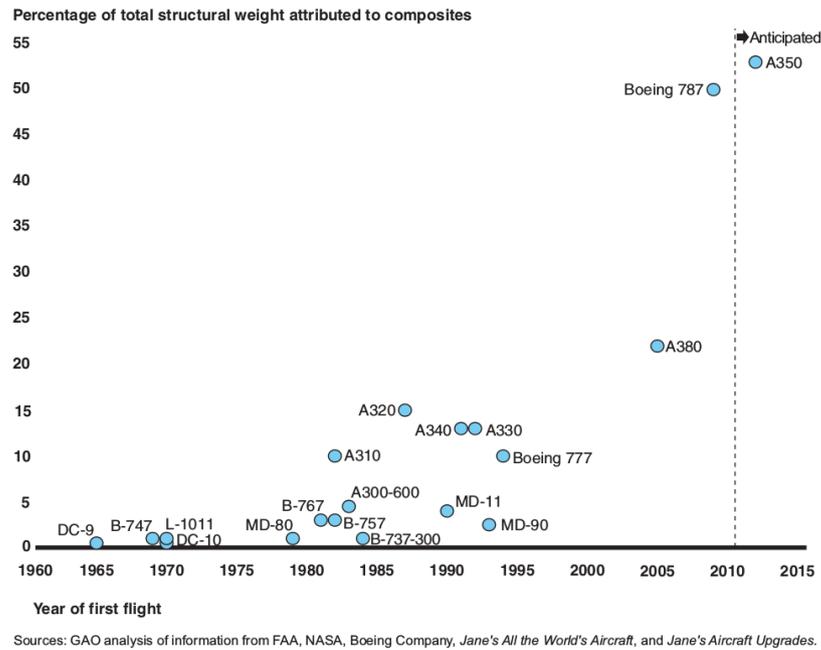


Figura 2: Evolución de los materiales FRP en sector aeronáutico [2]

triales de fabricación; ciclos de fabricación, tamaño de las piezas producto final, como ejemplo.

La propuesta que mejor encaja sobre la definición básica, expuesta anteriormente, es el proceso *Resin Transfer Molding (RTM)*, mostrado en la figura 3. El molde está compuesto por dos piezas rígidas, molde – contramolde. Este proceso contempla como ventaja, producir piezas con acabado superficial completo. Por contra, presenta un ciclo de fabricación largo y complicaciones para trabajar con piezas de tamaño grande, entendiendo por grande aquellas para las que necesitamos ayuda mecánica en el movimiento de molde y contramolde.

El proceso *RTM* presenta también la ventaja de soportar presiones de trabajo altas en aras de conseguir ciclos de llenado más rápidos pero; molde y contramolde deben de presentar buenas propiedades mecánicas para soportar estas altas presiones.

En el moldeo mediante el proceso *Resin Transfer Molding Light (RTML)*, uno de los moldes es semirrígido y se fabrica típicamente como un laminado monolítico fino [6]. *RTML* es considerablemente más barato con respecto a *RTM* pero todavía requiere de series de producción bastante grandes para competir en costes económicos con otras opciones presentadas a continuación. Obviamente, una ventaja con *RTM* y *RTML* es la obtención de un buen acabado superficial en ambos lados del producto.

Otras técnicas como *Resin infusion under flexible tooling (RIFT)* o comúnmente, *Resin Infusion (RI)*, sustituyen el semimolde rígido por una delgada bolsa encargada de la compactación y sellado sobre un úni-

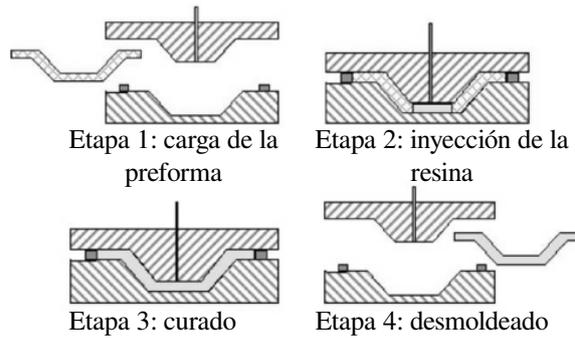


Figura 3: Esquema descriptivo del proceso RTM [5]

co molde. Para estas técnicas, la entrada de resina en el molde esta ayudada por una bomba de vacío, conectada a la línea de venteo. De esta forma la resina es absorbida del deposito y conducida mediante los canales de distribución al interior de la *preforma*, asegurando la correcta salida de pequeñas burbujas que puedan producirse en la etapa de impregnado.

Este proceso presenta como ventajas en la producción industrial su reducido coste, la opción de acometer piezas de gran tamaño sin necesidad de desplazar el contramolde para el desmoldeo. Por contra, estos procesos asistidos por vacío, presentan la desventaja de no poder utilizar un incremento en la presión para disminuir los tiempos de la etapa de inyección de resina o impregnación. Para paliar estos inconvenientes y dado el gran tamaño de las piezas finales, es imprescindible establecer largos canales de inyección adecuadamente posicionados. La estrategia para posicionar estos canales es clave entonces para estos procesos.

La continua actualización tecnológica a la que están sometidos estos procesos puede contrastarse con ejemplos como una nueva modificación propuesta por, [5] introduciendo una nueva técnica *Resin Infusion between Double Flexible Tooling (RIDFT)*.

Concretando la problemática estudiada entorno a estos procesos podríamos resumirla en; realizar una adecuada predicción sobre el movimiento del flujo de resina en su proceso de impregnación. El problema propuesto entonces pasa por modelar el avance del flujo atendiendo a criterios: de acabado final y tiempos de proceso. En cuanto al acabado final es imprescindible que la pieza quede perfectamente impregnada y con el mínimo de defectos. Por otro lado es posible minimizar los tiempos de llenado estableciendo adecuadamente los canales de inyección y venteo.

Para procesos con presión positiva de inyección, los basados en RTM, un aumento de la presión de inyección resulta suficiente para mejorar los tiempos en la etapa de impregnado, pero este incremento redundaría en incrementar los refuerzos mecánicos del molde.

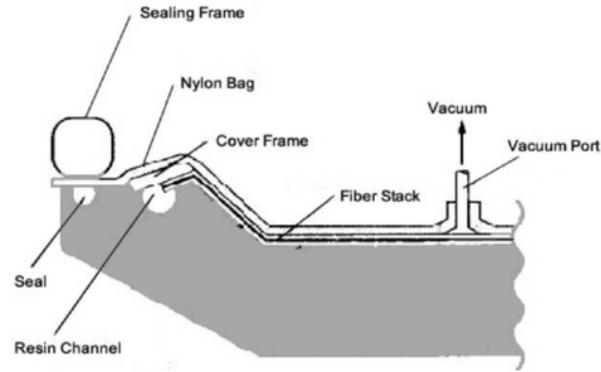


Figura 4: Ilustración descriptiva de los elementos utilizados y su ubicación en procesos RIFT, [5]

Para los procesos asistidos por vacío, tipo RI, la única opción, para mejorar tiempos, pasa por incrementar los canales de inyección. Esta opción sería también válida para el caso anterior, sin necesidad entonces de incrementar los refuerzos mecánicos.

Por lo tanto resulta imprescindible establecer la ubicación de los canales de distribución de la resina líquida. La adecuada elección de estos determina el cumplimiento de los objetivos de fabricación planteados.

Es habitual establecer canales de inyección independientes atendiendo a estrategias secuenciales, de esta forma el control del flujo pasa a realizarse de forma activa desde el exterior del proceso. Estas técnicas requieren monitorización y control del proceso para la apertura de canales.

La necesidad de establecer un adecuado conocimiento del comportamiento del flujo y condiciones para el diseño de los canales de distribución, está reflejada en la literatura con diferentes metodologías, [7, 8]: unas basadas en la simulación propiamente dicha; con lo cual se establecen baterías de simulaciones con distintas condiciones iniciales para dar solución a la pieza y otras metodologías trabajan desde el punto de vista geométrico para establecer inicialmente las mejores condiciones de partida y así reducir el número de simulaciones posteriores.

En este último punto encontramos estudios sobre prediseño en canales de inyección [9], que utiliza métodos basados en distancia, sobre el mallado utilizado en la descripción numérica de la superficie de la pieza, para estimar la localización de venteo en RTM.

También encontramos numerosos estudios, como por ejemplo [10], con el objetivo de estudiar las características del medio material a ser impregnado y que constituye la *preforma*. Utilizamos la ley de Darcy [11] en la modelización física de estos procesos y en ella encontramos la dependencia de las características materiales del proceso: *permeabilidad*, *viscosidad* y *compactación*. Pero estas características medidas

sobre procesos reales son cambiantes y dependientes de agentes externos al proceso. Por ejemplo el inadecuado emplazamiento de la fibra sobre el molde puede crear diferentes permeabilidades y esto ha de ser tenido en cuenta. Encontramos un ejemplo en [12], donde se incorpora un factor de corrección de la *permeabilidad* para procesos VARTM.

La aportación realizada en la presente tesis consiste en establecer una herramienta computacional para abordar estos problemas. Esta herramienta esta basada inicialmente en conceptos geométricos como el *medial axis*, utilizado desde [13].

Encontramos otra línea novedosa en investigación sobre la monitorización y sensorización del proceso con el objetivo de establecer un control activo del proceso o garantizar el perfecto acabado de la pieza. Citamos como ejemplo la inclusión de sistemas de monitorización, [14, 15], donde aparecen técnicas como la inclusión de sensores de fibra óptica para monitorizar los esfuerzos y temperatura durante la etapa de curado.

1.2 MÉTODO LEVEL SET

La propagación de interfases [16], ocurre en una amplia gama de fenómenos, tales como: evolución de masas oceánicas, evolución de llamas en la combustión.

En lo sucesivo, entenderemos como interfase la región del espacio que separa dos fases de propiedades diferentes. Los ejemplos antes citados, pertenecen a un ambiente de mecánica de fluidos, para los cuales podríamos entender como propiedad material la presencia de masa y por lo tanto la interfase puede utilizarse como sinónimo físico de frente de propagación.

Abusando de la definición de interfase, también podemos hablar sobre el contorno de una forma frente a su fondo. Abriendo entonces el estudio propuesto a por ejemplo: reconocimiento de caligrafía manual y detección contornos de iso-intensidad en imágenes [17].

Podemos ir más allá, incluso en aplicaciones para las cuales el concepto; *evolución de interfase*, no parece tan directo; obtención de caminos óptimos o construcción de mínimos caminos geodésicos sobre superficies [18]. Estos problemas deben abstraer el concepto de interfase sobre la cual emplear las técnicas de propagación expuestas en el capítulo 3.

El método Level Set fue propuesto inicialmente para realizar un seguimiento de interfases móviles por Osher y Sethian en 1988. Tal y como indicábamos se ha extendido a otros problemas a finales de los noventa. Es utilizado para hacer frente de manera eficiente al problema de la propagación de la curva, superficie, etc. de una manera implícita.

La idea central consiste, tal y como muestra la figura 5, para un caso en una dimensión, en representar la evolución del contorno, en este caso un punto, usando una función con signo ϕ , para la cual, su nivel cero representa a la interfase. Entonces, de acuerdo a la ecuación de movimiento de Level Set, evolucionamos la superficie implícita ϕ , de la cual, al recuperar el nivel cero proporcionará la propagación de la interfase.

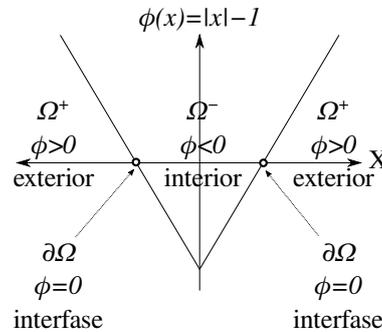


Figura 5: Caso unidimensional explicativo. Los puntos representan la interfase, mediante la función con signo $\phi(x)$, su evolución Level Set describe el movimiento de la misma, [19]

Para ejecutar esta estrategia se utilizan dos esquemas numéricos [16]; Level Set como problema de valor inicial y un método iterativo Fast Marching como problema de condición de frontera. Uno de los puntos de partida para los métodos Fast Marching y Level Set, viene del análisis de evolución de curvas y superficies. Este análisis introduce las siguientes ideas:

1. Esquinas y expansiones en la propagación de interfases son equivalentes a choques y dilataciones.
2. Es necesaria una condición en la entropía para que soluciones continuas pasen correctamente singularidades.
3. Consecuentemente, el movimiento de interfases puede ser traducido en lenguaje de leyes de conservación hiperbólicas.
4. Remarcar que los esquemas de partículas son inestables e introducen soluciones no entrópicas.

Tal como nos indica [20], desde su introducción, el método Level Set, por Osher y Sethian [19] se ha convertido en un método popular para el propósito de evolución de interfases. En su forma más simple, el método es muy elegante y ofrece ventajas significativas sobre otros métodos.

Probablemente la característica más sobresaliente del método es su habilidad para acarrear los cambios en la topología sin complicar la generación de la malla, reconstrucción, o detección de colisiones. Particularmente cuando se consideran aplicaciones en tres dimensiones

o mayores, este presenta significantes ventajas. Otros métodos no presentan fácil generalización a dimensiones superiores.

Característica reseñable del método Level Set, la cual es pasada por alto frecuentemente, son sus lazos con los métodos numéricos derivados de las leyes de conservación hiperbólicas. Esta conexión permite al método evolucionar esquinas y cúspides en la interfase correctamente sin bucles no-físicos u oscilaciones.

En este contexto, las esquinas juegan el papel de choques en las leyes de conservación hiperbólicas, donde los métodos numéricos utilizados están diseñados para mantener choques agudos. Por extensión entonces, el método Level Set es capaz de mantener esquinas agudas en la interfase.

METODOLOGÍA Y OBJETIVOS

2.1 METODOLOGÍA

Los procesos *Liquid Composite Molding* (LCM) son procesos industriales tradicionales para la manufactura de piezas por infusión o inyección de resina en refuerzos o preformas de fibra. Utilizado ampliamente en la industria de materiales compuestos, y especialmente indicado para matrices termoestables, LCM proporciona un gran potencial para la creación de componentes estructurales.

El rango de manufacturas LCM comprende varios procesos industriales tal como describimos en la introducción. Muchos de ellos pueden tratarse con las soluciones aportadas en la presente tesis, pero las aplicaciones finales presentadas abordarán, principalmente, técnicas del tipo VARI. Este tipo de procesos implica industria pesada y piezas finales de gran volumen pero ligeras y resistentes.

La infusión de resinas VARI es una de las técnicas más utilizadas en industria para la producción de formas extensas y resistentes. Dicha técnica utiliza la presión de vacío para conducir la resina entre el laminado. La preforma con el material estructural depositado sobre el molde, recibe la instalación de los canales de inyección y venteo perimetral, para finalmente cubrir el conjunto con una bolsa encargada de sellar completamente el conjunto. Se aplica el vacío y posteriormente la resina penetra en el molde a través de los canales de inyección. Estas técnicas disponen de contramoldes ligeros y normalmente semitransparentes o transparentes, lo que permitirá sensorizar el proceso mediante técnicas de AV. Por contra, estos procesos a diferencia de los RTM no pueden utilizar un aumento de presión en la inyección para acelerar la etapa de impregnado. Este hecho fuerza a las técnicas VARI a diseñar una adecuada distribución de canales de inyección.

Partiremos de un modelado del frente de avance que tenga en cuenta: en primer lugar, la deformación del mismo al atravesar el medio material formado por las fibras de refuerzo y en segundo lugar las presiones entre los canales inyectoros y de venteo. Este modelado, nos conducirá a establecer la adecuada elección de la posición de boquillas, o canales de inyección, para asegurar el completo llenado de la pieza final. Es habitual contar con métodos de simulación para testar las soluciones iniciales y comprobar cual es la mejor estrategia en la ubicación de los canales.

Desde el grupo de investigación en el que está enmarcada la presente tesis se han realizado aportaciones a estos métodos; de simulación y búsqueda de la estrategia óptima para estos procesos LCM [21], [22]

y [23] Estos métodos de simulación para procesos VARI, tal como se expone en [24] pueden considerarse para 2.5D, con un modelo matemático basado en *Proper Generalized Decomposition* (PGD). Explorada ya esta vía desde el grupo de investigación, la presente tesis abre camino en una nueva propuesta de simulación [25] basada en el método Level Set.

Teniendo identificada la tipología de procesos, intensificamos la investigación en la descripción del comportamiento del flujo de resina encargado de conformar la pieza final descrito ahora mediante la herramienta Level Set. La investigación expuesta en esta tesis, comenzará por realizar una descripción de la herramienta matemática Level Set y su implementación numérica en el capítulo 3 **MODELADO MATEMÁTICO MEDIANTE LEVEL SET DE LA PROPAGACIÓN DE INTERFASES**. Esta solución trabajará inicialmente en la descripción de la mecánica del flujo prescindiendo de las propiedades características del medio material. Entendiendo como propiedades base del medio material características como: la permeabilidad, porosidad y compactación, según el proceso LCM considerado.

En el capítulo 4 **PROPUESTA DE APLICACIONES DE LEVEL SET EN PROCESOS LCM**, se tratan de forma independiente, en sus distintas secciones diferentes herramientas numéricas y sus implementaciones. Cada una de estas secciones serán planteadas de forma auto-consistente, el lector podrá realizar una lectura selectiva de cada una de ellas por separado. Así, el diseño de canales de inyección desde consideraciones puramente geométricas será expuesto en la sección 4.1 **Metodología de diseño de canales de inyección en moldes de infusión de resina**. Además, entre las aplicaciones de Level Set dada la necesidad de monitorización de estos procesos industriales, introduciremos la monitorización de llenados y caracterización de materiales utilizando técnicas *Artificial Vision* (AV), en las secciones: 4.2 **Marco computacional para la caracterización del medio material mediante Level Set y AV** y 4.3 **Efecto superficial del gel-coat sobre la caracterización del comportamiento dinámico del proceso durante el llenado de moldes en infusión de resina líquida**.

Esta necesidad en torno a monitorización y control activo surge del inadecuado emplazamiento de la fibra sobre el molde, como consecuencia, en el proceso encontramos diferentes permeabilidades y esto debe de ser tenido en cuenta en nuestras soluciones. Propondremos en la sección 4.4 **Posición del frente de propagación y margen de error debido al carácter estocástico en la estimación de las propiedades materiales**, la forma de cuantificar estas alteraciones.

Las aplicaciones presentadas hasta este punto, realizan consideraciones puramente geométricas tal y como describiremos en la sección 3.3.3 **Indicadores puramente geométricos para procesos LCM**. Finalmente incorporaremos consideraciones físicas, propias del medio material, al modelo de evolución del flujo mediante Level Set. De esta

forma incorporaremos estas a los indicadores del proceso. La sección [3.3.4 Extensión de indicadores incorporando características del medio material](#), estableceremos la metodología que quedará contrastada en la sección [4.5 Incorporación de las características del medio material en el modelado del flujo mediante Level Set](#)

2.2 OBJETIVOS

A la vista de la información presentada en la introducción y planteada la metodología, los objetivos para la siguiente tesis son:

1. Aplicar, desarrollar y contrastar la utilidad de la herramienta matemática Level Set en el ámbito de fabricación de materiales compuestos.
2. Establecer un método de pre-diseño óptimo para determinar la posición de canales de inyección, compatible con las técnicas más habituales en procesos de fabricación [LCM](#).
3. Desarrollar métodos basados en [AV](#) en conjunción con Level Set para caracterizar medios materiales propios de la fabricación [LCM](#).
4. Estudiar el efecto de la incertidumbre en la determinación de las propiedades materiales, sobre la propuesta numérica y establecer indicadores para cuantificar esta incertidumbre.
5. Incorporar a la propuesta, basada en Level Set, las características físicas del medio material para procesos [LCM](#).

MODELADO MATEMÁTICO MEDIANTE LEVEL SET DE LA PROPAGACIÓN DE INTERFASES

3.1 INTRODUCCIÓN

La propagación de interfases [16], ocurren en una amplia gama de fenómenos, como indicábamos desde la introducción, Level Set es capaz de modelizar esta propagación. La extensión de estos métodos llega desde la abstracción de la definición de interfase. Por ejemplo cuando hablamos sobre el contorno de una forma frente a su fondo, abrimos entonces el estudio a la detección contornos de iso-intensidad en imágenes. Podemos ir más allá, incluso en aplicaciones para las cuales el concepto; *evolución de interfase*, no parece tan directo, es el caso de obtención de caminos óptimos o construcción de mínimos caminos geodésicos sobre superficies. Estos problemas deben de reformularse para introducir la abstracción de interfase sobre la cual emplear las técnicas de propagación de interfases que expondremos. Un ejemplo empleado en la presente tesis ha sido la definición de interfase como curva o superficie de iso-distancia al perímetro de la pieza de RTM.

El corazón de las propuestas para resolver estos aspectos surge de las técnicas computacionales Fast Marching y Level Set. Ambos métodos describen como evolucionar las interfases. Son una forma de repensar perspectivas geométricas lagrangianas para transformarlas en eulerianas en derivadas parciales. El método Fast Marching resuelve la condición de frontera para la interfase, mientras Level Set parte del valor inicial para resolver la evolución.

3.2 FORMULACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DE INTERFASES

Consideremos un contorno, una curva para problemas en dos dimensiones o superficie para problemas en tres dimensiones, que separan una región de otra. Imaginemos esta interfase evolucionando en dirección normal a ella misma (para lo cual el sentido de la normal sería de dentro a fuera) con una velocidad conocida v . El objetivo es seguir el movimiento de esta interfase mientras evoluciona. Interesados únicamente en el movimiento de esta en su dirección normal, ignorando movimiento en direcciones tangentes.

La función velocidad v , puede depender de varios factores y por lo tanto la escribimos como $v = v(L, G, I)$, donde:

$L \equiv \text{propiedades locales}$, son aquellas determinadas por la información local geométrica, como la curvatura y la dirección normal.

$G \equiv$ *propiedades globales del frente* , son aquellas que dependen de la forma y posición del frente. Por ejemplo, la velocidad puede depender de las integrales a lo largo del frente y asociadas a ecuaciones diferenciales. Como caso particular, si la interfase es una fuente de calor que afecta difundiendo a ambos lados de la interfase, un salto en la difusión a su vez influye en el movimiento de la interfase, por lo tanto puede ser caracterizado como una propiedad global.

$I \equiv$ *propiedades independientes* , son aquellas independientes de la forma del frente, tales como un velocidad subyacente para un fluido que arrastra pasivamente el frente.

Muchos de los retos para los problemas de interfases vienen de producir un adecuado modelo para la función velocidad v . Este es un problema separado e independiente del objetivo de obtener un esquema preciso para el avance de la interfase. Para la descripción del presente apartado asumiremos que la función velocidad v es conocida.

Dada v y la posición de la interfase, el objetivo es seguir la evolución de la interfase. Nuestra primera tarea es formular esta evolución en un marco euleriano, para el cual subyacen un sistema de coordenadas fijo. Continuamos, explicitando dos posibles formulaciones, equivalentes a partir de las cuales abordar la evolución de interfases o frentes de propagación [16].

3.2.1 Condición de frontera

Asumimos por el momento $v > 0$, lo cual implica que los frentes se expanden, es decir, van de dentro hacia fuera. Una forma de caracterizar la posición de estos frentes en expansión es evaluar el tiempo de llegada $T(\mathbf{x})$ del frente a cada punto. Es decir calcular el tiempo transcurrido hasta que el frente alcanza el punto \mathbf{x} . El esquema de la figura 7 muestra como obtener el campo escalar $T(\mathbf{x})$ evaluado en todos los puntos del dominio por los que el frente ha pasado. La ecuación diferencial, a cumplir por la función $T(\mathbf{x})$, para este problema se deriva fácilmente para el caso unidimensional. Partimos expresando el diferencial de posición como $dx = v dT$ y de esta forma:

$$1 = v \frac{dT}{dx}$$

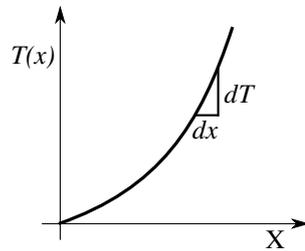


Figura 6: Esquema explicativo, Level Set como problema de *condición de frontera*

Si extendemos el problema a múltiples dimensiones, ∇T es ortogonal a las curvas de nivel de la función T , y de forma análoga a una dimensión, su magnitud será inversamente proporcional a la velocidad. Por lo tanto

$$|\nabla T|v = 1 \quad (3-1)$$

con $T(\mathbf{x}) = 0$ en $\Gamma(\mathbf{x})$, donde Γ es la localización inicial de la interfase.

De esta forma, el movimiento del frente, se caracteriza como la solución a un problema de condición de frontera. Si la velocidad v depende exclusivamente de la posición, entonces la ecuación diferencial recibe el nombre de *ecuación de la eikonal*, típica en la propagación de ondas. Como ejemplo, la superficie $T(\mathbf{x})$ con los tiempos de llegada para un frente circular expandido con una velocidad $v = 1$ se muestra en la figura 7

3.2.2 Valor inicial

Suponemos ahora el frente moviéndose con una velocidad v pudiendo ser positiva o negativa. De esta forma tenemos en cuenta el hecho de que el frente puede moverse tanto hacia delante como hacia

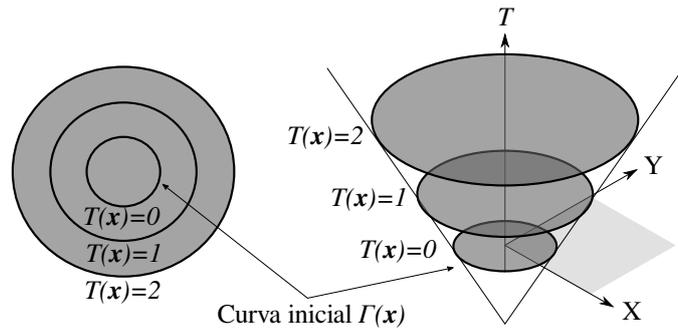


Figura 7: Descripción del método Fast Marching. Movimiento del frente como problema de *condición de frontera*. Conocida la posición de la curva $\Gamma(x)$ y la velocidad v determinamos $T(x)$, tiempos de llegada a cada punto x

atrás. La forma de tener en cuenta esto es estableciendo la condición inicial, como el nivel cero de una función de orden superior ϕ , en adelante *función Level Set*. Podemos enlazar la evolución de esta función ϕ a la propagación del frente como un problema de valor inicial dependiente del tiempo. En cualquier instante, la posición del frente será proporcionada a través del corte por el nivel cero de la función ϕ , tal como muestra la figura 8. Para derivar la ecuación diferencial del problema que describe el movimiento de la función ϕ , requerimos que el nivel de una partícula del frente con camino $x(t)$ debe ser cero y por lo tanto:

$$\phi(x(t), t) = 0$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$\phi_t + \nabla\phi(x, t) \cdot x'(t) = 0$$

Utilizando la definición de velocidad instantánea $v = x'(t) = dx(t)/dt$

$$\phi_t + v \cdot \nabla\phi = 0 \tag{3-2}$$

donde el subíndice t indica derivada parcial respecto la variable t . Asumiendo que el campo de velocidades es normal a la función implícita ϕ , podremos expresar este vector velocidad como un módulo v_n sobre el vector normal a la curva, n , es decir: $v = v_n n$. Reescribimos entonces la ecuación (3-2), en forma escalar como

$$\phi_t + v_n |\nabla\phi| = 0 \tag{3-3}$$

Resumimos en el siguiente cuadro las dos perspectivas, considerando Γ una curva en el plano de propagación, moviéndose con velocidad v , en dirección normal a la curva, entonces $\Gamma(t)$ recoge la posición del frente en el instante t :

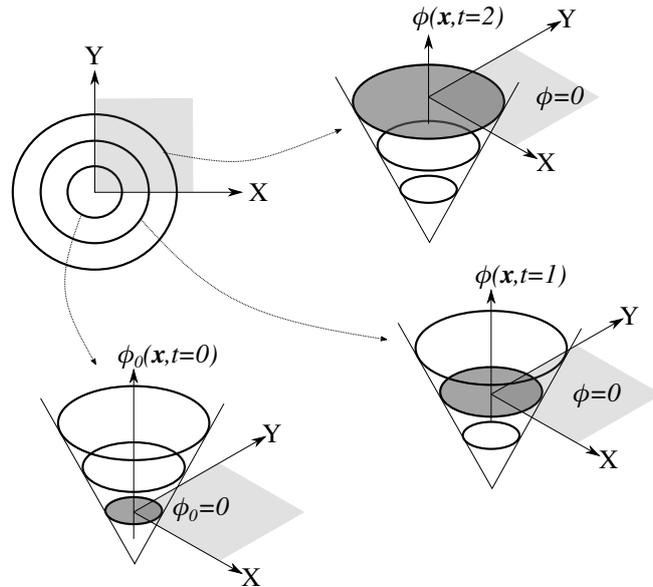


Figura 8: Transformación del movimiento del frente como problema de *valor inicial*.

Formulación condición de frontera	Formulación valor inicial
$ \nabla T _v = 1$	$\phi_t + v_n \nabla \phi = 0$
(Frente $\Gamma(t)$)	(Frente $\Gamma(t)$)
$\Gamma(t) = \{\mathbf{x} T(\mathbf{x}) = t\}$	$\Gamma(t) = \{\mathbf{x} \phi(\mathbf{x}, t) = 0\}$
requiere $v > 0$	aplicable con v_n arbitrarias

Tal como se indica en [16] hay ciertas ventajas asociadas con estas dos perspectivas, equivalentes, para describir la propagación de interfaces, de las cuales destacamos:

- Ambas son inalterables para dimensiones superiores, validas para hipersuperficies propagándose en tres dimensiones o más.
- Los cambios topológicos en la evolución del frente Γ son tomados naturalmente. La posición del frente en el instante t es proporcionada por el nivel cero $\phi(\mathbf{x}, t) = 0$ de la función de evolución ϕ o por los niveles de $T(\mathbf{x}) = t$ de la solución de condición de frontera. Estos niveles no necesitan ser una curva única, esta puede romperse y mezclarse durante su evolución, ver figura 9. En ambos casos: tanto la solución de condición de frontera $T(\mathbf{x})$, como la función Level Set ϕ son funciones univaluadas.
- Ambas pueden implementarse haciendo uso de esquemas numéricos extraídos de las técnicas utilizadas en soluciones numéricas de leyes de conservación hiperbólicas. Por ejemplo, utilizando una discretización en el dominio x - y y utilizando aproximación de diferencias finitas para las derivadas espaciales y temporales. Disponiendo una malla uniformemente espaciada

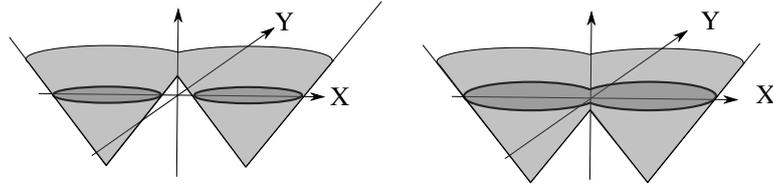


Figura 9: Superficie Level Set ϕ en gris claro con su nivel cero representando un frente compuesto por dos curvas (izquierda) que evolucionan hasta cambiar su tipología y pasa a una única curva (derecha).

h , con nodos (i, j) , y empleando la notación estándar ϕ_{ij}^n la aproximación de la solución $\phi(ih, jh, n\Delta t)$, donde Δt es el paso temporal sería

$$\frac{\phi_{ij}^{n+1} - \phi_{ij}^n}{\Delta t} + v_n |\nabla_{ij} \phi_{ij}^n| = 0 \quad (3-4)$$

Empleado un esquema de diferencias progresivas para el tiempo, con $|\nabla_{ij} \phi_{ij}^n|$ representando un operador en diferencias finitas para aproximar la derivada espacial.

3.3 MODELADO NUMÉRICO

En la presente tesis, optamos por la implementación numérica del problema de valor inicial. Es la que nos permite un mayor espectro de calculo y mejor se acopla los objetivos planteados. Con lo cual, esto implica resolver numéricamente (3-3).

$$D_t \phi(\mathbf{x}, t) + v_n(\mathbf{x}) |\nabla \phi(\mathbf{x}, t)| = 0 \quad (3-5)$$

donde ahora D_t denota la derivada con respecto al tiempo.

Utilizamos como condición inicial, para $t = 0$

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \phi_0(\mathbf{x})$$

Estableciendo de esta forma una condición inicial para nuestra función auxiliar $\phi(\mathbf{x}, t)$. Esta función inicial, será una función signo ϕ_0 definida en todo el dominio Ω con: $\phi_0 = 0$ para los puntos \mathbf{x} del contorno inicial $\partial\Omega$, $\phi_0 > 0$ para los puntos \mathbf{x} exteriores al contorno Ω^+ y $\phi_0 < 0$ para los puntos \mathbf{x} interiores Ω^- . Computaremos los cortes de nuestra función auxiliar $\phi(\mathbf{x}, t)$ con el nivel cero para establecer la posición de nuestra curva problema. La elección de la velocidad $v_n(\mathbf{x})$ será el punto clave para ajustar esta herramienta sobre los problemas entorno a procesos de fabricación expuestos en la introducción.

La implementación de esquemas numéricos, requiere seleccionar adecuadamente el mallado a utilizar en el proceso de discretización. En nuestro caso, como puede apreciarse en el capítulo 4 **PROPUESTA DE APLICACIONES DE LEVEL SET EN PROCESOS LCM** utilizamos tanto: esquemas sobre *mallados estructurados*, como *no-estructurados*, seleccionados en función de la topología del problema a abordar. La elección para la presente tesis ha sido; *mallados estructurados* para topologías 2D y *mallados no-estructurados* para topologías 2.5D.

En cualquier caso, la expresión (3-5), requiere implementar numéricamente aproximaciones para el paso temporal, tal y como podemos apreciar en el primer sumando, como para la parte espacial, segundo sumando. Comenzamos por exponer las aproximaciones para la parte espacial.

3.3.1 Aproximaciones para derivadas espaciales, gradiente

En el ejemplo mostrado en (3-4), encontramos una propuesta con *mallado regular* o *mallado estructurado* con espaciado Δx para cada dirección x e y . La sección 4.1 **Metodología de diseño de canales de inyección en moldes de infusión de resina** utiliza un esquema como este.

Considerando las aproximaciones propuestas desde [19], para cada nodo i definimos las diferencias: progresiva D_x^+ y regresiva D_x^- , respectivamente como;

$$D_x^+ \phi(x_i) = \frac{\phi(x_{i+1}) - \phi(x_i)}{\Delta x}$$

$$D_x^- \phi(x_i) = \frac{\phi(x_i) - \phi(x_{i-1})}{\Delta x}$$

aproximaciones de primer orden. No ha sido necesario para las aplicaciones expuestas en la presente tesis realizar aproximaciones de orden superior del tipo *Essentially Non-Oscillatory* (ENO).

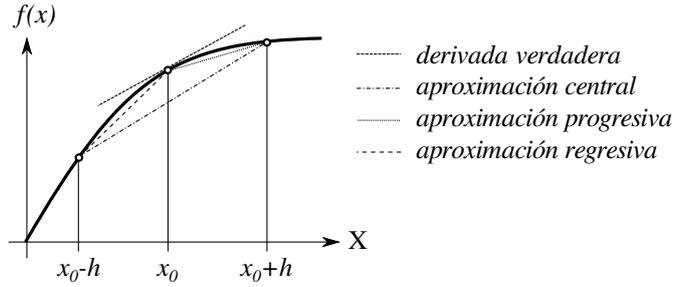


Figura 10: Aproximación en diferencias finitas

Para los problemas que implican superficies en tres dimensiones o superficies 2.5D, optamos por realizar un mallado adaptable a esta topología y sencillo de implementar. Es usual utilizar técnicas de *Artificial Vision* (AV) (visión artificial) y escaneo en 3D para la obtención de la superficie de piezas y monitoreo del frente sobre la pieza. Este tipo de técnicas usualmente acaban proporcionando *mallados no estructurados*. Por lo tanto, planteamos para estos casos, una implementación numérica adaptada a esta discretización.

La información obtenida de estos mallados consta de: una matriz con la posición de nodos y otra con la triangulación. La matriz con la posición de nodos tiene dimensión $n_n \times 3$, con filas (x, y, z) , en adelante x . Cada fila está identificada por un índice, etiquetando así los n_n nodos. La información se complementa con una matriz $n_f \times 3$ que identifica los nodos que conforman cada cara, siendo n_f el número total de triángulos. Contemplamos por lo tanto una descripción *face-vertex meshes*.

Implementamos sobre *Matlab* la resolución de problemas con superficies en tres dimensiones, en adelante, 2.5D. El objetivo final será obtener los valores numéricos del vector gradiente de la superficie del campo escalar $\nabla\phi$. Emplearemos las derivadas direccionales sobre los elementos triangulares del mallado como estrategia para este cálculo numérico.

Partimos de valores conocidos para la función escalar $f(x, y, z)$, en adelante $f(\mathbf{r})$, en cada uno de los nodos de nuestro dominio. Recordamos que para nuestro problema de *valor inicial*, establecemos una función auxiliar inicial ϕ_0 , definida en todo el dominio Ω . Con lo cual,

esta función auxiliar proporciona los valores $f(\mathbf{r})$ y la información de mallado contiene las posiciones \mathbf{r} .

Como indicábamos conocemos la posición de todos los nodos y la triangulación de los mismos.

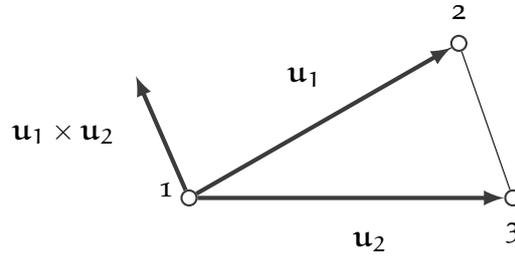


Figura 11: Elemento triangular de un mallado *no estructurado*. Vectores directores \mathbf{u}_1 y \mathbf{u}_2 de la cara del elemento.

Con lo cual y para cada elemento triangular de la malla, estamos en disposición de calcular los vectores \mathbf{u}_1 y \mathbf{u}_2 que forman en plano de este elemento. Para obtener el vector perpendicular a esta superficie utilizaremos el producto vectorial $\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2$. En cada elemento entonces:

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1$$

Los valores de la función escalar f son conocidos en cada nodo de la malla $f(\mathbf{r}_i)$, y por lo tanto disponemos de la diferencias v_i :

$$v_1 = f(\mathbf{r}_2) - f(\mathbf{r}_1)$$

$$v_2 = f(\mathbf{r}_3) - f(\mathbf{r}_1)$$

Calcularemos inicialmente el gradiente asociado a las caras de los triángulos del mallado para finalmente y a partir de los valores sobre las caras extender el cálculo a los nodos.

Para calcular el gradiente sobre la cara del triángulo utilizamos los vectores obtenidos de la dirección \mathbf{u}_1 y \mathbf{u}_2 de dos ejes del triángulo. Definida la dirección 1, calculamos su derivada direccional denotada por $D_1 f$. De igual forma a partir de las direcciones 2 y la perpendicular al plano definiríamos las derivadas direccionales para estas direcciones.

$$(\nabla f)_1 \cdot \mathbf{u}_1 = D_1 f$$

$$(\nabla f)_2 \cdot \mathbf{u}_2 = D_2 f$$

$$(\nabla f)_\perp \cdot (\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2) = 0$$

(3-6)

Como estamos trabajando en 2.5D no hay variación de la función escalar f al movernos en la dirección perpendicular a la superficie, puesto que saldríamos del dominio de cálculo.

En una extensión del método para volúmenes en tres dimensiones 3D deberíamos tener una dirección 3 asociada a un vector \mathbf{u}_3 y conoceríamos su variación v_3 . El mallado igualmente sería diferente al presentado en la sección anterior, teniendo como elemento de calculo mínimo, por ejemplo, un tetraedro.

Podemos ahora descomponer las ecuaciones (3-6) en la base cartesiana y expresarlas en forma matricial.

$$\begin{bmatrix} u_{1x} & u_{1y} & u_{1z} \\ u_{2x} & u_{2y} & u_{2z} \\ u_{3x} & u_{3y} & u_{3z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_x f \\ \nabla_y f \\ \nabla_z f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

donde hemos utilizado \mathbf{u}_3 como $(\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2)$.

Únicamente resta, resolver el sistema de ecuaciones para obtener el valor del gradiente.

$$\begin{bmatrix} \nabla_x f \\ \nabla_y f \\ \nabla_z f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1x} & u_{1y} & u_{1z} \\ u_{2x} & u_{2y} & u_{2z} \\ u_{3x} & u_{3y} & u_{3z} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resulta interesante resaltar el hecho de que la matriz inversa será calculada inicialmente para cada triangulo de la malla pero permanecerá sin cambios en posteriores iteraciones, puesto que únicamente depende de las diferencias en posición de los nodos y el mallado permanece constante entre iteraciones de cálculo. Los únicos valores que cambiarán serán las diferencias del campo escalar del que queremos calcular su gradiente, v_1 y v_2 .

Salta también a la vista que podríamos prescindir de la última ecuación, como es normal el valor del vector gradiente en un triángulo (2.5D) estará contenido en él. De esta forma tendríamos el sistema matricial (3-7) como:

$$\begin{bmatrix} u_{1x} & u_{1y} & u_{1z} \\ u_{2x} & u_{2y} & u_{2z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_x f \\ \nabla_y f \\ \nabla_z f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U} \nabla f = \mathbf{v} \quad (3-8)$$

El vector gradiente queda expresado como combinación lineal de los vectores \mathbf{u}_1 y \mathbf{u}_2 .

$$\nabla f = \alpha_1 \mathbf{u}_1 + \alpha_2 \mathbf{u}_2$$

en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \nabla_x f \\ \nabla_y f \\ \nabla_z f \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{1x} & \mathbf{u}_{2x} \\ \mathbf{u}_{1y} & \mathbf{u}_{2y} \\ \mathbf{u}_{1z} & \mathbf{u}_{2z} \end{bmatrix}_{3 \times 2} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}_{2 \times 1}$$

$$\nabla f = \mathbf{U}^T \boldsymbol{\alpha} \quad (3-9)$$

Siendo $\boldsymbol{\alpha}$ las componentes del vector gradiente en la base \mathbf{u}_i de cada triángulo.

$$\boldsymbol{\alpha} = [\nabla f]_{\mathbf{u}}$$

Sustituyendo (3-9) el vector gradiente en coordenadas del elemento sobre la expresión inicial (3-8)

$$\mathbf{U} \mathbf{U}^T \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{v}$$

e invirtiendo obtenemos las coordenadas $\boldsymbol{\alpha}$

$$\boldsymbol{\alpha} = (\mathbf{U} \mathbf{U}^T)^{-1} \mathbf{v}$$

que podemos sustituir en la expresión del gradiente (3-9) y despejar entonces el vector gradiente.

$$\nabla f = \mathbf{U}^T (\mathbf{U} \mathbf{U}^T)^{-1} \mathbf{v} \quad (3-10)$$

Llegados a este punto podemos identificar la operación $\mathbf{U}(\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1}$ de la expresión (3-10), como la pseudoinversa de \mathbf{U} (*Moore-Penrose inverse*) \mathbf{U}^+ . Denotando $\mathbf{M} = \mathbf{U}^+$ matricialmente el gradiente se obtendría con el siguiente producto

$$\begin{bmatrix} \nabla_x f \\ \nabla_y f \\ \nabla_z f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{1x} & m_{2x} \\ m_{1y} & m_{2y} \\ m_{1z} & m_{2z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

Nos proponemos realizar el cálculo numérico, empaquetando el problema expuesto en la expresión (3-11), separado por componentes, en tres matrices dispuestas para trabajar con los k-elementos del mallado. Para la componente X quedaría

$$(\nabla f)_x = \begin{bmatrix} m_{1x} & m_{2x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = m_{1x} v_1 + m_{2x} v_2 \quad (3-12)$$

Recordamos que v_1 y v_2 fueron definidos como diferencias de los valores de la función $v_1 = f_2 - f_1$ y $v_2 = f_3 - f_1$ podemos deshacer estas diferencias de forma que:

$$\begin{aligned} (\nabla f)_x &= m_{1x}(f_2 - f_1) + m_{2x}(f_3 - f_1) = \\ &= (-m_{1x} - m_{2x})f_1 + m_{1x}f_2 + m_{2x}f_3 \end{aligned} \tag{3-13}$$

De esta forma reordenando adecuadamente la matriz pseudo inversa absorbemos las diferencias en los valores de la función en cada nodo y podemos extender fácilmente el calculo a los k-elementos y n-nodos:

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{c} \nabla_{1x} f \\ \vdots \end{array} \right]_{k \times 1} &= \\ &= \underbrace{\left[\begin{array}{cccc} (m_{11x} - m_{12x}) & m_{11x} & m_{11x} & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{array} \right]_{k \times n}}_{(1)} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} f_{11} \\ f_{12} \\ f_{13} \\ \vdots \end{array} \right]_{n \times 1}}_{(2)} \end{aligned} \tag{3-14}$$

la matriz (1) contiene los valores de la pseudoinversa de cada elemento, adecuadamente ordenados para multiplicar directamente por un vector (2) con los valores de la función f en cada nodo. De esta forma separamos el calculo en un producto matricial donde la matriz (1) contiene todos los datos referidos a la geometría de la malla, tal y como advertíamos al inicio de esta sección. De esta forma estos datos quedan estáticos para sucesivas iteraciones en el cálculo del gradiente del campo escalar f mientras que los valores de este quedan separados en el vector columna (2).

Por esta cuestión implementamos una función específica para el cálculo de la matriz (1). De esta forma no es necesario recalculr pseudoinversas de los elementos dentro del bucle de cálculo en métodos iterativos que contengan al operador gradiente.

Como se aprecia en la expresión (3-14) (1), está construida para obtener la componente X, la reordenación se realiza de forma análoga para el resto de componentes obteniendo así tres matrices.

El cálculo de estas matrices está empaquetado en una función *Matlab* llamada `triMG(tri,x,y,z,opt)`. Como resultado proporciona una *cell* M con las tres matrices (3-14) (1) para poder multiplicarlas directamente por un vector con los valores de $f(x, y, z)$, en nuestro caso y recuperando la notación inicial $\phi(x, y, z)$, en cada nodo. Lógicamente

la ordenación de este vector debe de coincidir con la ordenación de los vectores x, y, z .

El parámetro `opt` proporcionado a la función principal tiene dos opciones '`vertex`', '`face`', por defecto será '`vertex`'. Con este parámetro proporcionamos el resultado de la matriz M para obtener el gradiente en vértices o caras del elemento respectivamente.

Con todo lo expuesto hasta el momento, se hace trivial el cálculo del gradiente. Dado un vector v con los valores de la función escalar $\phi(x, y, z)$ en cada nodo $[v_1, v_2, \dots, v_n]$ obtenemos un vector $G_x = [g_{x1}, g_{x2}, g_{x3}, \dots]$ con los valores del gradiente realizando el producto:

```
M=triMG(tri,x,y,z,'vertex');
Gx= M{1} * v';
Gy= M{2} * v';
Gz= M{3} * v';
```

Si queremos el gradiente en caras del triángulo haríamos:

```
M=triMG(tri,x,y,z,'face');
Gx= M{1} * v';
Gy= M{2} * v';
Gz= M{3} * v';
```

El valor del gradiente sobre los nodos se obtiene a partir de los gradientes sobre caras de los triángulos a los que pertenece utilizamos un promedio ponderado por distancia a los centroides.

3.3.2 Aproximación para la derivada temporal

Según [19], la solución numérica de Level Set se ve menos deteriorada por los errores en el truncado de la discretización temporal. Es por esto que resulta suficiente resolver con un esquema de primer orden en diferencia progresiva, o *método de euler*,

$$\phi(x, t + \Delta t) = \phi(x, t) - v_n(x)|\phi(x, t)|\Delta t \quad (3-15)$$

con una elección de paso temporal Δt suficientemente pequeño de tal forma que cumpla condición *Courant-Friedrichs-Lewy* CFL. En la práctica esto significa que debe de estar relacionado con la resolución de la malla, Δt proporcional a Δx .

Para completar el esquema numérico presentado en estas secciones, resta decir como incorporamos nuestra condición de valor inicial. Definimos la función $\phi_0(x)$ como un escalón con: valores 1 en los puntos exteriores a la interfase $\partial\Omega$, -1 para los puntos interiores y 0 para la interfase $\partial\Omega$, figura 12. La evolución de esta función $\phi_0(x)$ proporcionará nuevos cortes por 0 indicando, por tanto, las nuevas posiciones de la interfase.

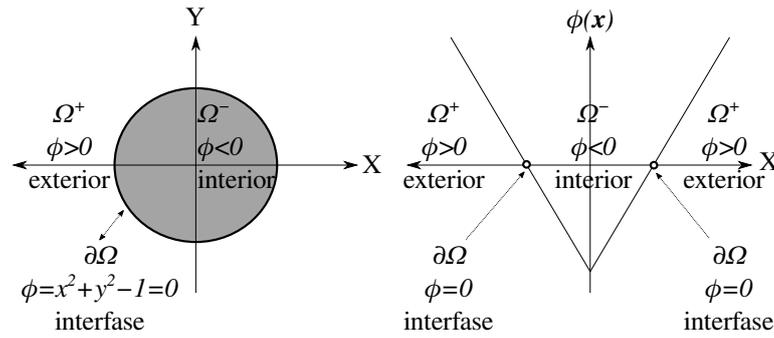


Figura 12: Función Level Set ϕ_0 , *valor inicial*, definida como punto de partida de la evolución de la interfase. La interfase escogida en esta representación responde a la curva $x^2 + y^2 = 1$.

En su versión tridimensional el algoritmo ha quedado empaquetado en una función de *Matlab* *triDist* a la cual le proporcionamos como parámetros: el mallado, los valores en nodo de la función inicial ϕ_0 , y la velocidad en cada nodo. Como resultado tenemos un vector, con los tiempos de llegada del frente.

3.3.3 Indicadores puramente geométricos para procesos LCM

Utilizando el esquema propuesto desde la sección anterior, computamos indicadores geométricos sobre la forma sometida a estudio. Nuestro objetivo consiste en buscar indicadores propios de la geometría de la pieza a solucionar.

Uno de estos indicadores es el denominado *campo de distancias* o *función distancia*, calculado numéricamente mediante el esquema propuesto en (3-15), con $v_n = 1$ y como valor inicial ϕ_0 , con todos los nodos a 1 excepto el perímetro, con valor 0.

Evolucionamos la interfase, inicialmente en el contorno, hacia el interior, obteniendo así los tiempos de llegada a cada nodo interior del dominio. Como utilizamos una velocidad de valor unidad, para avanzar el frente, el tiempo es equivalente a la distancia, interpretamos entonces la función $T(\mathbf{x})$ como distancia a la curva utilizada como valor inicial ϕ_0 , o lo que es lo mismo, al perímetro.

El *medial axis* de una curva cerrada, definido a partir de los centros de circunferencias que tienen más de un punto tangentes a la curva, puede derivarse de forma rápida, partiendo de la información proporcionada por el *campo de distancias*. Realizando esta evolución desde el perímetro exterior, curva cerrada a lo largo del perímetro de la pieza, hacia el interior. Las curvas de nivel obtenidas de la evolución, vuelven a ser curvas cerradas que colapsarán sobre una línea o punto. Esta línea o punto será equidistante al perímetro siguiendo las líneas de corriente perpendiculares a todas las curvas de nivel. Cada uno de los puntos contendría entonces dos líneas de corriente que finalizan en dos puntos diferentes del contorno inicial y con idéntica

distancia. Estos puntos responden por lo tanto a la definición de *medial axis*. Las líneas de corriente siguen la dirección del gradiente del campo de distancias $\nabla T(\mathbf{x})$.

Buscamos puntos donde la divergencia de este gradiente sea distinta de cero $\nabla \cdot \nabla T(\mathbf{x})$, por lo tanto, puntos donde el laplaciano sea distinto de 0. Estos puntos, con laplaciano distinto de 0 constituirán el *medial axis*, cumplen perfectamente la definición anterior. Es decir; por estar sobre la superficie T equidistan de la curva inicial utilizada como radio de la circunferencia y por tener laplaciano distinto de 0 la circunferencia será tangente a varios puntos de la curva inicial en las direcciones marcadas por las líneas de corriente del campo vectorial ∇T .

Definimos la función $\Lambda(\mathbf{x})$ *edge patter* como el resultado de aplicar el operador laplaciano a nuestro *campo de velocidades*. $\Lambda = T_{xx} + T_{yy}$, correspondiendo los subíndices a las derivadas parciales segundas.

3.3.4 Extensión de indicadores incorporando características del medio material

En la sección anterior, utilizamos la evolución Level Set para encontrar indicadores geométricos válidos para las consideraciones de pre-diseño en procesos RTM, la siguiente sección ofrece un primer acercamiento hacia la determinación de estas mismas consideraciones en una aproximación física del proceso.

El objetivo de la sección es el de mejorar el método de obtención de tiempos de llegada a cada nodo. Los métodos puramente geométricos de la sección anterior no tienen en cuenta el histórico de permeabilidades según avanza el frente. La propuesta esbozada en esta sección, pasa por utilizar dos evoluciones Level Set. La primera evolución proporciona valores de permeabilidad acumulada para cada nodo de nuestro dominio. Estos valores de permeabilidad son utilizados como campo de velocidades en la segunda evolución. Los tiempos de llegada obtenidos $T(\mathbf{x})$, concretamente sus isocontornos proporcionarían una buena aproximación física de las posiciones del frente.

Realizamos una simplificación inicial contabilizando las propiedades materiales, como la permeabilidad local en cada punto, directamente como velocidad para la evolución Level Set. De esta forma definimos el *campo de distancias*. Realizamos esto por semejanza a la ecuación de Darcy

$$\mathbf{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla p \quad (3-16)$$

Como $|v| \propto M$ utilizando $M = k/\mu$ directamente sobre la evolución Level Set, en su perspectiva *condición de frontera* (3-1) y considerando la viscosidad μ como constante, queda:

$$|\nabla T|v_n = 1 \quad (3-17)$$

Siendo v_n la velocidad perpendicular al frente y proporcional a M .

La solución analítica para la ley de Darcy para en el caso unidimensional (3-16) quedaría:

$$v = -M \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \quad (3-18)$$

donde contemplamos que la presión de inyección puede cambiar con el tiempo. Despejamos la presión e integrando cada dx desde 0 a la posición del frente x_f en el instante t :

$$\int_{x_f}^0 \frac{\partial p}{\partial x} dx = \int_0^{x_f} v \frac{1}{M} dx \quad (3-19)$$

Utilizando la ecuación de continuidad para fluidos incompresibles $\nabla \cdot v = 0$, divergencia del vector velocidad igual a cero, para 1D:

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (3-20)$$

Con lo cual $v = v(t)$ y por lo tanto puede salir de la integral (3-19). Los límites de integración del lado izquierdo quedarán $0 \rightarrow p_0$ y $x_f \rightarrow p_f$:

$$\int_{p_f}^{p_0} dp = v \int_0^{x_f} \frac{1}{M} dx \quad (3-21)$$

Dando como resultado algo semejante a la ley de Ohm, entendiendo presión como tensión y corriente como velocidad, con lo cual el término integral sería la resistencia equivalente del medio.

$$(p_0 - p_f) = v \left(\int_0^{x_f} \frac{1}{M} dx \right) \quad (3-22)$$

Con esto podemos definir una resistencia equivalente del medio $R(x_f)$ dependiente de la línea de corriente, seguida por el fluido sobre la que hacemos la integración:

$$R(x_f) = \int_0^{x_f} \frac{1}{M} dx \quad (3-23)$$

Siguiendo con el símil eléctrico, la característica material del medio M , principalmente su *permeabilidad* (supuestas el resto constantes), juega el papel de la *conductividad* $M \equiv \sigma$ y su inversa sería la *resistividad* $1/M = \rho$, con lo cual $R = 1/M$ representa la resistencia equivalente acumulada hasta llegar al punto x_f .

Sustituyendo ahora la velocidad del frente como $v = dx_f/dt$ e integrando ambos lados en dt con límites de integración $0 \rightarrow 0$ y $x_f \rightarrow t$:

$$\int_0^t (p_0 - p_f) dt = \int_0^{x_f} \frac{dx_f}{v} \left(\int_0^{x_f} \frac{1}{M} dx \right) \quad (3-24)$$

Suponiendo ahora que la presión en puntos del frente es $p_f = 0$ y que la presión en la inyección p_0 no cambia con el tiempo, podemos integrar la izquierda de la igualdad obteniendo el tiempo de llegada del frente a cada punto x_f .

$$t = \frac{1}{p_0} \int_0^{x_f} \left(\int_0^{x_f} \frac{1}{M} dx \right) dx_f \quad (3-25)$$

Volvemos ahora a reinterpretar la formulación *condición de frontera* (3-1) ahora para el caso unidimensional.

$$\frac{dT}{dx} = \frac{1}{v(x)} \quad (3-26)$$

Integrando sobre la posición dx tendríamos:

$$\int_0^{x_f} \frac{dT}{dx} dx = \int_0^{x_f} \frac{1}{v(x)} dx \quad (3-27)$$

y por lo tanto la función $T(x)$ reproduce los tiempos de llegada del frente a cada punto x_f

$$t = \int_0^{x_f} \frac{1}{v(x)} dx \quad (3-28)$$

Como podemos comprobar la evolución del frente proporciona como resultado la integral de línea de la inversa de la velocidad, para proporcionarnos el tiempo de llegada al punto del frente. Utilizamos entonces esta habilidad del método para obtener la integral de línea sobre el dominio propuesto en nuestro problema.

Con esta propuesta podemos realizar el cálculo de la resistencia equivalente del material en cada punto (3-23), simplemente realizando la evolución Level Set (3-1), como:

$$\frac{dR}{dx} = \frac{1}{M(x)} \quad (3-29)$$

Como solución a esta evolución Level Set obtenemos la resistencia equivalente, acumulada en cada punto de nuestro dominio. Esta primera evolución resuelve la integral entre paréntesis de las expresiones (3-22) y (3-25).

Siguiendo esta misma estrategia computamos la segunda integral de la expresión (3-25). Una segunda evolución Level Set, para dar

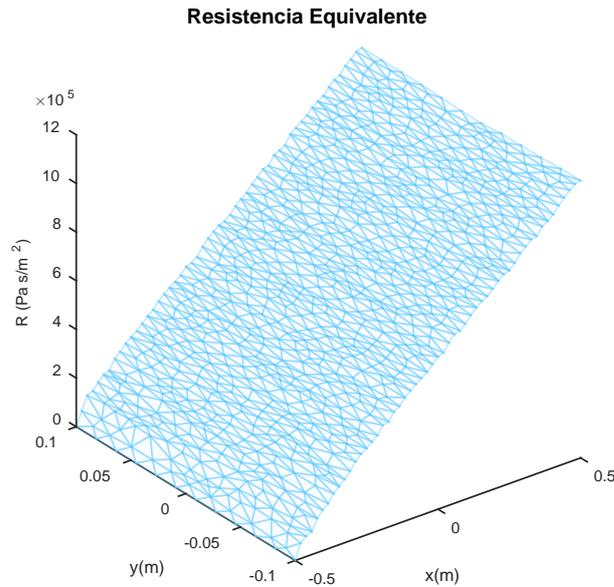


Figura 13: Resistencia equivalente, obtenida de una primera evolución Level Set utilizando como velocidad $v = k$ tal y como indicábamos en (3-29), para una pieza rectangular iniciando la evolución desde la izquierda $x = -0.5$ m

como solución los tiempos de llegada del frente, como una aproximación física a cada punto del dominio $T(x)$.

$$\frac{dT}{dx} = R(x) \frac{1}{p_0} \quad (3-30)$$

Siendo, tal y como habíamos indicado p_0 la presión de inyección constante.

Con esta segunda evolución las isóneas de la función $T(x)$ nos proporcionará líneas isotemporales, o posiciones del frente, como aproximación aceptable a la simulación física de la ley de Darcy sobre el medio.

Tal y como comprobamos a continuación, para el caso unidimensional 1D, en la comparación con la solución analítica la estrategia es coincidente. No obstante, seguimos calificando la estrategia como aproximación física y no simulación pensando en la extensión del algoritmo al caso de dos y tres dimensiones donde la correspondencia ya no es directa, aunque si muy aproximada.

Realizamos las integraciones sobre las líneas de corriente formadas por los vectores perpendiculares al frente en cada instante o iteración del cálculo. Esta integración cuenta con información de los frentes anteriores y las líneas de corriente de la simulación real sobre puntos del dominio pasados podrían ser diferentes. Esta es la razón por la que hablamos de aproximación física.

Volviendo al caso unidimensional, reproducimos ahora la evolución sobre un medio isótropo de permeabilidad $k = 1 \times 10^{-9} \text{ m}^2$,

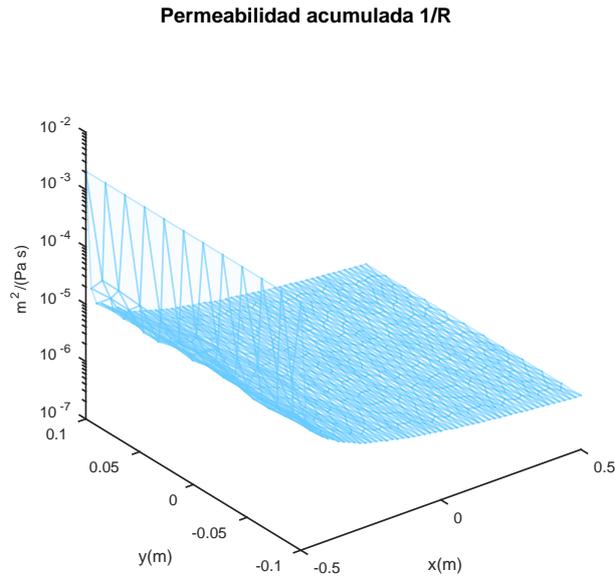


Figura 14: Permeabilidad equivalente acumulada. Computada como inversa de la resistencia equivalente del paso anterior figura 13.

$\mu = 1 \text{ mPa s}$, $M = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/(\text{Pa s})$ con el objetivo de reproducir, con la nueva metodología, las posiciones de los frentes debidamente espaciadas. Es decir, inicialmente el flujo de resina será rápido y finalmente será lento.

Utilizamos un caso unidireccional compuesto por una pieza en forma de cuadrado de 1 m^2 , con centro en la coordenada 0. La línea de inyección está situada a la izquierda de la figura $x = -0.5 \text{ m}$.

La figura 13 muestra el resultado de la resistencia equivalente obtenida al realizar la primera evolución Level Set, utilizando como velocidad $v = M(x)$, tal como indicamos en (3-29). Como no podía ser de otra forma, la mínima resistencia la obtenemos al principio y esta crece linealmente hacia la derecha. Esto responde al hecho de tener mayor resistencia o oposición al paso cuanto mayor sea el camino recorrido, en términos de presión hablamos de pérdida de carga mayor.

Llegados a este punto, pasamos a realizar la segunda evolución Level Set, con el objetivo de encontrar los tiempos de llegada del frente a cada nodo. Tal y como indicamos en (3-30), evolucionamos utilizando $v = 1/R$. El paso anterior proporcionó R , simplemente hay que invertir los valores obtenidos, figura 14. De esta forma conformamos la aproximación física de los tiempos de llegada del frente a cada nodo. Consideramos fuera del cálculo numérico p_0 puesto que su valor es constante y posteriormente resta dividir este en la función $T(x)$. La figura 15 muestra este resultado.

Los isocontornos mostrados por la figura 15 son posiciones de los frentes, curvas isotemporales, mostradas con paso temporal de 1 s. Tal como esperábamos, los frentes, se encuentran más juntos espacialmente hablando, cuanto más nos alejamos del inyector. Este resultado reproduce, aproximadamente el comportamiento físico de la evolu-

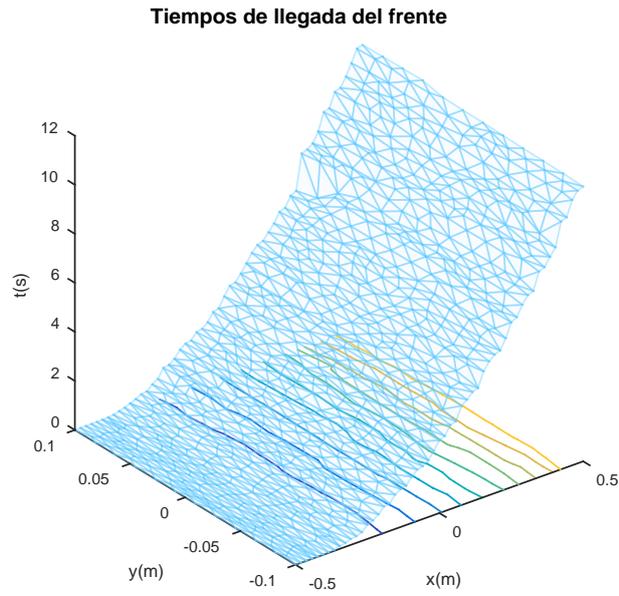


Figura 15: Tiempos de llegada aproximados a cada nodo, computados con la segunda evolución Level Set.

ción del frente. Inicia más rápido con frentes separados y estos van comprimiendo al disminuir la velocidad.

PROPUESTA DE APLICACIONES DE LEVEL SET EN PROCESOS LCM

En el siguiente capítulo describiremos en cinco secciones, herramientas, algoritmos y estrategias basadas en Level Set y Fast Marching para procesos LCM. Algunas de estas herramientas hacen uso de tecnologías de AV y por lo tanto, únicamente serán aplicables en procesos donde alguno de los moldes que conformarán la pieza sean semitransparentes. Estos procesos tal y como describimos en el capítulo 1, son los procesos de *Resin Infusion (RI)* y *Vacuum Resin Transfer Molding (VARTM)*.

Las cinco secciones plantearán una estructura común, pensada para que el lector pueda entender cada una de estas por separado sin necesidad de acudir a las descripciones pormenorizadas de otros capítulos. La primera sección comenzará describiendo una técnica basada en consideraciones puramente geométricas, para emplazar los canales de inyección.

En la segunda sección mostramos la potencia del método en conjunción con AV, para inferir las propiedades materiales a partir de la evolución medida del proceso. De esta forma habilitaremos la monitorización del proceso permitiendo entonces; tanto la detección de fallos en tiempo de proceso como el establecimiento de estrategias de control activo.

La metodología propuesta no es dependiente de la descripción física del proceso por lo tanto nos permite monitorizar cualquier evento o situación que aparezca en el proceso. Con esto queremos decir, como mostraremos en la tercera sección, que la inclusión de una capa inicial de *coating* (recubrimiento) en nuestro proceso de infusión, modificará la evolución del flujo y la metodología propuesta puede detectar esta modificación. No disponemos de modelización física sobre las interacciones entre el *coating* y la resina que fluye sobre él, pese a esto apreciaremos, bajo las condiciones indicadas, la modificación en la dinámica de evolución del frente.

La siguiente sección realizará un estudio de como afectaran las imprecisiones en los parámetros de entrada de nuestro proceso, en las técnicas propuestas en este trabajo. Hay muchos factores en el proceso de fabricación que modifican la permeabilidad y por tanto el campo de velocidades, para dos piezas idénticas. Resulta interesante, por lo tanto, determinar el margen de confianza de las soluciones propuestas.

El capítulo finalizará incorporando la ley de Darcy en la definición del problema Level Set.

4.1 METODOLOGÍA DE DISEÑO DE CANALES DE INYECCIÓN EN MOLDES DE INFUSIÓN DE RESINA

4.1.1 Introducción

Como indicábamos en el capítulo 1 **INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES** los procesos **RI** son una de las técnicas comúnmente utilizada en la industria de materiales compuestos o *composites*. Esta técnica utiliza una depresión para conducir la resina entre el laminado o *preforma*, conformado así la pieza final. La preforma, normalmente textil, es depositada en seco dentro del molde, el vacío aplicado después al interior del molde introduce la resina impregnando y rellenando la cavidad creada entre moldes. La resina es introducida en el laminado mediante un sistema de tubos. La figura 16 (izquierda), muestra un diagrama de este proceso.

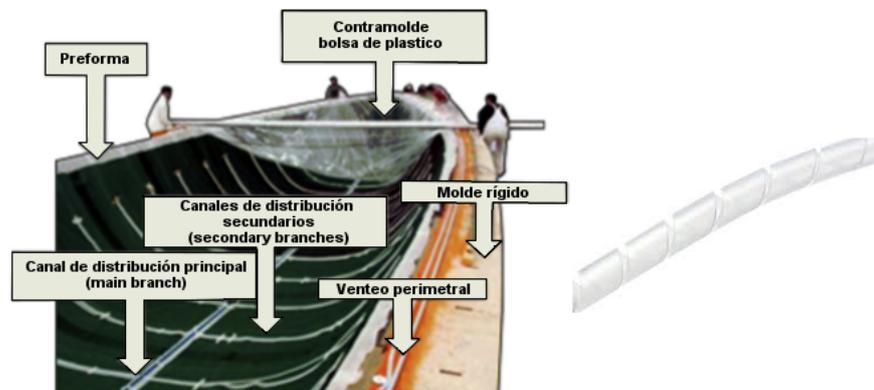


Figura 16: (izquierda) Ejemplo real del proceso *Resin Infusion (RI)* donde podemos identificar los canales de inyección y otros elementos necesarios para conformar la pieza final. (derecha) tubo, lámina en espiral

Los tubos o canales de inyección son colocados usualmente en la parte de la pieza donde la calidad de acabado es irrelevante. El proceso de infusión de resina es usualmente lento debido al bajo gradiente de presiones y al gran tamaño de las geometrías a infundir. Por esta razón es necesario incorporar canales secundarios de inyección, con el fin de reducir los tiempos del ciclo de llenado.

La figura 16 muestra la disposición del canal de distribución principal o *main branch* y los canales de distribución secundarios o *secondary branches*, para llenar un bote de 11.8 m de longitud. Un llenado como el mostrado en la figura tarda en completarse 195 min. Los tubos en forma de espiral, son los habitualmente utilizados como canales de distribución o inyección. La figura 16 (derecha) muestra uno de estos tubos ranurados en espiral. Son tubos de plástico conformados a partir de una lámina enrollada en espiral. La resina fluye mucho más rápido dentro de este que por la preforma. Cuando la resina ha llena-

do el interior del tubo o canal, este comienza a impregnar la preforma saliendo por los espacios dejados por la espiral.

La elección óptima para la forma y localización de estos canales de inyección son clave en la consecución final del proceso. El interés por esta problemática lo encontramos reflejado en la literatura científica, donde aparecen propuestas sobre algoritmos de optimización basados en simulación por FE, acoplados a algoritmos genéticos. Aparecen, principalmente, muchas más propuestas enfocadas a problemas RTM. Estos algoritmos exhiben tiempos de computación del orden de horas para encontrar una solución aceptable. La investigación se ha movido hacia propuestas alternativas a la simulación FE, basadas en diseñar algoritmos genéticos.

En [28] se propone el uso de redes neuronales como posible alternativa a la simulación. En otras referencias como [9, 29], utiliza la distancia entre nodos de malla como aproximación para establecer tiempos de llenado. En [30, 31] son introducidos métodos basados en el gradiente para mejorar los algoritmos genéticos. En [32] encontramos una propuesta para reemplazar los algoritmos genéticos por una técnica *branch and bound* (ramificación y poda). Finalmente otra posibilidad, encontrada en la literatura, está basada en búsquedas exhaustivas, así [33] propone la búsqueda de todas las posibles posiciones para los nodos de venteo y después computar las probabilidades de cada uno de ellos. Este algoritmo fue el combinado en [34] con la técnica *branch and bound*.

En todos los casos, la función objetivo está basada en la consecución de premisas como: reducción de los tiempos de llenado, prevención de áreas secas, curado homogéneo, etc. Estos índices son conocidos como *Process Performance Index (PPI)*. En los algoritmos de optimización propuestos en [9, 31-35], los parámetros de optimización son los tiempos de llenado y la prevención de áreas secas. En [36] es introducido un índice con el mismo objetivo que los propuestos en [35, 36], sin embargo la prevención de áreas secas es corregida con la orientación del flujo respecto al venteo. Este índice fue propuesto en [37] con la inclusión del tiempo de incubación como parámetro.

La mayoría de los algoritmos de optimización propuestos en la literatura están focalizados en resolver la localización del par inyección venteo en procesos RTM, [9, 28-35, 38, 39]. Con excepción de [29, 39] que contienen optimización para procesos de molde flexible y figuras complejas como la mostrada en la figura 16.

El objetivo de los algoritmos de optimización en procesos LRI es el mismo que en RTM: el frente debe de alcanzar el venteo al mismo tiempo y el tiempo de llenado debe de reducirse al máximo. Revisada la literatura expuesta anteriormente, no encontramos una herramienta para computar eficientemente el problema de la elección de los canales de inyección para procesos LRI. La razón principal radica en que para estos procesos los puntos de inyección adoptan complejas confi-

guraciones y por tanto requieren optimizaciones precisas para todas las posibilidades de llenado. Sin embargo la industria y en particular los grupos expertos, tienen la habilidad de diseñar la distribución de canales de inyección proporcionando resultados increíbles. Estos expertos utilizan una metodología basada en ensayo error y su larga experiencia para obtener un canal de distribución óptimo como el mostrado en la figura 16.

El objetivo de los trabajos previos,[23, 40], de nuestro grupo de investigación, fue obtener una herramienta para computar la distribución de canales de inyección utilizando los criterios manejados por los grupos de expertos, y alcanzar soluciones equivalentes de forma automática y aceptable desde el punto de vista computacional.

La propuesta contempla el canal de distribución óptimo dividido en dos partes: por un lado el *main branch* (canal principal) y por otro los *secondary branches* (canales secundarios), tal y como presentamos en la figura 16. El *canal principal* viene determinado mediante la aplicación de una triangulación *Delaunay* de la superficie. Normalmente, el venteo, ocupa el perímetro del molde y es el lugar desde donde aplicamos la presión de vacío a la pieza, con lo cual, este debe constituir la última línea alcanzada por el flujo de resina. El algoritmo de triangulación encuentra los centros de circunferencias tangentes al menos a tres puntos del contorno o venteo, tal y como muestra la figura 17.

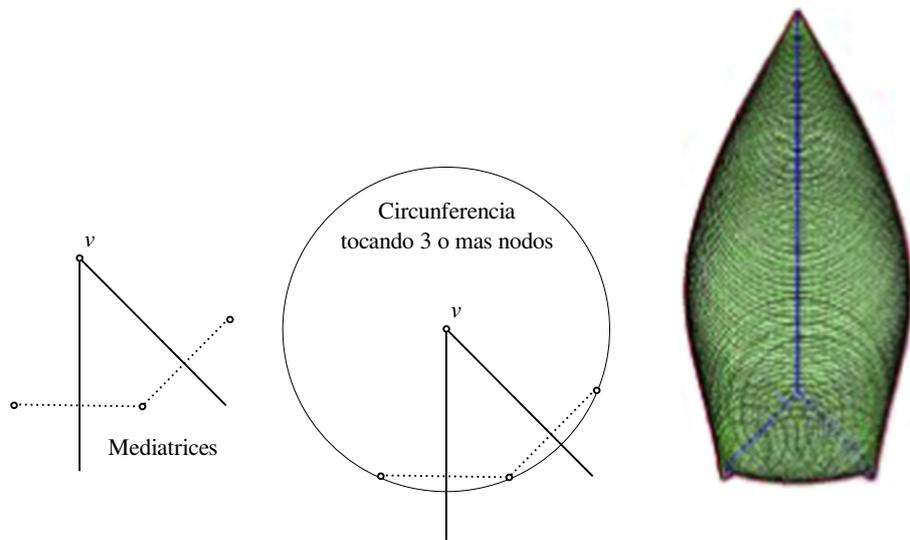


Figura 17: Obtención del *main branch* (canal principal) (izquierda). Resultado para el caso particular de el bote. (derecha)

Este esquema en el que aparece un *canal principal* fue propuesto en [23, 40], apoyándose igualmente en el uso de *canales secundarios*. Para la creación de canales secundarios buscamos la equidista al menos de dos puntos del contorno. Entonces trazamos la mediatriz a estos dos puntos del contorno, sobre esta mediatriz seleccionamos el centro

tangente ahora a dos puntos del contorno y uno del canal principal. El canal secundario queda definido entonces desde este punto hasta la intersección de la circunferencia con el canal principal, ver figura 18.

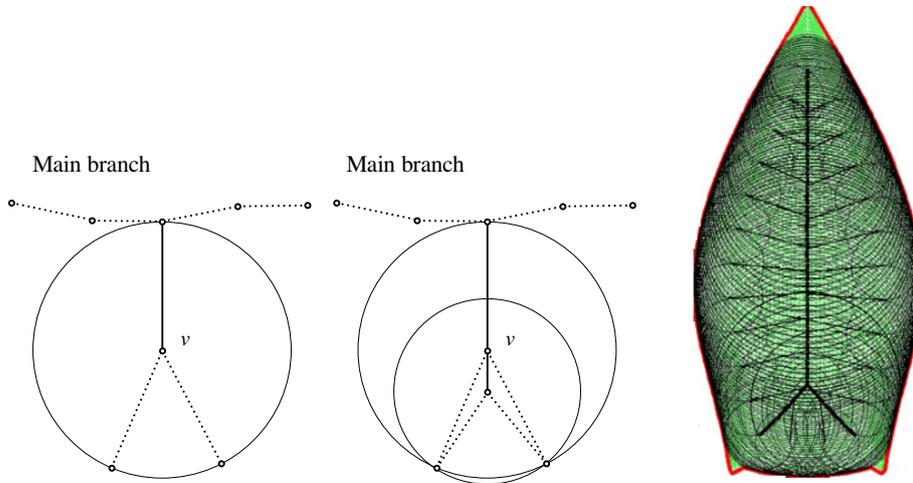


Figura 18: Obtención de los *secondary branch* (canales secundarios)(izquierda). Resultado para el caso particular de el bote. (derecha)

El principal objetivo de esta sección es por tanto, desarrollar una herramienta numérica basada en conceptos geométricos como los expuestos anteriormente y utilizarla como indicador en la fase de diseño de la estrategia de inyección. Estos indicadores numéricos están basados en la idea de equidistancia de los puntos del frente al venteo, tan pronto alcancemos esta situación, mejor aseguramos la llegada del flujo de resina simultáneamente al venteo en todos sus puntos y en consecuencia el proceso de llenado será óptimo.

4.1.2 Objetivo y problemática

La simulación computacional en procesos LCM es muy costosa debido a la necesidad de precisión en la solución de las ecuaciones del flujo durante el llenado del molde. Los tiempo de computación son largos y por lo tanto no compatibles con estándares de diseño y optimización. Así mismo, los controles de proceso basados en simulación física requieren de decisiones rápidas y no aplazables sobre el proceso.

El objetivo planteado entonces por esta investigación, tal y como publico nuestro grupo anteriormente en [23, 37, 40] es desarrollar una herramienta computacional que pueda proveer al diseñador de una estrategia válida de diseño para los canales de inyección. Posiblemente, la estrategia propuesta contendrá pérdida de precisión, pero por contra supondrá ordenes de magnitud más rápida en relación a simulaciones físicas estándar. Nuestro objetivo no pasa por sustituir estas simulaciones, pero sí, el proveer al diseñador de una herramienta en

tiempo real para sugerir diseños de canales de inyección y venteo cercanos al óptimo.

La metodología presentada pasa por validar la propuesta en una simulación física estándar pero en este caso sin la necesidad de iteraciones ensayo error sobre la estrategia de llenado, puesto que esta simulación comienza por una propuesta cercana al óptimo.

Esta herramienta para el diseño de canales de inyección está basada en las siguientes premisas:

- La permeabilidad como parámetro uniforme; homogéneo e isotropo para las preformas de fibra y alcanzar entonces la correspondencia entre distancia y tiempo de llenado.
- La evolución desde los puntos de venteo determinará la localización de los puntos de inyección. Estos conformarán los puntos más alejados del contorno, de esta forma nos acercamos al concepto de *medial axis* de la pieza.

Estas premisas pueden ser modificadas en casos particulares para los cuales la pieza disponga: huecos, obstáculos o heterogeneidades en la distribución de permeabilidad.

El trabajo, expuesto en esta sección, está inspirado en el concepto del *medial axis* (eje medio o esqueleto topológico) [41]. La propuesta numérica proporciona un *campo de distancias* de cada punto x del dominio a la línea de venteo. Utilizando, por lo tanto, conceptos geométricos estimamos los canales de inyección para el proceso particular seleccionado de infusión. El procedimiento expuesto proporciona una solución de canales de inyección inicial, muy cercana al óptimo, acompañada de una simulación física del proceso, validamos el diseño de los canales de distribución.

Es importante notar que la técnica expuesta está basada en asunciones geométricas. La solución obtenida, ciertamente perderá precisión respecto al estado actual de las simulaciones físicas numéricas pero; será mucho más rápida y evitará numerosas tentativas ensayo error, propias de procesos de simulación. Proporcionamos por lo tanto una solución muy cercana al óptimo, que pasada a la simulación física final, en fase de validación redundará en un ahorro de tiempo computacional con respecto a los procesos actuales de diseño de canales de inyección.

Primero introduciremos el algoritmo basado en el uso del Level Set para RI con el objetivo de computar los indicadores geométricos adecuados para posicionar los canales de inyección.

4.1.3 Computación del campo de distancias

Basándonos en las premisas expuestas en el apartado anterior, el método Fast Marching proporciona el *campo de distancias* desde el venteo de la pieza a cada punto del dominio. Una forma sencilla

de computar este *campo de distancias* la encontramos expuesta en el capítulo 3 **MODELADO MATEMÁTICO MEDIANTE LEVEL SET DE LA PROPAGACIÓN DE INTERFASES**, tomada desde [19].

La evolución del campo escalar ϕ , cuyo corte por el nivel 0, proporciona la posición del frente, puede computarse en forma escalar tal como indicamos en (3-3).

$$\phi_t + v_n |\nabla \phi| = 0$$

Con la velocidad v_n normal la curva que representa al frente.

Como resultado final de este algoritmo Fast Marching, calculamos el campo escalar, $T(\mathbf{x})$ para todos los puntos del dominio $\mathbf{x} \in \Omega$, por tanto, para todo punto de la pieza. El valor de la función en cada punto representa el tiempo de llegada del frente a este. El desplazamiento de la función ϕ y sus cortes en el nivel 0 proporciona este campo escalar o *función distancia* $T(\mathbf{x})$.

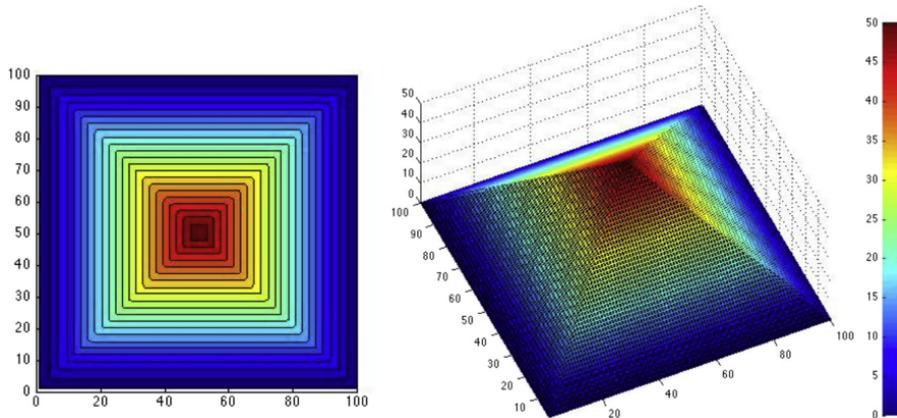


Figura 19: *Función distancia* $T(\mathbf{x})$ computada desde contorno, venteo, hacia el interior de la pieza.

La figura 19 muestra un ejemplo de esta *función distancia* computada sobre un dominio cuadrado. La referencia para este cálculo, distancia 0 está localizada en la posición de venteo $\Gamma(\mathbf{x}_{vent})$ y corresponde al perímetro. Expresado de otra forma: $T(\mathbf{x}_{vent}) = 0$. A la vista del resultado de la figura 19, podemos apreciar un máximo en el centro de gravedad de la pieza, con un valor de 50 ud, tal y como esperaríamos de forma intuitiva.

Este campo escalar o *función distancia* $T(\mathbf{x})$, no proporciona, en principio, ningún resultado por si mismo. Podríamos inferir que la inyección de resina desde el centro del cuadrado produciría en el caso homogéneo e isótropo un frente circular centrado en este punto pero este resultado dista mucho de la solución óptima para el problema en cuestión.

Por contra, el *medial axis* del contorno de este cuadrado, definido a partir de los centros de circunferencias que tienen más de un punto

tangentes al contorno, serían los puntos candidatos en la definición del canal de inyección o distribución. Vemos a continuación una forma rápida, partiendo de la información proporcionada por el *campo de distancias*, de computar este *medial axis*.

4.1.4 Edge Pattern

Con el objetivo de computar el *medial axis* del contorno de una pieza, presentamos en este trabajo el operador laplaciano aplicado a la *función distancia*, $\Lambda = T_{xx} + T_{yy}$. Este operador implica computar segundas derivadas sobre el campo escalar, y por lo tanto identifica cambios en la curvatura de la superficie. La figura 20 muestra el resultado $\Lambda(x)$. Este operador aplicado sobre el campo escalar anterior, proporciona un nuevo campo escalar $\Lambda(x)$, y tal como podemos apreciar en la figura 20, nos sirve para identificar el *medial axis*. En caso de disponer una permeabilidad homogénea en el dominio representará los puntos equidistantes al menos a dos del contorno.

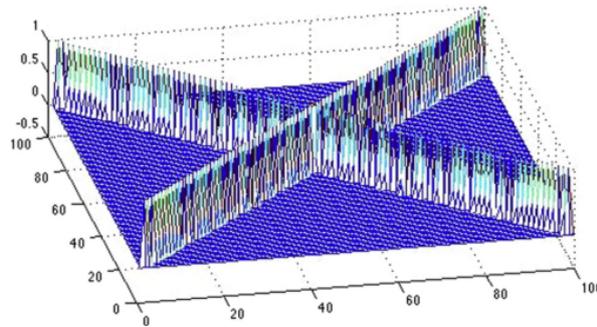


Figura 20: Función $\Lambda(x)$ *edge pattern* obtenida a partir de la función distancia representada en la figura 19

En caso de tener cambios en la permeabilidad de la preforma, como puedan ser refuerzos en la pieza, afectarían a la evolución del frente y por tanto al campo de velocidades. Estos cambios deben ser tenidos en cuenta para la obtención del *medial axis*. A este efecto, propondremos un algoritmo alternativo para computar el *medial axis equivalente* que tenga en cuenta estos cambios en la permeabilidad a lo largo de la pieza, sección 4.5.

4.1.5 Aplicación

Mostramos las capacidades de la técnica propuesta presentando en esta sección un algoritmo para computar una estrategia particular en diseño de canales de inyección para procesos RI. Comenzamos utilizando la *función distancia*, calculada con Level Set y el potencial de los indicadores geométricos definidos anteriormente para una pieza

2D. La técnica expuesta, al igual que Level Set esta disponible para geometrías más complejas en dimensión.

Definimos una estrategia de llenado para moldes de RI bajo las siguientes consideraciones; geométricas, de propiedades materiales, dispositivos disponibles u objetivos de optimización (principalmente económicos o calidad de la pieza).

En el trabajo presentado en esta sección opta establecer una estrategia que damos en denominar como *one shot*. Esta consta de un canal de inyección único y conectado. Otras posibilidades como llenados secuenciales o líneas de inyección no conectadas no han sido consideradas para poder focalizarnos en el potencial del método en la resolución de un problema particular y serán analizadas en el futuro. Sin embargo otras estrategias siendo igualmente válidas, no convergerán en este ejemplo, porque utilicen otro tipo de restricciones, pero pueden ser contrastadas utilizando los mismos criterios de *campo de distancias* y *edge pateren*.

El ejemplo de aplicación descrito a continuación, muestra en cinco pasos las capacidades del procedimiento; definiendo un *main branch* y los *secondari branch* del esquema de canales de inyección. Para esto nos apoyamos en los indicadores *campo de distancias* $T(\mathbf{x})$ y el *edge pattern* $\Lambda(\mathbf{x})$.

4.1.5.1 Ejemplo de aplicación *one shot* con distribución de canales conectados y *secondari branches*

Preservando las asunciones realizadas en el apartado 4.1.2, ponemos en marcha el procedimiento para el ejemplo mostrado en la figura 21. Suponemos la línea de venteo, línea de vacío, localizada sobre el contorno rectangular (marcada en azul oscuro en la figura 21). Disponemos un obstáculo interior (arriba a la izquierda) definido como un hueco en la pieza, consideramos este caso particular como parte de la línea de venteo.

Otra estrategia posible, podría considerar el mismo como una parte a rellenar, mecanizada finalmente como hueco en una fase de post proceso. La pieza muestra dos partes diferenciadas por color azul y verde como regiones de diferente permeabilidad: una banda (verde) con una permeabilidad k_2 doble que el resto de la pieza $k_2 > k_1$. De esta forma ponemos en juego un flujo complejo con variación en el campo de velocidades.

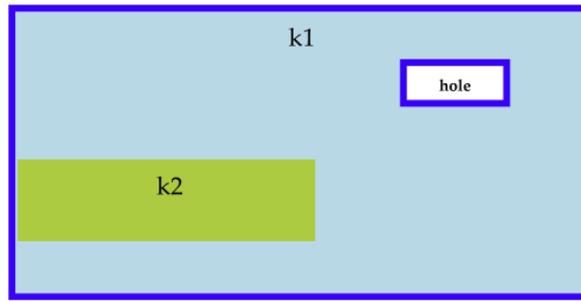


Figura 21: Geometría ejemplo con diferentes textiles. Las permeabilidades diferentes consideradas marcadas con colores verde y azul, la línea azul oscuro indica las líneas de venteo.

Paso 1. Computamos el *campo de distancias* $T(x)$ tomando como referencia o distancia 0, el propio venteo correspondiéndose al contorno perimetral. Como resultado obtenemos el *campo de distancias* para toda la pieza.

Las figuras 22 y 23, muestran la distancia de cada punto del dominio al venteo. Interpretamos a partir de la correspondencia entre distancia y tiempo llegada del frente, desde la línea de contorno a cada isolínea definida por el campo escalar. El resultado muestra así las curvas de isodistancia a venteo, por lo tanto cada isolínea tiene el mismo valor de distancia y las más cercanas están representadas por color azul, las más alejadas por color rojo. El cálculo se ha realizado mediante Level Set, introducido en el capítulo 3 **MODELADO MATEMÁTICO MEDIANTE LEVEL SET DE LA PROPAGACIÓN DE INTERFASES**.

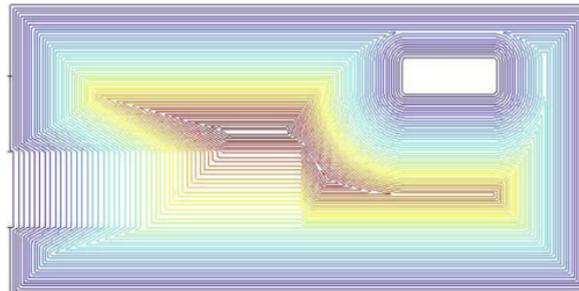


Figura 22: *Función distancia* o *campo de distancias* $T(x)$ computado hacia el interior desde la línea de venteo localizada en el contorno y el hueco (obstáculo).

Hay dos característica geométrica a resaltar referentes a: el hueco definido y la diferente permeabilidad de la pieza. De la primera característica, el hueco localizado en la esquina superior derecha de la pieza, puntualizamos la estrategia escogida por la cual está definido como una línea de venteo. Esto implica que forma parte de la referencia 0 en distancia así que los puntos de la pieza también lo toman

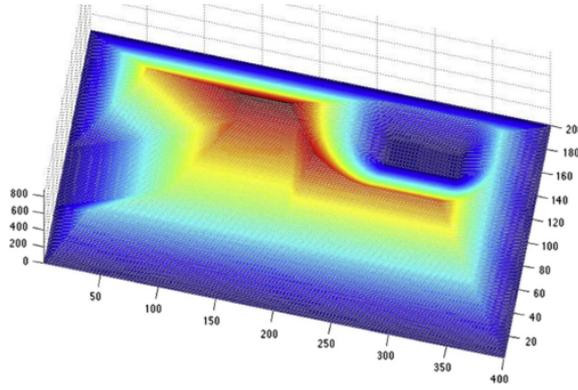


Figura 23: Representación en tres dimensiones de la *función distancia* $T(\mathbf{x})$.

como inicio. Observamos claramente en la figura 22, como forma un valle. El método de cálculo de distancias se muestra robusto para tratar con dominios *no simply connected* (no simplemente conexos) topológicamente hablando. Estos huecos u obstáculos son candidatos a producir encuentros de flujo y posibles *fenómenos isla* o ausencia de resina en la preforma.

En los procesos RI disponemos de dos opciones para solucionar este problema: la primera pasa por incorporar estos obstáculos como línea de inyección y la segunda, como mostramos en nuestro ejemplo, incorporar el obstáculo a la línea de venteo. Las dos soluciones evitan realizar cortes mecanizados de la pieza en post proceso.

La segunda característica importante a resaltar es el tratamiento de la variación en permeabilidad para las dos regiones k_1 y k_2 . La segunda zona marcada en verde sobre la figura 21, proporciona una región con el doble de velocidad, con lo cual suponemos $|\nabla T| = 2$ sobre la ecuación de evolución. Por consiguiente el *campo de distancias* es afectado tal y como podemos comprobar observando la separación de las isolíneas o isodistancias en la figura 22.

Paso 2. Cálculo del *edge pattern* $\Lambda(\mathbf{x})$ a partir del *campo de distancias* $T(\mathbf{x})$ obtenido en el *paso 1*. Como resultado proporcionaremos el canal principal de distribución *main branch*.

Bajo las consideraciones anteriores, el problema de obtener el mejor canal de distribución para la incorporación de la resina a la preforma pasa a ser un problema geométrico resuelto con el *edge pattern* $\Lambda(\mathbf{x})$ el cual proporciona puntos tales que al menos equidistan a otros dos del venteo.

La figura 24 muestra el resultado *edge pattern* $\Lambda(\mathbf{x})$ para el caso en cuestión. Es importante hacer notar en este paso del proceso la no adecuación de la solución matemática *medial axis*, equivalentemente, el laplaciano $\Lambda(\mathbf{x})$, con el proceso real puesto que la curva alcanza puntos del propio venteo. Esto debe de ser corregido con una estrategia definida a partir del tiempo de llenado.

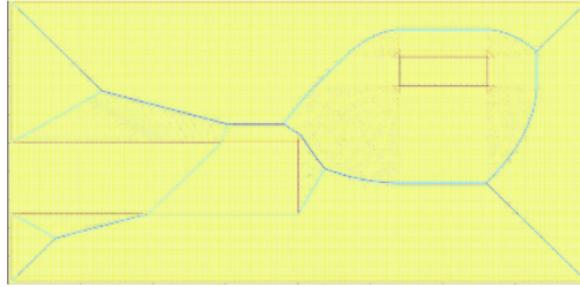


Figura 24: Función *edge pattern* $\Lambda(x)$ obtenida a partir del laplaciano de $T(x)$.

Es trivial entender la correspondencia entre la longitud del canal de distribución y el tiempo de llenado, contra más largo sea este canal menos tiempo de llenado. Pero por otro lado el proceso de fabricación necesitará más material para conformar el largo canal y una operación más complicada para implantar estos canales.

En nuestra propuesta, introducimos un parámetro τ por medio del cual establecer la mínima distancia entre el canal de inyección y el venteo, ver figura 25. La selección de la mínima distancia puede establecerse a partir de la isodistancia definida por el *campo de distancias* $T(x)$. El parámetro τ es ajustable obviamente hasta definir el compromiso requerido entre perder el mínimo de material o simplificar el canal y ganar tiempo de proceso. La optimización de este parámetro escapa al alcance del presente trabajo, es una decisión que dejamos en manos de los operadores finales del proceso. Nos centramos únicamente las posibilidades del Level Set y los indicadores proporcionados.

La solución aportada no ha establecido condición alguna sobre este parámetro, únicamente sentamos bases indicando cual es su relación con el siguiente paso. La figura 26 muestra el canal principal seleccionado finalmente marcado en azul.

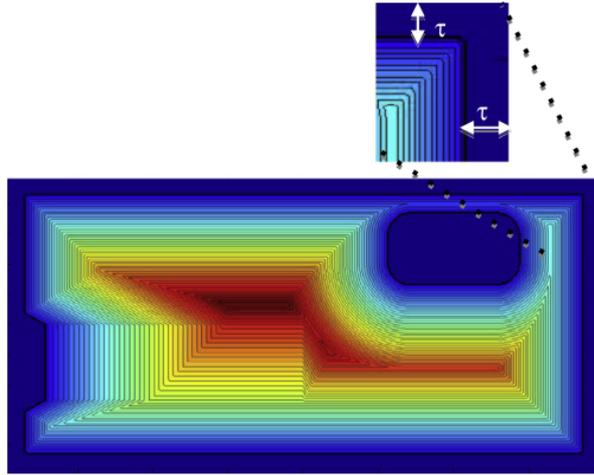


Figura 25: Función distancia $T(\mathbf{x})$ y parámetro τ relacionado con el tiempo total de llenado.

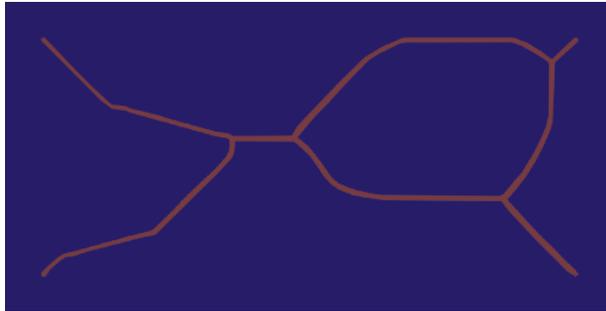


Figura 26: Distribución del canal principal de inyección *main branch*.

Paso 3. Definición preliminar de los canales secundarios evitando áreas secas e imponiendo llegada uniforme a venteo.

Una estrategia de llenado adecuada pasa por asegurar la distribución de los canales de inyección de forma que el flujo de resina alcance la línea de venteo lo más uniformemente posible evitando; encuentros de flujo y zonas sin impregnación. Los puntos pertenecientes al *canal principal*, definido anteriormente, no equidistan al venteo, o lo que es lo mismo, sobre la figura 23, los puntos sobre la cresta de la figura tiene distinta distancia al venteo. Este es el motivo por el cual necesitamos incorporar *ramas secundarias* sin complicar en exceso la estructura del canal de distribución. Estas nos dan igualmente solución para las zonas en riesgo de quedar sin impregnación o efecto isla.

El *main branch* definido en el paso anterior junto al parámetro τ , secciona nuestra pieza en regiones independientes, tal y como indicamos con diferentes colores en la figura 27. Para generar las ramas secundarias de inyección, calculamos un segundo campo de distancias $T_2(\mathbf{x})$, ahora lanzado desde el interior, la primera propuesta de canal principal, mostrado en la figura 26, hacia el exterior. Utiliza-

mos, esta vez, como origen, nivel o en distancia, el *main branch* o *canal principal* obteniendo el campo de distancias mostrado en la figura 28

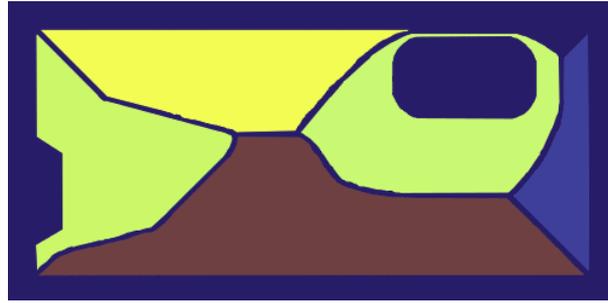


Figura 27: Regiones independientes definidas por el *canal principal*, *main branch*, y el parámetro τ

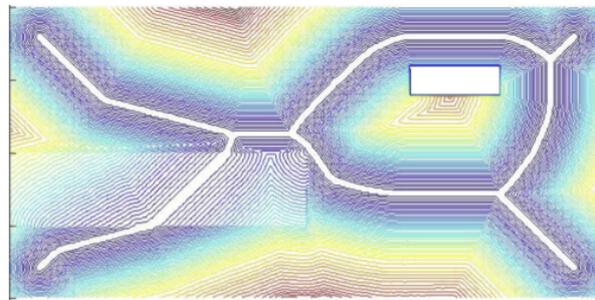


Figura 28: *Función distancia* $T_2(x)$ calculada con origen de distancia en el *main branch*, evolucionando hacia el venteo.

Este segundo *campo de distancias* $T_2(x)$ proporciona: intuitivamente y de forma aproximada, la forma del flujo de resina al evolucionar sobre la pieza. Recordamos que cada isolínea de este campo está relacionada con el tiempo de llegada del frente a esos puntos de la curva. La figura 28, muestra el mismo código de colores utilizado anteriormente: azul para tiempos pequeños y rojo para tiempos largos, de un flujo iniciado desde la tentativa de canal de inyección.

Comprobamos como la línea de contorno, corta a las isolíneas y estas son diferentes con lo cual podemos concluir que el flujo no llegará al mismo tiempo a todo el perímetro. Es necesario establecer *ramas secundarias* en cada región tal como definimos en la figura 29

Computamos los *canales secundarios* utilizando las *líneas de corriente* del campo escalar representado por la *función distancia* $T_2(x)$. Al igual que con el *medial axis*, estas líneas de corriente tocan la línea de venteo y por tanto debemos corregirlas con el parámetro τ . Lógicamente interceptan, por otro lado, con el *canal principal* de donde partieron.

Debemos, de nuevo, generar un criterio de separación entre los *canales secundarios* definidos a partir de las líneas de corriente. Como ya comentamos en apartados anteriores la elección de esta separación debe atender a criterios de optimización dependientes del operador

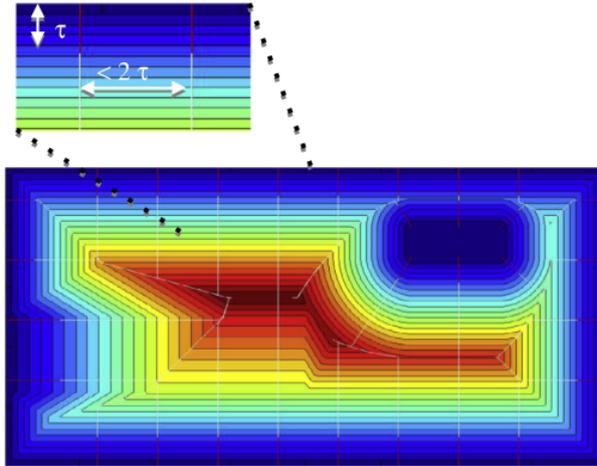


Figura 29: Líneas de corriente del *campo de distancias* $T_2(\mathbf{x})$ utilizados para la generación de *canales secundarios*

final del proceso. Para nuestro caso particular, consideramos una separación entre canales secundarios de nuestra pieza regularmente separadas a una distancia definida como el doble de τ , ver figuras 29 y 30. Esta última muestran la solución particular adoptada.

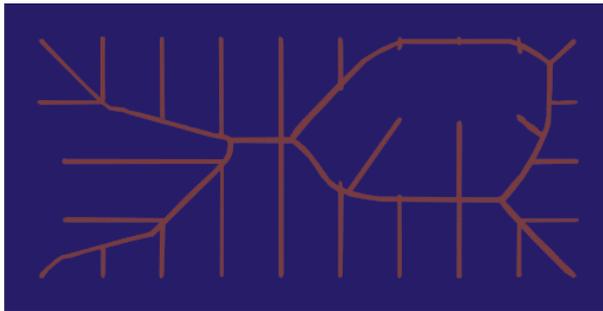


Figura 30: Esquema preliminar del canal de distribución propuesto compuesto de canal principal y secundarios

Paso 4. Definición de ramas secundarias adicionales para evitar zonas sin impregnación y orientación adecuada del flujo.

Con la introducción de canales secundarios obtenemos una nueva distribución de zonas independientes mostradas en la figura 31. Nuevamente calculamos el *campo de distancias* $T_3(\mathbf{x})$ tomando ahora como inicio y nivel 0, la configuración de canales de distribución resultado del paso anterior, figura 32. Con una simple inspección de la figura, encontramos las zonas isla candidatas a quedar sin impregnación. El cierre del frente, dejando una zona desconectada de la presión de vacío es el motivo por el que aparece este efecto.

La solución pasa por añadir nuevas ramas secundarias a la propuesta anterior. Estos nuevos canales de distribución únicamente aparecerán en las regiones afectadas, tal y como mostramos en la figura 33. Este *paso 4*, itera hasta lograr eliminar el problema de regiones sin

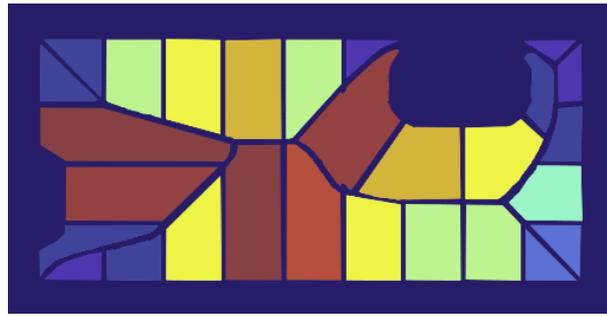


Figura 31: Regiones independientes definidas por el canal de distribución propuesto y el parámetro τ

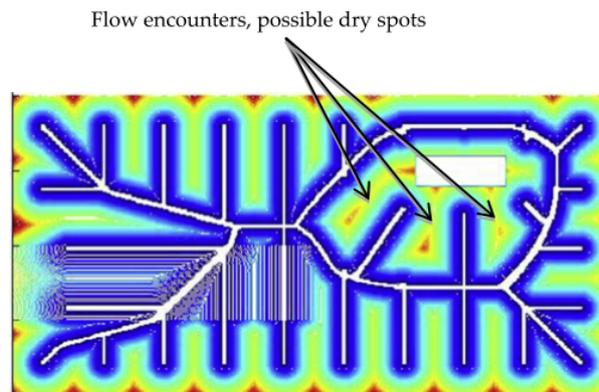


Figura 32: *Función distancia* $T_3(x)$ computada hacia fuera desde la propuesta anterior de canales de distribución.

impregnación. Las figuras 34 y 35 muestran finalmente la propuesta de canales de distribución definitivas.

Paso 5. Simulación física de validación.

El procedimiento descrito en los pasos previos itera hasta conseguir el esquema de canales de distribución continuo preservando las asunciones hechas para RI. El diseño expuesto ha tenido un coste en tiempo computacional del orden de 100 segundos y con un requerimiento en hardware al alcance de cualquier equipo de escritorio actual. La configuración de canales propuesta es la utilizada como punto de partida en una simulación física completa, realizada, en nuestro caso, con una aproximación *Finite Elements-Control Volume (FE-CV)* [22].

Existen diferentes desarrollos [42-44], o software comercial para llevar a cabo la apropiada simulación física numérica. Obviamente, para estas simulaciones, necesitamos introducir las propiedades características de los materiales y la geometría final de la pieza y los canales de distribución, evaluando ahora cuantitativamente la configuración del proceso de conformado final. Esta parte queda fuera del alcance de la investigación propuesta.

La figura 36 muestra la distribución de presión, con una simulación de flujo Darcy, como ejemplo de validación del diseño de canales de

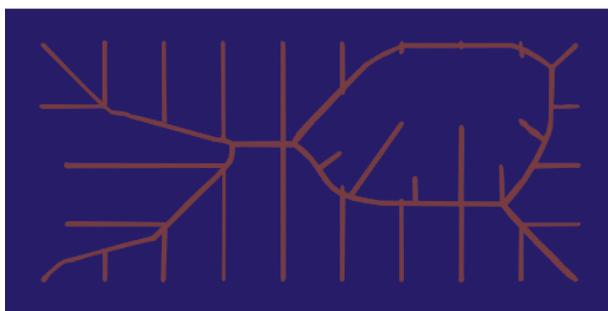


Figura 33: Propuesta final de canales de distribución dispuestos con: canal principal y canales secundarios de tal forma que evitan las zonas sin impregnación.

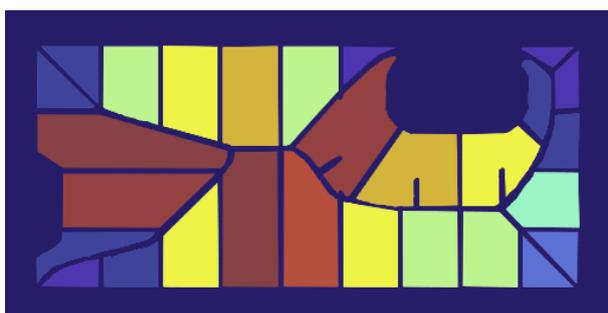


Figura 34: Regiones independientes obtenidas desde los canales de distribución de la propuesta final.

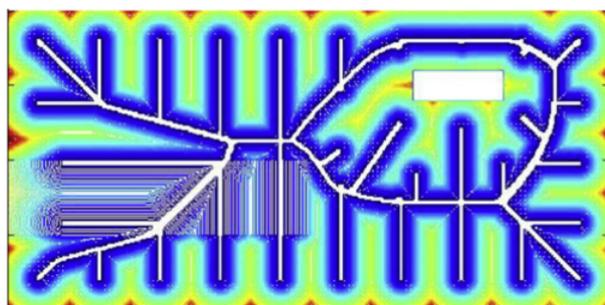


Figura 35: Campo de distancias final $T_3(x)$ computada hacia fuera desde la propuesta final de canales de distribución, podemos observar la no existencia de zonas sin impregnación y la llegada casi simultánea al venteo.

distribución propuesto. Notamos como el flujo alcanza casi uniformemente la línea de venteo sin producir zonas secas.

4.1.6 Conclusiones

En RI, la progresión del flujo esta principalmente condicionada por: el punto inicial de inyección, la localización de la línea de venteo y la permeabilidad de la preforma textil que conforma el molde.

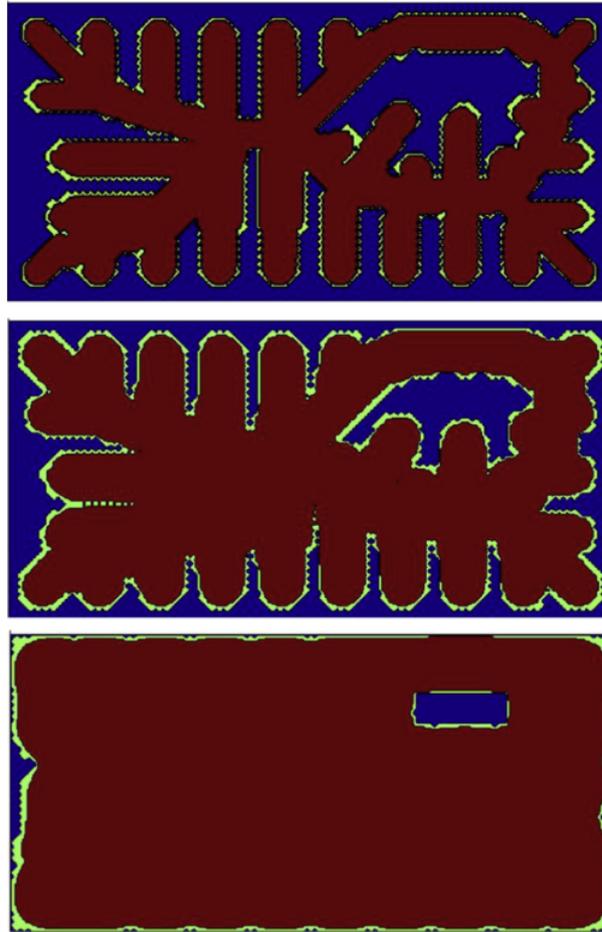


Figura 36: Evolución del flujo en tres tiempos diferentes utilizando el canal de distribución propuesto en el *paso 4* figura 33.

En esta sección modelamos una aproximación para **RI** basada en consideraciones geométricas como el campo de distancias. Constituímos por lo tanto el cuerpo de una herramienta numérica destinada a proponer estrategia rápida y realizable sobre el diseño de canales de distribución para la pieza.

Esta técnica trata la evolución del flujo de resina de una manera simple permitiendo así un diseño rápido destinado a predecir el comportamiento para diferentes procesos y condiciones materiales. Con este diseño damos un buen avance a las simulaciones físicas y obtenemos así, una fabricación de piezas más precisa y de validación más rápida. Constituímos, por lo tanto, un punto de inicio aceptable para el proceso de diseño.

Level Set muestra por lo tanto sus capacidades para modelizar la evolución de frentes en procesos de **RI**. En la sección desarrollamos un algoritmo para el cálculo sobre una estrategia particular alcanzando un diseño óptimo de canales de distribución. La estrategia presentada parte de la premisa de llenado *one shot*, con un canal de distribución continuo. La principal limitación del ejemplo explicativo está en omi-

tir el espesor del flujo, este podría ser más importante en los refuerzos de la pieza y por lo tanto no mostramos las capacidades sobre topologías \mathbb{R}^3 y la anisotropía de la permeabilidad. En estos casos, la permeabilidad debe de ser tratada como magnitud tensorial y por lo tanto el campo de velocidades utilizado debería recoger esta característica. Estas y otras posibilidades serán desarrolladas en secciones posteriores.

4.2 MARCO COMPUTACIONAL PARA LA CARACTERIZACIÓN DEL MEDIO MATERIAL MEDIANTE LEVEL SET Y AV

4.2.1 *Introducción*

El grupo de procesos industriales de fabricación LCM está ampliamente extendido tal y como expusimos en el capítulo 1 **INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES**. Actualmente está creciendo el uso de AV para procesos LCM siempre que uno de los moldes sea semitransparente o transparente. Procesos como VARTM o RI presentan esta característica. La presente sección centra su exposición en procesos RI para los cuales disponemos de una cara transparente conformada por una lámina flexible. RI puede operara para moldes abiertos de bajo coste, con bolsas de vacío como contramolde responsables de mantener las condiciones de baja presión necesarias para la evolución del flujo de resina. Trabajos previos de nuestro equipo [46] enlazaron los marcos virtual (computacional) y real (tecnológico o de proceso), por lo tanto, AV debería asociar las técnicas y algoritmos con el óptimo computacional obtenidos por la información de la capa de sensorización.

El proceso RI utiliza una depresión para conducir la resina entre el laminado o preforma que configurarán la pieza final. La preforma, normalmente textil, se depositada en seco dentro del molde, el vacío aplicado después al interior del molde introduce la resina impregnando y rellenando la cavidad creada entre moldes. Una vez alcanzada la diferencia de presión adecuada entre el fluido a la entrada y el vacío la resina se introduce en el laminado mediante un sistema de tubos. La figura 37 muestra el diagrama de este proceso.

Podemos reconocer la viabilidad y aceptable consecución de un proceso RI a partir de la observación de los frentes de avance conformados por el flujo de resina impregnando la preforma. Dicho frente de avance debe de seguir una deformación continua orientado hacia el venteo gracias a la presión de vacío que arrastra desde dicha línea. Es importante mantener libre el espacio hasta esta línea de venteo evitando que esta deformación del frente cierre sobre si misma y produzca zonas sin presión de vacío y por lo tanto faltas en la impregnación.

La forma del frente de avance está directamente condicionada, inicialmente por la posición y estructura de los canales de distribución, finalmente también está afectada por las propiedades de la preforma y los obstáculos con los que se encuentre dicho frente.

El principal reto de esta investigaciones [27], [37], [9] es desarrollar herramientas computacionales para procesos LCM basadas en la geometría del frente. Resumimos, a continuación, las principales premisas para procesos LCM:

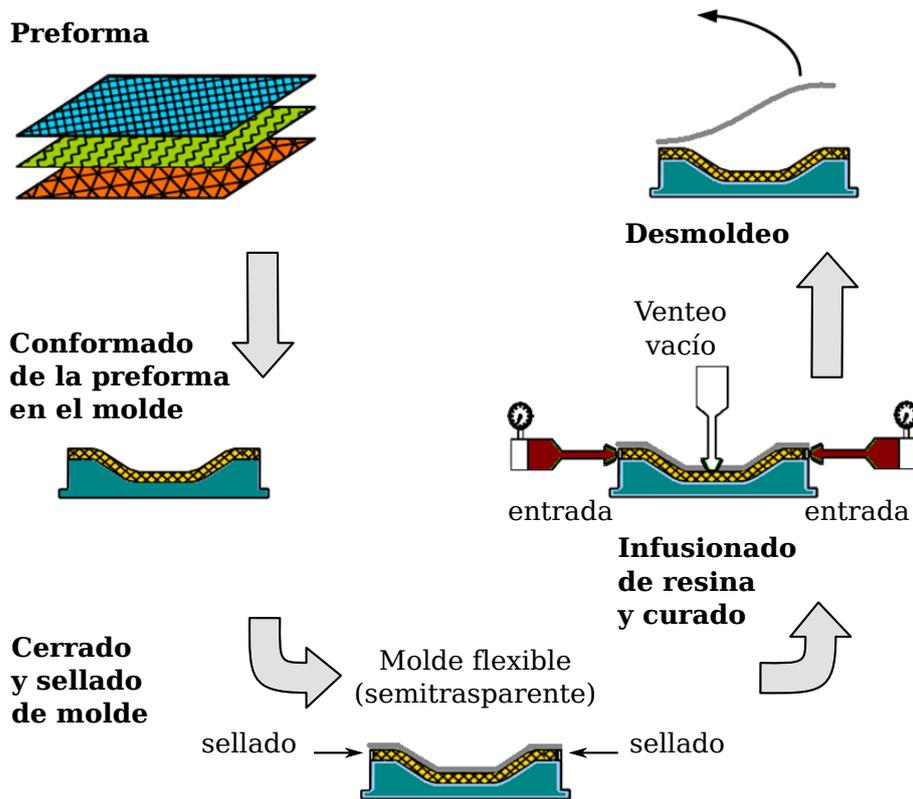


Figura 37: Esquema del proceso *Resin Infusion* (RI)

- El tiempo de llenado del proceso está directamente relacionado con las distancias recorridas por el frente de avance desde los canales de inyección hasta el venteo.
- La deformación necesaria para prevenir áreas secas imponen al frente de avance orientarse lo más paralelo posible al venteo para evitar encuentros o colisiones del flujo.

En términos de diseño y estrategias de control, para llevar a cabo el llenado completo y óptimo de la pieza conformada, el frente de avance puede ser monitorizado, seguido e interpretado. Un sistema computacional similar al expuesto en esta sección es el básico para realizar esta tarea. Propondremos una técnica numérica para computar la distancia aproximada de cada uno de los puntos pendientes de impregnar por el flujo hasta la línea de venteo. Obteniendo de esta forma un *campo de distancias* en base a conceptos geométricos. Este marco computacional y tecnológico hace uso, tal como introducíamos, de técnicas de AV.

4.2.2 Modelo geométrico basado en *Level Set*

Utilizamos, tal como indicamos en capítulo 3, *Level Set* en su forma escalar (3-3) para computar el *campo de distancias* de una determinada

pieza de composite. Una forma sencilla y rápida de obtener el *campo de distancias*, viene a través de Fast Marching, con el mínimo coste computacional.

La geometría del proceso RI en cuestión proporcionará una determinada *función distancia* $T(\mathbf{x})$ definida sobre todo el dominio. La figura 38 (izquierda) muestra un ejemplo de *función distancia* o *campo de distancias*, sobre un dominio rectangular \mathbb{R}^2 . Para este caso, el origen de distancias, está localizado en el centro geométrico de la pieza o dominio. Es fácilmente observable como los puntos de máxima distancia se corresponden a las esquinas de la figura.

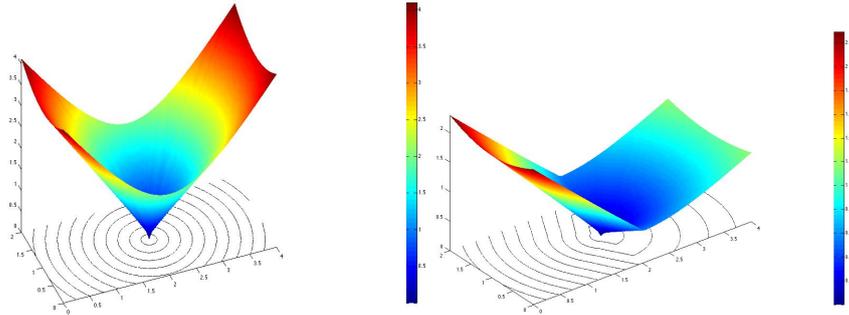


Figura 38: *Función distancia* $T(\mathbf{x})$ computada hacia fuera en un medio con permeabilidad isotrópica radial (izquierda) y anisótropo con permeabilidad variable (derecha).

Puesto que pueden existir variaciones en la permeabilidad debida a refuerzos en la preforma, esta alterará el campo de velocidades durante el proceso de llenado. La ecuación (3-3) debe tener en cuenta estas variaciones, imponiendo valores diferentes para el campo de velocidades v_n dependiendo del punto donde estén definidas estas variaciones. La figura 38 (derecha), muestra el resultado del *campo de distancias* para la misma geometría, pero considerando un valor de permeabilidad diferente a la derecha de la pieza. El resultado se ha obtenido utilizando un valor de v_n doble que a la izquierda.

4.2.2.1 *Campo de distancias para materiales anisotrópos*

Los refuerzos estructurales sobre las piezas de composites se consiguen utilizando diferentes configuraciones del textil en la preforma y por lo tanto constituyen el principal origen de anisotropía en la pieza. La evolución del flujo se verá afectada y por lo tanto modifica la forma del frente de avance de acuerdo a las diferencias de permeabilidad del textil que conforma la preforma. Los valores de permeabilidad de una preforma pueden definirse mediante diferentes procedimientos; como los expuestos desde, [47], donde encontramos un estudio para obtener *benchmark* (puntos de referencia) en la estandarización para medidas de permeabilidad. Tal y como fue testado en [46] la preforma anisótropa tiene influencia en el patrón de frentes obtenidos por

AV. La figura 39 muestra el esquema experimental con el cual recoger este patrón de frentes.

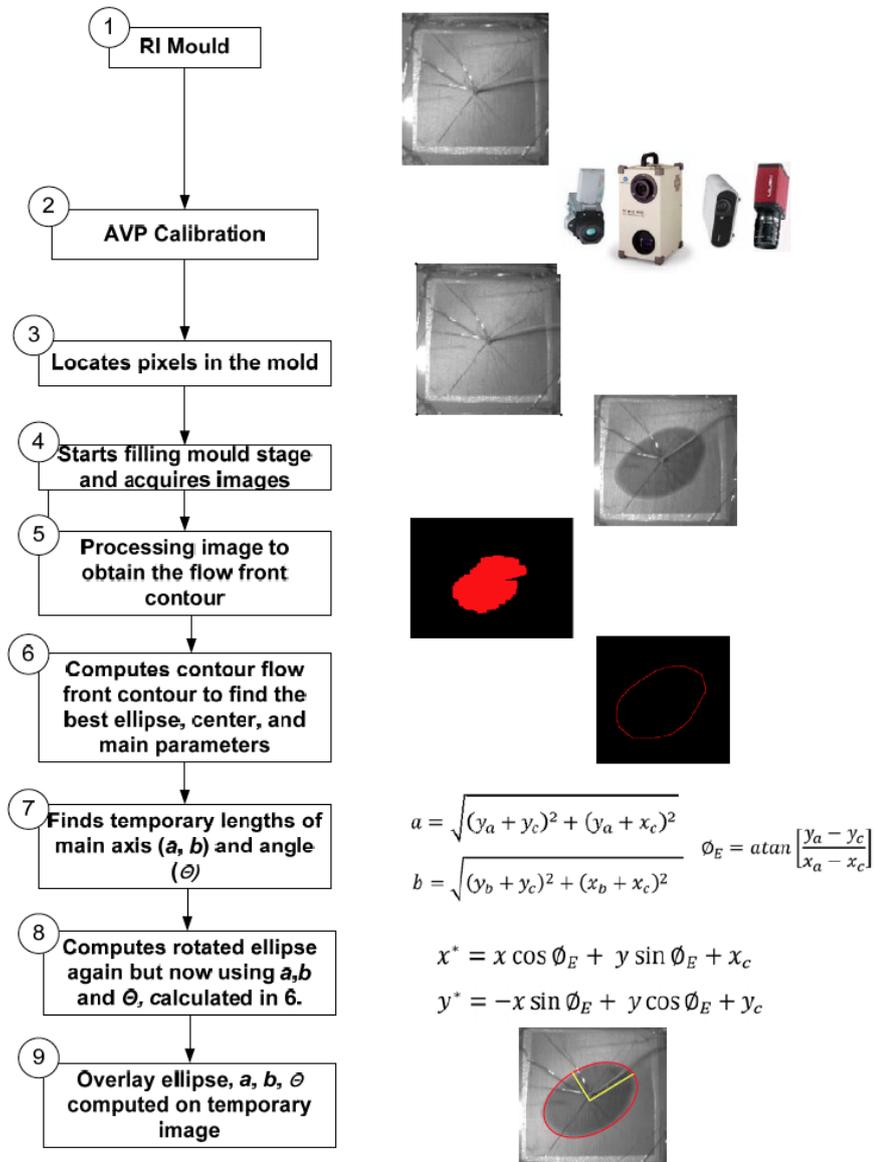


Figura 39: Paquete de AV para la obtención del patrón de frentes en la caracterización de medios anisotropos.

Por otro lado para recoger las variaciones anisotropas de la velocidad y computar así el *campo de distancias* $T(\mathbf{x})$ a partir de los cortes por nivel 0 de la función $\phi(\mathbf{x}, t)$, tal como explicamos en el capítulo 3, necesitamos redefinir de la ecuación (3-2) en forma matricial:

$$\phi_t + \mathbf{v} \cdot (\mathbf{M} \cdot \nabla \phi) = 0 \quad (4-1)$$

donde ahora M representa un tensor, estableciendo por tanto una rotación y reescalado o una deformación del espacio, tal y como se

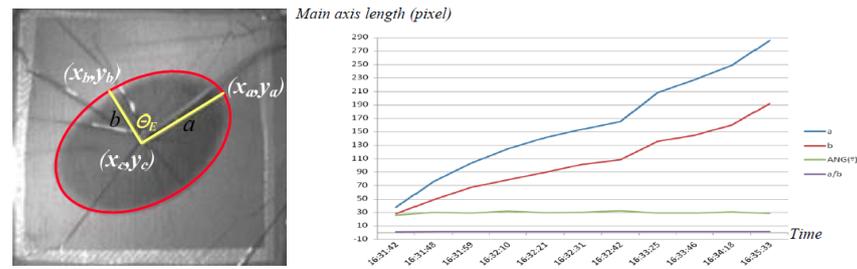


Figura 40: Caracterización experimental de un textil con permeabilidad anisótropa para un flujo 2D

puede apreciar en la figura 40. El resultado de la ecuación (4-1) proporciona entonces el *campo de distancias* calculado a partir de esta deformación espacial, la figura 41 muestra el resultado. El código de colores mostrado indica en azul distancias pequeñas y rojo las mayores sobre el mismo caso de una geometría rectangular pero ahora con medio anisótropo.

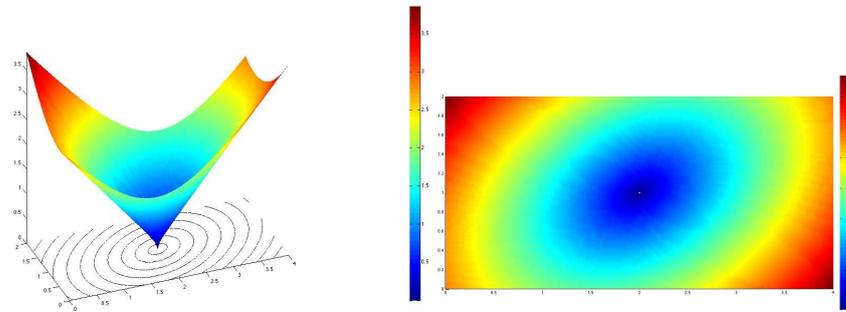


Figura 41: Función distancia $T(x)$ hacia fuera para una pieza con permeabilidad anisótropa en una pieza rectangular, reproduciendo el resultado experimental mostrado en la figura 40

4.2.2.2 Aplicación en el diseño de proceso. Edge Pattern

Siguiendo el esquema propuesto en la sección anterior 4.1 Metodología de diseño de canales de inyección en moldes de infusión de resina, tras la definición del *campo de distancias*, utilizamos el operador laplaciano para computar finalmente la función $\Lambda = \phi_{xx} + \phi_{yy}$ como se describe en la sección 4.1.4.

Obteniendo así una apropiada y rápida determinación de los puntos de inyección o canales de distribución. Esta función $\Lambda(x)$ corresponde entonces al *medial axis* corregido con la deformación espacial arrastrada desde el *campo de distancias*. De esta forma tenemos establecidos los puntos equidistantes al menos a otros dos del contorno de la pieza. Igualmente, tal como explicamos en la sección 4.1.4, la función $\Lambda(x)$ determina numéricamente encuentros de flujos.

El protocolo diseñado en estas secciones fue el utilizado para conformar el chasis y carrocería del prototipo IDEA CEU car. Dicho prototi-

po tomó parte en una competición de eficiencia energética, donde las piezas resistentes y a su vez ligeras son imprescindibles. Mostramos el mismo en la figura 42.



Figura 42: IDEA CEU car, prototipo para una competición de eficiencia energética, con estructura de FRP.

Presentamos a continuación los resultados de: *campo de distancias* y *edge patter*. Estos constituyen los indicadores geométricos característicos para el diseño de canales de inyección. El proceso RI, conformó piezas de composite con una preforma compuesta de fibra de carbono. En este caso, el método fue puesto en marcha sobre superficies más complejas en \mathbb{R}^3 sin ninguna modificación sustancial sobre el protocolo mostrado en secciones anteriores.

Únicamente apuntar el diferente tratamiento numérico de la geometría de partida. En la sección 4.1 utilizamos nuestro ejemplo disponiendo una superficie rectangular plana, por lo tanto el problema quedaba restringido al cálculo de campos escalares sobre \mathbb{R}^2 y por lo tanto hacer uso directo de AV generando la malla numérica como una malla regular basada en los *pixels* de las imágenes tomadas. En cambio para el nuevo caso debemos de utilizar un mallado en \mathbb{R}^3 para definir la geometría de nuestra superficie. Nuestra elección para este caso ha pasado por utilizar la opción de un mallado no regular triangular para implementar nuestros indicadores: $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ y $\Lambda : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

Como indicamos en secciones anteriores la selección adecuada para los canales de inyección se obtendrá a partir del *campo de distancias* y el *edge pattern* final.

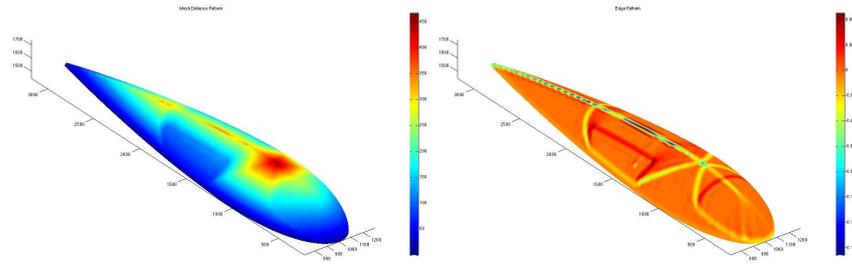


Figura 43: *Campo de distancias* hacia el interior (izquierda) y *edge pattern* (derecha) considerando los huecos de ventana como áreas a impregnar por la resina y venteo perimetral.

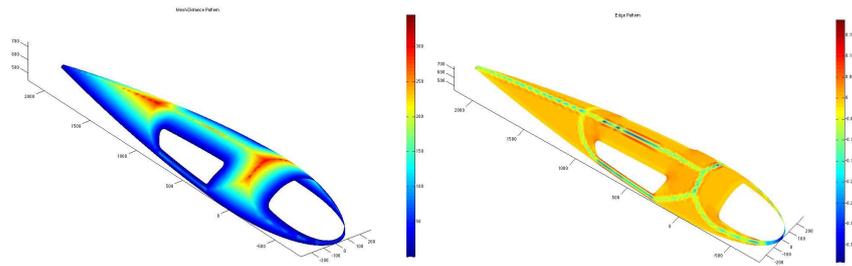


Figura 44: *Campo de distancias* hacia el interior (izquierda) y *edge pattern* (derecha) considerando los huecos de ventana como áreas huecos con venteo y el resto de venteo perimetral.

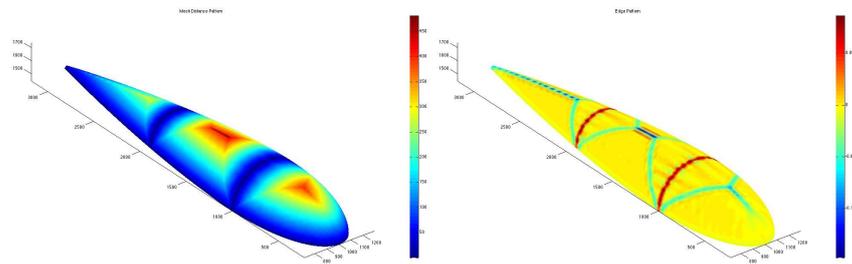


Figura 45: *Campo de distancias* hacia el interior (izquierda) y *edge pattern* (derecha) considerando los huecos de ventana como áreas a impregnar por la resina y venteo en las costillas de refuerzo más el perimetral.

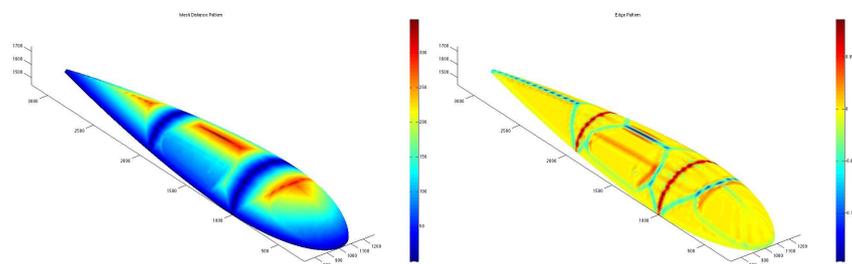


Figura 46: *Campo de distancias* hacia el interior (izquierda) y *edge pattern* (derecha) considerando los huecos de ventana como áreas a impregnar por la resina, pero con distinta permeabilidad y venteo en las costillas de refuerzo más el perimetral.



Figura 47: Molde, canales de distribución y venteo para la parte superior del IDEA CEU car, finalmente con la estrategia mostrada en 46.

4.2.3 Level Set como marco computacional para procesos LCM

El principal reto de la metodología mostrada en las secciones anteriores consiste en acomodar la geometría de los frentes previstos con el flujo real de resina mostrado en su viaje hacia el venteo a través del molde. Podemos utilizar esta acomodación para describir otra aplicación interesante, ahora focalizada en implementar, para tiempo real o de proceso, una herramienta computacional capaz de caracterizar dinámicamente el comportamiento del flujo de resina durante el llenado.

4.2.3.1 Medida de la velocidad del frente durante el llenado

Las figuras 48 muestran un test experimental llevado a cabo con un molde rígido y presión de inyección constante. El molde dispone una preforma con dos áreas de diferente permeabilidad, emplazadas para producir una distorsión del frente durante el llenado. Nuestro objetivo es mostrar el valor del campo de velocidades $v_n(\mathbf{x})$ calculado desde la ecuación (3-3). Asumiendo entonces la velocidad normal al frente, ver figura 48.

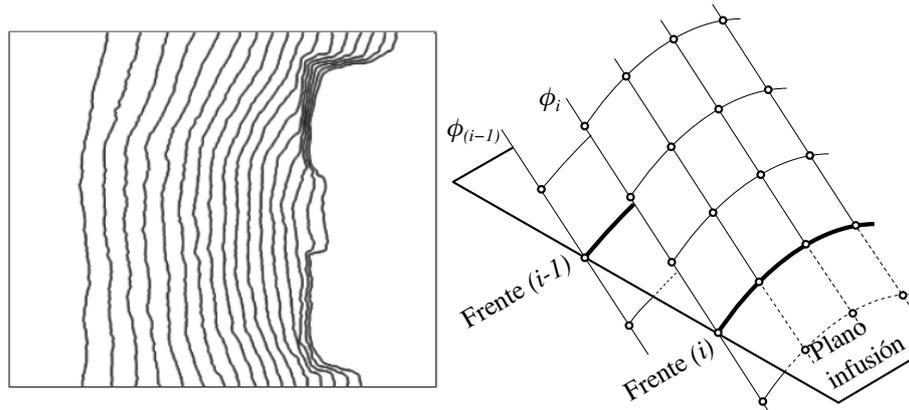


Figura 48: Cálculo del perfil de velocidades $v_n(\mathbf{x})$ desde la distorsión del frente cuando existen modificaciones en la permeabilidad.

Calculamos los valores del campo v_n mediante la ecuación (4-2) con una técnica de diferencias finitas sobre las funciones auxiliares ϕ del método Level Set. Estas funciones auxiliares toman sus valores numéricos a partir de la detección de la posición del frente mediante AV. Los valores asignados a $\phi_i(\mathbf{x})$ corresponden a la distancia, con signo a la línea de frente i -ésima reconocida mediante AV.

$$v_{n,i} = \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{|\nabla\phi|} \quad (4-2)$$

Cada punto del dominio, o lo que es lo mismo, del molde define entonces un valor para el módulo de la velocidad del frente al pasar por dicho punto. Esta información computada durante el llenado

muestra en tiempo real la variación en la permeabilidad del textil de la preforma, figura 49 (derecha).

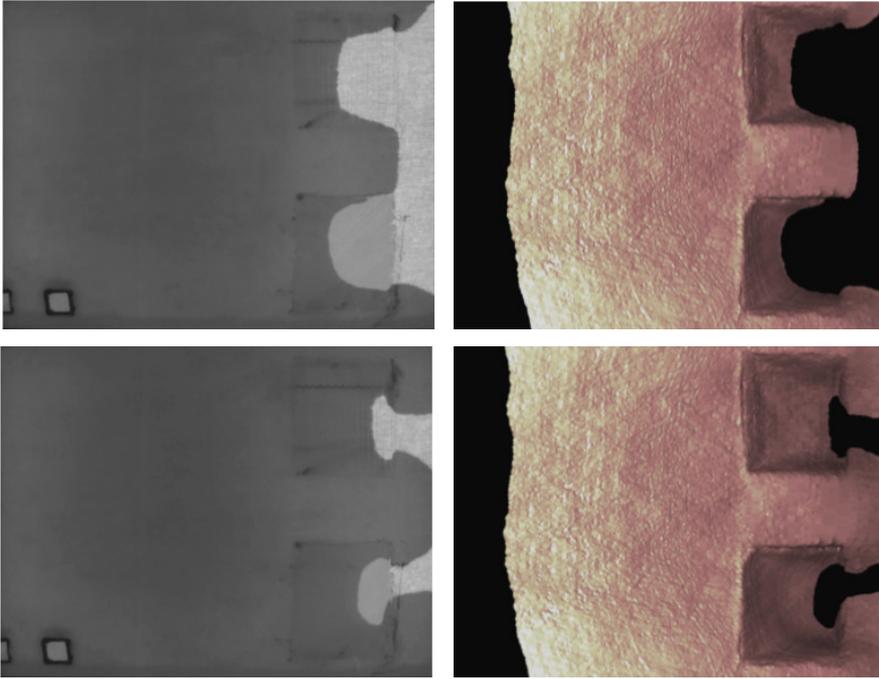


Figura 49: Obtención del campo módulo de la velocidad v_n durante el llenado en tiempo real, resaltando durante el llenado las diferencias en permeabilidad.

4.2.3.2 Detección de encuentros durante el llenado

Encontramos otra aplicación, en tiempo real, del método Level Set como marco computacional para la predicción del riesgo de colisión de frentes. Haciendo uso de nuevo de nuestros indicadores geométricos y a partir de la AV procesamos numéricamente el *campo de distancias* futuro tomando como nivel cero la posición actual del frente y evolucionando hacia el venteo. Sobre este *campo de distancias* previsto, computamos el laplaciano para dar paso a la interpretación de nuestro segundo indicador *edge pattern*, mostrados en las figuras 51 y 52.

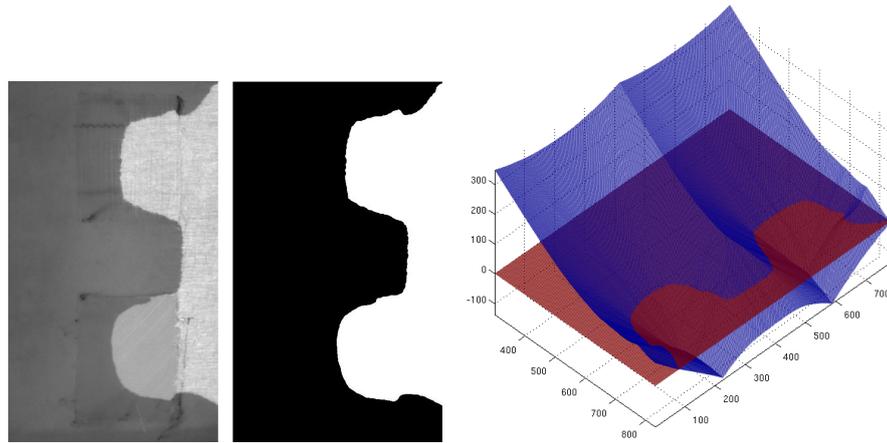


Figura 50: Imagen del llenado del molde obtenida por AV (izquierda), reconocimiento de la posición del frente (centro) y función Level Set ϕ asignada como distancia con signo (derecha)

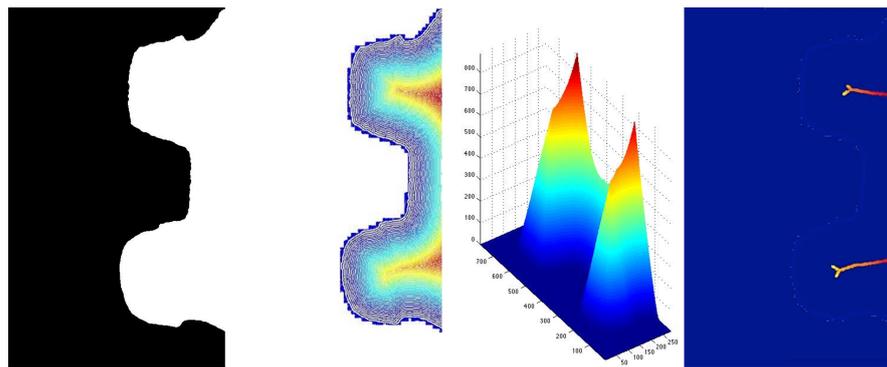


Figura 51: (de izquierda a derecha): (1) forma de frente reconocida por AV, (2,3) campo de distancias hasta ventey (4) función edge pattern

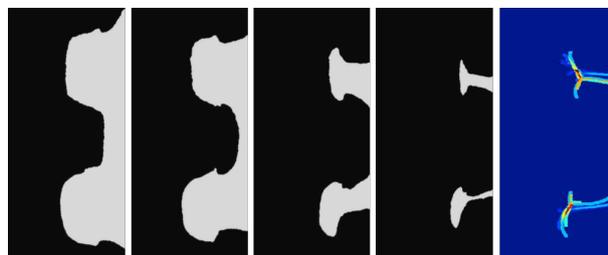


Figura 52: Localización de los encuentros de flujo durante el llenado.

4.2.4 Conclusiones

En esta sección mostramos las capacidades añadidas del procedimiento numérico propuesto. Conseguimos con éxito extenderlo para medios materiales con permeabilidades anisótropas, mediante un esquema matricial incorporando las propiedades materiales como una matriz M .

Por otro lado, la extensión es incorporada también en sentido inverso, desde la detección mediante *AV*, inferimos las propiedades del medio material. Los indicadores de proceso propuestos inicialmente para el diseño de canales de inyección para procesos *LCM*, pasan a conformar una herramienta en tiempo real con la incorporación de técnicas de *AV*.

Los tiempo de llegada de frentes a determinados puntos de nuestra pieza están relacionados con la distancia recorrida, detectada la posición de los mismos a partir de *AV*, conseguimos caracterizar la dinámica de evolución de frentes pasados y predecir la futura. A partir de la caracterización del comportamiento de los frentes inferimos defectos en proceso en caso de observar discrepancias de este comparadas con las computadas a partir del esquema de permeabilidades definido. Por otro lado la predicción de frentes a futuro nos permite identificar de forma temprana posibles colisiones de frente y dar paso a procesos de control activo evitando la consecuencia de acarrear zonas con defecto de impregnación.

4.3 EFECTO SUPERFICIAL DEL *gel-coat* SOBRE LA CARACTERIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL PROCESO DURANTE EL LLENADO DE MOLDES EN INFUSIÓN DE RESINA LÍQUIDA

4.3.1 *Introducción*

En la sección 4.2, la figura 37, mostró el esquema de fabricación de piezas mediante un proceso de RI. En muchos casos, la pieza final debe de presentar un acabado superficial con materiales distintos a los empleados en núcleo de la pieza. Para evitar un tratamiento posterior al conformado de la pieza es habitual incorporar un *coating* (revestimiento) en el propio proceso. En el proceso de fabricación, la incorporación del *coating* forma parte de la primera fase, es anterior a la incorporación de la preforma. Dicho revestimiento juega un papel clave en el acabado y características superficiales finales del pieza procesada. Requiere de una buena adhesión para incorporar al conjunto características mecánicas especiales [49], [50].

Las técnicas usuales de aplicación de este revestimiento son: pintado o proyectado en el interior del molde antes de laminar la preforma, por lo tanto, es imprescindible una impregnación adecuada al incorporar la resina. De esta forma la interfase de este revestimiento o laminado estará determinada por la relación entre el flujo de resina y ella misma, jugando un papel clave en su resistencia mecánica final [51], [52].

La medida y caracterización de las propiedades materiales tales como la permeabilidad juega un papel clave en el diseño y control. La simulación entonces, constituye una herramienta valiosa para garantizar un diseño adecuado y la consecución correctas del proceso. La permeabilidad es un parámetro de entrada crítico para la simulación.

Los procesos de fabricación en industria, necesitan que simulación y realidad converjan en resultados muy próximos, haciendo entonces de la medida de permeabilidad una tarea no trivial. En la literatura sobre la medida de permeabilidad [47, 53-56] para medios de fibra, encontramos variación en los valores de permeabilidad, reportados incluso para condiciones experimentales bien controladas en 1D y 2D. La permeabilidad puede variar, incluso, caso a caso, debido a: modificaciones en la microestructura y condiciones de conformado. Estas principalmente son causadas por la preparación impropia del proceso. Esperamos entonces encontrar variación de permeabilidad entre dos procesos con condiciones similares, pero incluso la encontramos en el mismo proceso. Aceptamos por tanto que la permeabilidad puede no ser constante en todos los puntos de la preforma.

En [57] encontramos una técnica propuesta para la medida de permeabilidad, llamada método inverso. Está basado en una técnica *Mixed Numerical Experimental Technique* (MNET), con el objetivo de hacer

coincidir el dato experimental con la simulación. Para este propósito, el método itera el valor de la permeabilidad en la simulación hasta su coincidencia con la medida en la evolución experimental del frente.

Como expusimos en el apartado anterior [4.2 Marco computacional para la caracterización del medio material mediante Level Set y AV](#) siguiendo lo expuesto por [\[46, 58, 59\]](#) incidimos en la *AV* como herramienta válida para monitorizar procesos *LCM*. Definido, para cada pixel, un nodo asociado, estamos en disposición de aplicar elementos finitos y habilitamos entonces estas herramientas para *FE* sobre la malla definida por la cámara. Esta técnica *MNET* discretiza el espacio observado por la cámara como un dominio para la computación *FE*, utilizando una malla regular [\[60\]](#). Es posible entonces medir el tiempo de llegada a cada nodo; actualizar la fracción de volumen de cada elemento e incluso medir la velocidad del frente.

En la sección [4.2](#) mostramos como las técnicas numéricas basadas en Level Set proporcionan una buena aproximación de la distancia geométrica recorrida, permitiendo computar la velocidad de avance durante el llenado. Por contra la técnicas *AV* no pueden proporcionar la medida de presión en nodos, pero la simulación sí puede computarla, configurando de esta forma nuestra propuesta de *MNET*. Como las medidas son *directamente* los resultados de la simulación, el método propuesto lo etiquetamos como *método directo*.

En esta sección, mostramos un ejemplo de aplicación de la técnica *MNET* propuesta, con el objetivo de explorar el efecto de la superficie del *coating* o revestimiento, en el avance del frente durante el llenado. Para esto disponemos diferentes grados de curado en el laminado del *coating*.

4.3.2 Técnica numérico – experimental *MNET* basada en *AV* para la caracterización durante el llenado

Tal y como introducíamos, nuestra técnica *MNET* se ejecuta de la siguiente forma: de una mano, computamos la velocidad del frente mediante la cámara; por otro lado, la presión es computada mediante simulación *FE*; finalmente combinamos utilizando ley de Darcy para inferir las propiedades del material. Encontramos una descripción de la ejecución del procedimiento en el esquema [53](#).

4.3.2.1 Cálculo numérico de la velocidad por *FE*

Trabajos previos como, [\[22\]](#), muestran como resolver numéricamente la simulación en llenados para procesos *RTM*. La metodología utilizada computa el gradiente de presiones en malla fija triangular, generada mediante discretización originada por *AV*, a continuación ha-

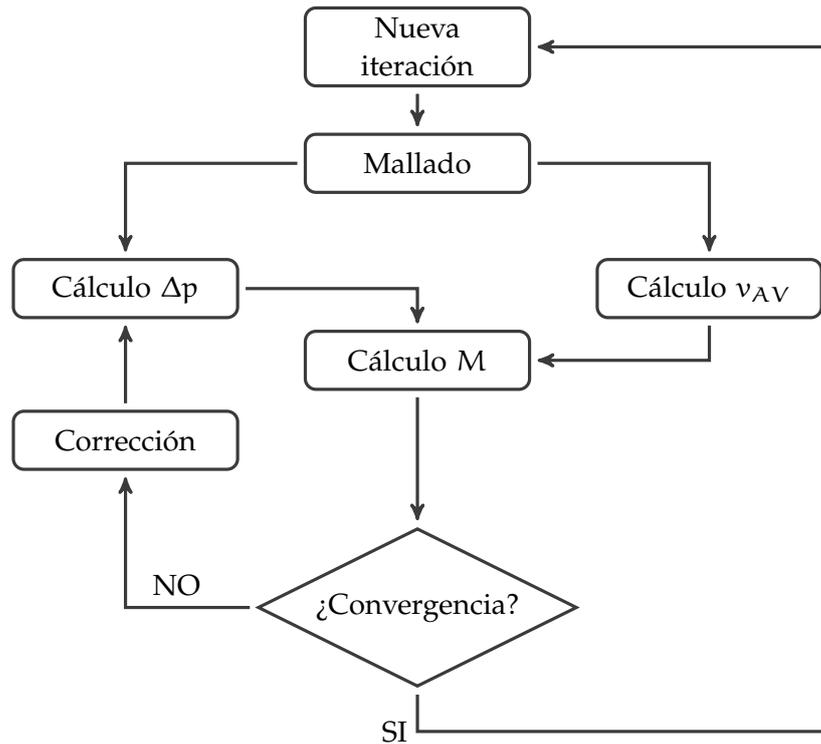


Figura 53: Algoritmo empleado para implementar la técnica *Mixed Numerical Experimental Technique (MNET)* en procesos LCM

ciendo uso de ley de Darcy modelamos el flujo de resina a través de un medio poroso.

$$\mathbf{v} = -\frac{\mathbf{K}}{\phi\mu} \nabla p \quad (4-3)$$

donde \mathbf{v} es el vector velocidad, ϕ es ahora la porosidad, μ es la viscosidad, p la presión y \mathbf{K} es el tensor de permeabilidad.

El problema está definido para un volumen Ω ,

$$\Omega = \Omega_f(t) \cup \Omega_e(t)$$

donde el fluido en el tiempo t ocupa el volumen $\Omega_f(t)$ y $\Omega_e(t)$ define la parte vacía del molde. Asumiendo fluido incompresible, la formulación variacional para el fluido Darcy resulta:

$$\int_{\Omega_f(t)} \left(\nabla \psi^* \cdot \frac{\mathbf{K}}{\phi\mu} \nabla \psi \right) d\Omega = 0 \quad (4-4)$$

donde ψ^* denota la función de peso usual. Las condiciones impuestas en la frontera $\Omega_f(t)$ son:

- El gradiente de presión en la dirección normal a las paredes del molde es cero.

- La presión y el caudal de inyección se especifica desde los nodos de inyección.
- La presión del flujo es cero en el frente.

La cinemática del fluido puede ser calculada por FE mediante la técnica Galerkin aplicada a la formulación variacional extendida al dominio completo Ω .

La posición del fluido en todo el dominio Ω está definida por las función características $I(x, t)$ definida como:

$$I(x, t) = \begin{cases} 1 & x \in \Omega_f(t) \\ 0 & x \notin \Omega_f(t) \end{cases} \quad (4-5)$$

La evolución de la fracción de volumen, $I(x, t)$, viene dada por la ecuación general de la advección lineal:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\partial I}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla I = 0 \quad (4-6)$$

con $I(x, t) = 1$ en los puntos de la frontera.

Por lo tanto, el esquema de resolución se basa en resolver los tres pasos:

1. Obtener el campo de presiones utilizando una discretización FE para la formulación variacional dada por la ecuación (4-4) e imponiendo presión nula en los nodos contenidos por elementos vacíos (nodos 4, 5 y 6 de la figura 54)
2. Calcular el gradiente de presión y el campo de velocidades con la ley de Darcy.
3. Actualizar la fracción de volumen de cada elemento, $I(x, t)$ integrando la ecuación (4-6).

En nuestra propuesta, el algoritmo para construir el mallado, funciona en paralelo con la detección de volúmenes completamente llenos, por lo tanto $I = 1$. Esta es la información obtenida directamente de AV, como indicamos anteriormente. Por lo tanto el método propuesto, actualiza la fracción de volumen y no es necesario utilizar la ecuación (4-6), de esta forma, el paso 3, únicamente constituye una evaluación numérica.

4.3.2.2 Obtención del campo de velocidades por medio de AV y Level Set

La velocidad los nodos pertenecientes al frente viene estimada por la detección de distancia y tiempo entre frentes consecutivos. Tal y como describimos en secciones anteriores, 4.2.3.1, empleamos el *campo*

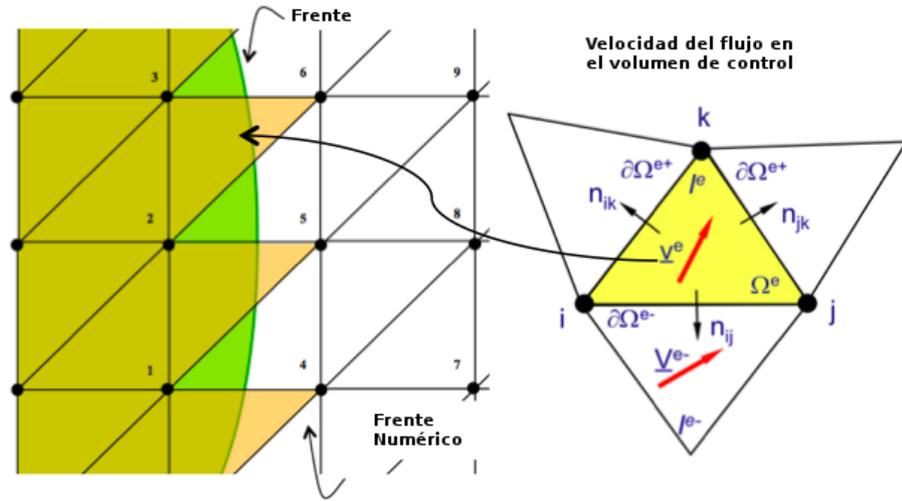


Figura 54: Malla triangular fija con volúmenes de control en elementos y computación de la velocidad del frente en elementos.

de distancias medidas desde el venteo de un caso concreto. Utilizamos la evolución de la función Level Set, en su versión escalar (3-3):

$$\phi_t + v_n \cdot |\nabla\phi| = 0$$

recordamos las implicaciones de la expresión anterior son: la velocidad nodos del frente deben ser normales a la función implícita ϕ y por lo tanto $\mathbf{v} = v_n \mathbf{n}$ con v_n constante.

Siguiendo [19] llegamos a discretizar e integrar esta ecuación. Estas soluciones, nos dan pie a establecer distancias $T(x)$ como resultado de las evoluciones de la función implícita ϕ . Concretamos de nuevo un caso particular en el cual computamos la posición de un frente para molde rectangular rígido con presión de inyección constante en la línea de la izquierda, figura 55. El objetivo del mismo pasa por obtener el valor de v_n asumiendo flujo normal al frente y escalado hacia delante de la imagen previa.

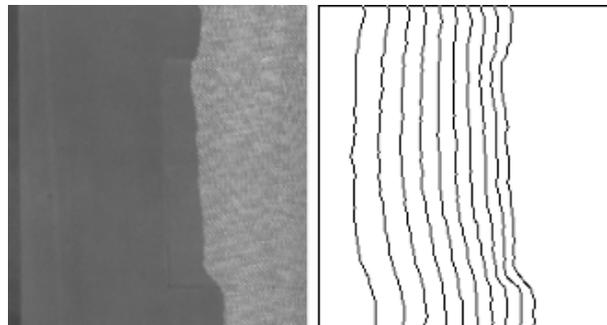


Figura 55: Detección de frentes, imagen directa (izquierda) y frentes consecutivos obtenidos durante el llenado (derecha).

De forma análoga a lo expuesto en la sección 4.2.3.1, computamos el campo de velocidades v_n a partir de la ecuación (4-2) utilizando una técnica *upwind* con las funciones Level Set obtenidas desde las imágenes AV:

$$v_{n,i} = \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta t |\nabla \phi|}$$

Obtenemos finalmente una medida experimental de el campo de velocidades, normales al frente, calculado para cada punto del molde en tiempo de proceso. Este experimento y sus implicaciones serán discutidos en las siguientes secciones.

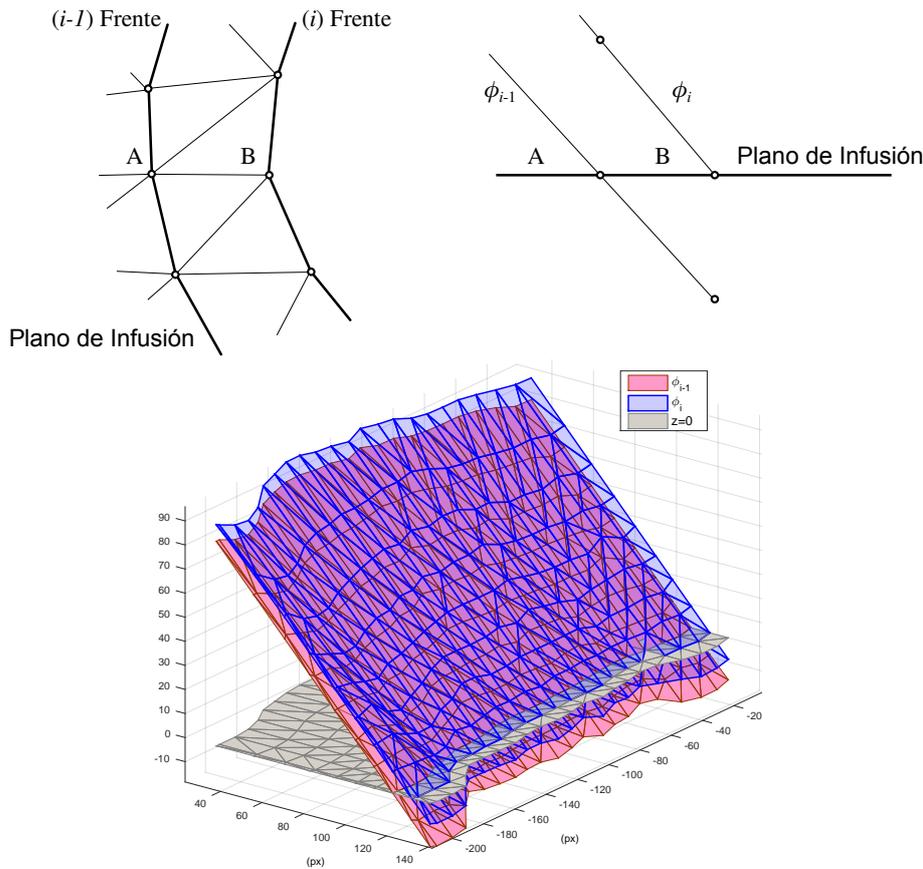


Figura 56: Funciones Level Set ϕ para frentes consecutivos computadas para malla de elementos triangulares.

4.3.3 Estimación de las propiedades de los materiales

Nuestro método pone en correlación la estimación de distancias a partir de AV con la ley de Darcy, utilizada para describir reología o comportamiento del flujo en medios porosos.

Siendo un medio poroso isótropo el tensor \underline{K} puede venir numéricamente reemplazado por un escalar $K_{ij} = K$ y quedando la ley de Darcy (4-3) como:

$$\|v\| = M\|\nabla p\| \quad (4-7)$$

donde $M = K/(\phi\mu)$ representa las propiedades materiales y la dimensión tensorial queda eliminada puesto que los dos vectores son colineales. Por lo tanto M puede obtenerse a partir de:

$$M = \frac{\|v_{AV}\|}{\|\nabla p\|} \quad (4-8)$$

con v_{AV} la velocidad obtenida mediante AV y ∇p el gradiente de presiones, obtenido por simulación FE. Para computar la simulación FE necesitamos una estimación de el valor de M denotada por M^{est} , y la ecuación resulta:

$$M^{est} = \frac{\|v_{AV}\|}{\|\nabla p(M^{est})\|} \quad (4-9)$$

Iterando con un *método de punto fijo*, alcanzamos a computar la solución representativa de las propiedades del material. El método itera sobre la expresión (4-10) hasta hacer coincidir el modelo analítico con las medidas empíricas. Por lo tanto con la convergencia de la secuencia definida a continuación, podremos asegurar su valor límite como la solución buscada desde (4-9).

$$M_{(k+1)}^{est} = \frac{\|v_{AV}\|}{\|\nabla p(M_k^{est})\|} \quad (4-10)$$

El procedimiento pasa por establecer un mallado de la zona y aplicar la secuencia (4-10) iterando hasta conseguir convergencia, entre el computo FE, y la medida AV de dos frentes medidos consecutivamente, ver figura 56.

Obtenido el valor de M^{est} este es el utilizado para posteriores cálculos en el lado de la simulación.

4.3.4 Resultados experimentales

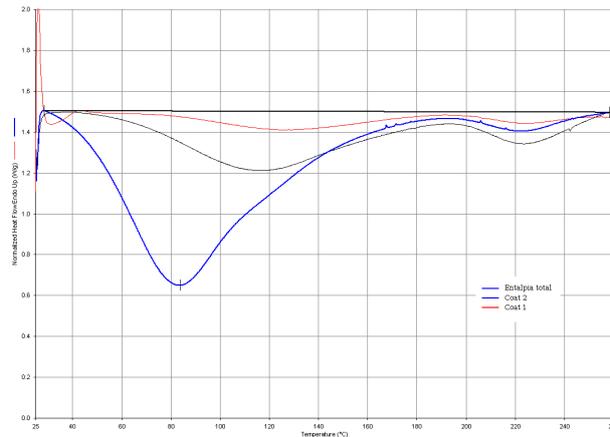
La propuesta descrita en la sección fue aplicada a llenados simulados y reales. Dichos experimentos utilizan un molde rectangular 2D plano, el cual dispusimos dos condiciones de curado diferentes para el *coating* o revestimiento. Las variaciones en el grado de curado del *coating* (revestimiento) fueron definidas para generar diferencias en la impregnación y el avance del frente de resina en la preforma

ID Coat	ΔH_p (J/g)	α (%)
Entalpía total de la reacción	329.296	
Coat 2 40 min a 45 °C	134.120	59.3
Coat 1 24 h a 25 °C	5.891	89.7

Tabla 1: Grados de curado caracterizados con prueba DSC.

seca. La diferencia entre *coating 1* y *coating 2* fue cuantificada previamente mediante la medida del grado de curado de la reacción de polimerización sobre la matriz polimérica. La medida de la entalpía residual ΔH en (J/g) con prueba *Differential Scanning Calorimetry* (DSC) proporciona el grado de curado α . Para nuestro caso utilizando la ecuación (4-11), obtuvimos los resultados expuestos en la tabla 1 y que podemos ver en la figura.

$$\alpha = \frac{\Delta H_{\text{res}}}{\Delta H_{\text{total}}} \quad (4-11)$$

Figura 57: Medida de la entalpía de la reacción de curado del *coating*

4.3.4.1 Test 1: flujo unidireccional con discontinuidad abrupta en el grado de curado del *coating*

Este experimento, el *coating* fue aplicado en una superficie del molde conformando dos áreas consecutivas, tal y como muestra la figura 58. A continuación, fue emplazado un textil, con permeabilidad constante, en toda la pieza.

Las propiedades materiales fueron establecidas inicialmente como $M = K/(\phi\mu)$ y después computadas localmente durante el llenado utilizando la metodología expuesta. En la figura 59 exponemos los

valores de velocidad del frente caracterizando la dinámica durante el llenado. El valor de M fue estimado en cada nueva posición de frente y como podemos apreciar surge un cambio abrupto en la velocidad al cambiar el *coating*. El cambio en el *coating*, sobrevenido por el diferente grado de curado queda registrado entonces por el sistema como un cambio en la velocidad.

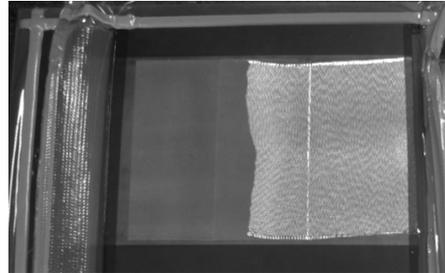
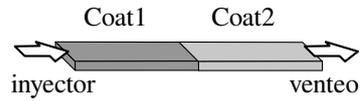


Figura 58: Montaje para la estimación experimental de propiedades materiales en 1D.

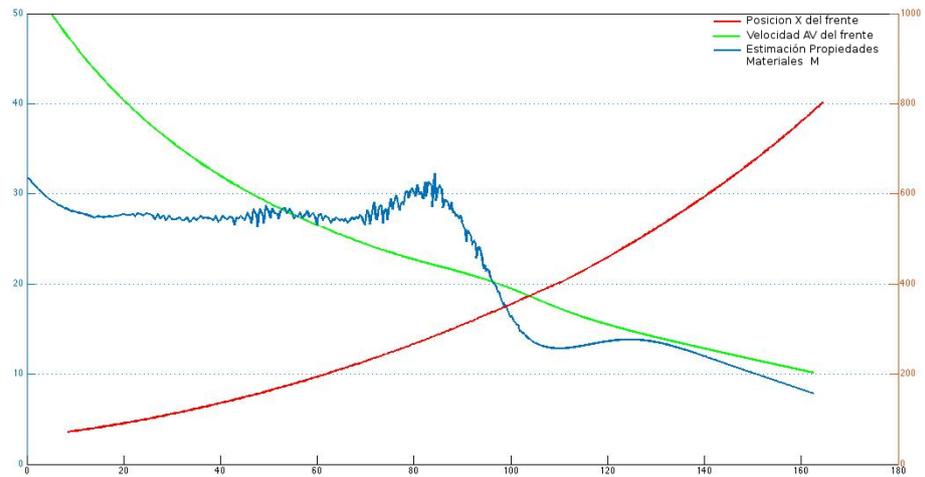


Figura 59: Estimación de las propiedades materiales durante el llenado (azul), posición de los frentes caso 1D (rojo) y velocidad del frente (verde).

4.3.4.2 Test 2: flujo bidireccional con una discontinuidad abrupta en el grado de curado del *coating*

Para el segundo experimento, las áreas *coating 1* y *coating 2* fueron situadas como indicamos en la figura 60. Para esta configuración el frente de avance pasa a tener una evolución bidireccional como apreciamos en la figura 61.

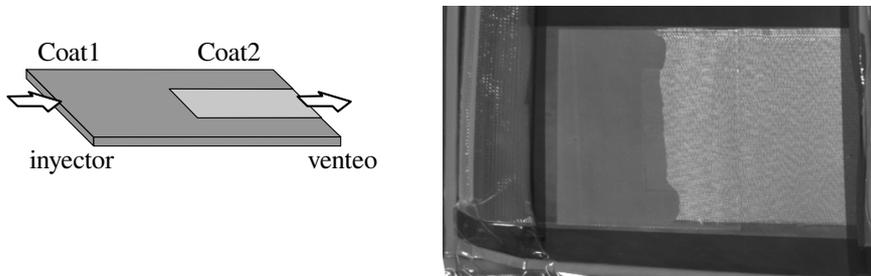


Figura 60: Configuración experimental de dos diferentes áreas de *coating* (izquierda) e imágenes intermedias de AV indicativas de la posición del frente (derecha)

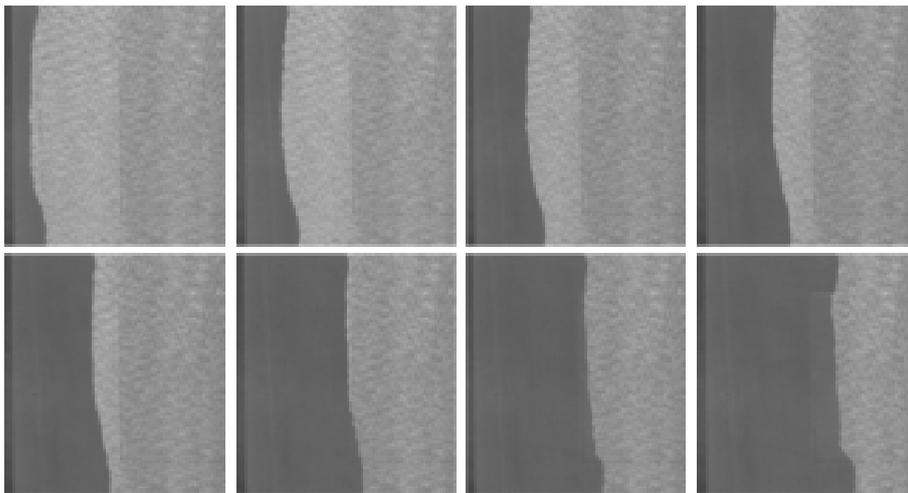


Figura 61: Frentes consecutivos obtenidos mediante AV.

En este caso, la velocidad durante el llenado fue computada sobre una malla triangular. La figura 62 muestra las propiedades materiales M , obtenidas. Observamos como la discontinuidad en el grado de curado es apreciable observando un profundo cambio en la velocidad.

4.3.5 Conclusiones

En este trabajo utilizamos una técnica novedosa *Mixed Numerical Experimental Technique* (MNET) basada en *Artificial Vision* (AV) para estimar el efecto inducido por la superficie de *coating* (revestimiento) curado en la impregnación del laminado y en el avance del frente durante el llenado. El procedimiento computa las propiedades del material en

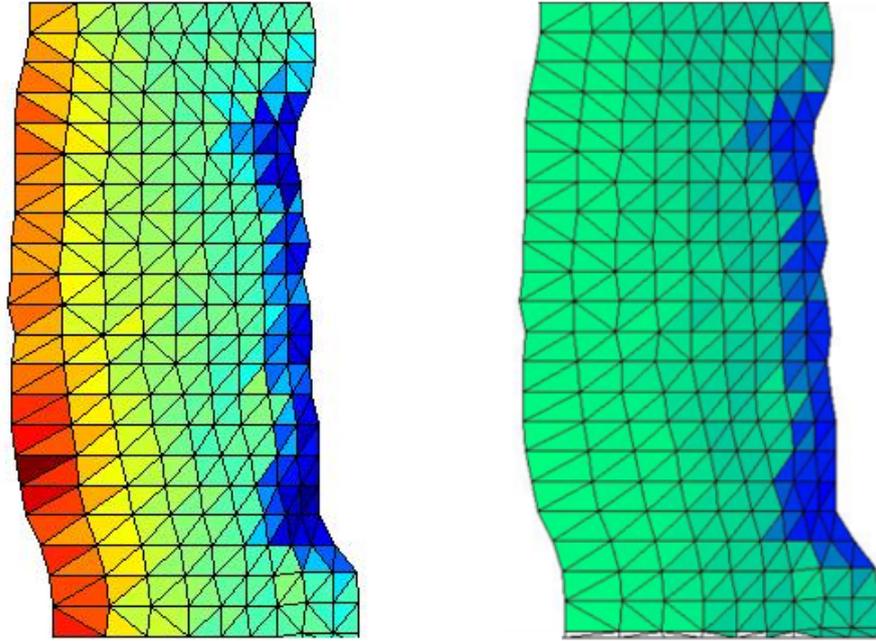


Figura 62: Estimación de la velocidad para cada elemento (izquierda) y propiedades materiales (derecha)

modo iterativo con el objetivo de enlazar los datos experimentales medidos con la simulación. Para este propósito, el método itera el valor de la permeabilidad, porosidad y la viscosidad inducida en la simulación hasta alcanzar la evolución medida experimentalmente por el frene. Los dos experimentos muestran la capacidad de los métodos propuestos para caracterizar el comportamientos de diversas superficies de *coating* durante el llenado en propósitos de producción.

Sería necesaria una investigación más profunda para establecer el efecto en los parámetros del material separadamente (permeabilidad, compactación y porosidad). Hasta ahora no somos capaces de concluir las razones de la influencia de la impregnación en el textil. Sin embargo, el procedimiento conduce a observar macroscópicamente la caracterización del flujo, quedando suficientemente contrastado.

4.4 POSICIÓN DEL FRENTE DE PROPAGACIÓN Y MARGEN DE ERROR DEBIDO AL CARÁCTER ESTOCÁSTICO EN LA ESTIMACIÓN DE LAS PROPIEDADES MATERIALES

4.4.1 Introducción

Como exponíamos desde el capítulo 1 **INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES**, *Liquid Composite Molding (LCM)* es un grupo de procesos de fabricación ampliamente utilizados en la industria. Las técnicas en **LCM** más comúnmente referidas en la literatura son *Resin Transfer Molding (RTM)*, *Liquid Resin Infusion (LRI)*, *Resin Infusion (RI)* o *Vacuum Assisted Resin Infusion (VARI)*, *Vacuum Resin Transfer Molding (VARTM)*. Estos procesos se utilizan comúnmente en diferentes sectores de la industria manufacturera tales como: aeronáutica, automóvil, deportes acuáticos, ingeniería civil, embarcaciones marinas y energía eólica.



Figura 63: Construcción de palas para turbinas eólicas con procesos industrial **RI**

La medición y caracterización de las propiedades materiales, como por ejemplo, la permeabilidad de la fibra que compone la preforma, es uno de los principales problemas a tener en cuenta en el proceso de fabricación. Desempeña un papel clave en el diseño y control de estos, de hecho, la simulación es una herramienta valiosa para garantizar idoneidad en el diseño de los canales de inyección.

Igualmente, la permeabilidad es un parámetro necesario para la simulación. Por esta razón, la industria necesita igualar la simulación con su proceso real, esto únicamente será posible con una estimación precisa de la misma. Entendiendo por precisa estadísticamente hablando, por lo tanto debe estar determinada con los márgenes de error asociados a su medida experimental.

En la literatura de la permeabilidad en medios fibrosos [47, 53-56], encontramos reportadas grandes variaciones en los valores de per-

meabilidad incluso para muestras bien controladas con experimentos de flujo 1D y 2D.

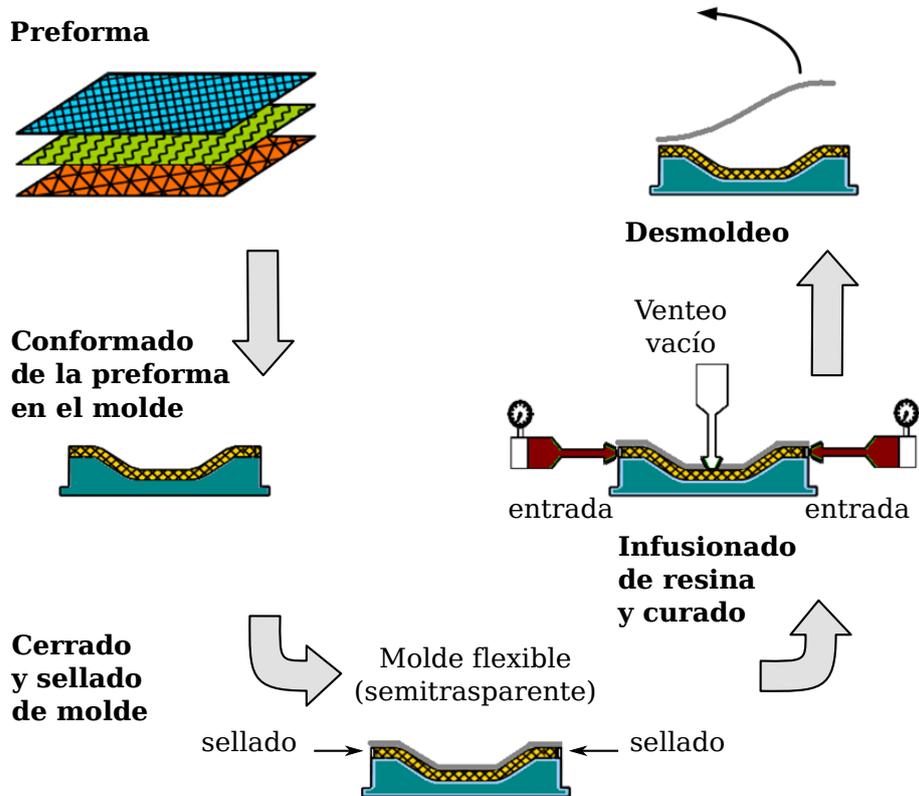


Figura 64: Esquema de proceso para *Liquid Resin Infusion (LRI)*

La AV constituye una herramienta para monitorear procesos LCM, [46, 58, 59], mediante una cámara digital, establecemos cada pixel como nodo asociado para utilizar junto con algoritmos de elementos finitos. De esta forma están a nuestro alcance métodos FE en los cuales la malla está definida por la cámara utilizada en AV. Como contrastamos en la sección anterior 4.2, disponemos de técnicas numérico-experimentales MNET para el cálculo.

Este método puede extenderse a superficies malladas en 3D, para lo cual necesitamos realizar modificaciones en el proceso de adquisición de imágenes. Estas modificaciones permiten detectar los frentes de flujo sobre una curva 3D embebida en nuestro área de prueba.

Uno de los objetivos principales en procesos RI es conseguir que el flujo alcance el contorno uniformemente para evitar bloqueos en la línea de vacío o venteo y garantizar así el llenado completo de la pieza. Para RI, los perfiles del frente de resina están condicionados principalmente por: la disposición de los canales de inyección; las características de la preforma a impregnar, y la línea de vacío o venteo.

Para esta investigación, evolucionamos las herramientas computacionales basadas en la geometría del recorrido del flujo a través de la preforma. El modelado adecuado de las formas del frente de flujo

para procesos LCM puede basarse en los siguientes supuestos principales:

- El tiempo de llenado de los frentes de flujo puede estar relacionado con la distancia de la trayectoria de flujo desde la entrada a la salida.
- La deformación necesaria para evitar las áreas secas impone que el flujo tenga que estar orientado hacia el venteo y evitando encuentros de flujo.

En términos de diseño y estrategias de control y con el fin de llevar a cabo el llenado completo del molde, en esta sección proponemos una técnica novedosa basada en el modelado de seguimiento del flujo con una velocidad estocástica. Para las técnicas expuestas en este trabajo, asociamos la velocidad de Level Set a magnitudes ligadas a las propiedades materiales. Normalmente medidas con valores experimentales y por tanto con cierto margen de incertidumbre. Por ejemplo las medidas de: permeabilidad, porosidad y medidas de viscosidad. Esta incertidumbre debe propagarse para encontrar finalmente el intervalo de confianza en la posición del frente que pretendemos inferir.

4.4.2 Modelado numérico

Para el cálculo de la posición de frente utilizamos la evolución Level Set [16, 19], a partir de la formulación de *valor inicial*:

$$\phi_t + v_n |\nabla \phi| = 0 \quad (4-12)$$

donde el subíndice t de ϕ_t implica la derivada parcial de la función respecto del tiempo. Para esta formulación partimos de una $\phi(\mathbf{x}, t = 0)$ definida sobre todo el dominio Ω y que posteriormente evolucionamos. El frente inicial será conocido $\Gamma_0 = \{\mathbf{x}, \phi(\mathbf{x}, t = 0) = 0\}$ partiendo de este calcularemos el tiempo de llegada del frente a cada nodo evolucionando la función ϕ , con (4-12), computando los cortes por cero de esta función $\phi(\mathbf{x}, t)$

$$\phi(\mathbf{x}, t) = 0$$

El tiempo de llegada a cada nodo queda almacenado en la función $T(\mathbf{x})$. Este conjunto de frentes, están calculados a partir de cierta velocidad v_n , portadora de incertidumbre ε_v . Esta incertidumbre debe de propagarse a la posición de frente en un instante t , $T(\mathbf{x})$.

Tal y como se nos indica desde [16], podremos utilizar una formulación equivalente *condición de frontera*, estableciendo como conocida

la distancia de un frente $\Gamma_0 = \{\mathbf{x}, T(\mathbf{x}) = 0\}$, y solucionando entonces, ver sección 3.2.1:

$$|\nabla T|v = 1 \tag{4-13}$$

De esta forma obtenemos directamente los tiempos de llegada a cada nodo del frente inicial Γ_0 desplazado con una velocidad $v > 0$, normal al frente.

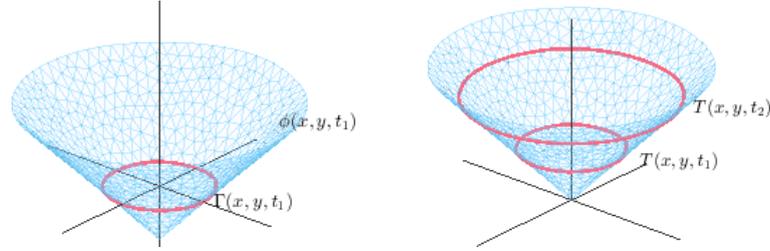


Figura 65: (Izquierda) Level Set formulación *valor inicial*, (derecha) Level Set formulación *condición de contorno*

Desde esta formulación establecemos la sensibilidad de la evolución a las perturbaciones en la velocidad. Desarrollando el módulo de la función T y en forma implícita tendríamos

$$v\sqrt{\nabla T \cdot \nabla T} - 1 = 0$$

derivando, respecto a cada variable encontramos:

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(v\sqrt{\nabla T \cdot \nabla T} - 1 \right) dT + \frac{\partial}{\partial v} \left(v\sqrt{\nabla T \cdot \nabla T} - 1 \right) dv = 0$$

identificado los dT y dv con las variaciones sufridas o errores ε_T y ε_v respectivamente, llegamos a la siguiente igualdad

$$\frac{v\nabla T}{|\nabla T|} \cdot \nabla \varepsilon_T + |\nabla T|\varepsilon_v = 0$$

$$v\nabla T \cdot \nabla \varepsilon_T = -\nabla T \cdot \nabla T \varepsilon_v$$

Llegando a una igualdad entre los gradientes y por lo tanto aseguramos salvo en un punto que:

$$\varepsilon_T = -\frac{\varepsilon_v}{v} T \tag{4-14}$$

puesto que $\varepsilon_T = 0$ cuando $T = 0$ la igualdad se cumple incluso en ese punto.

Establecemos así el margen de confianza para los tiempos de llegada en cada nodo $T \pm \varepsilon_T$, T^+ y T^- .

Observamos un cambio de signo, el cual está lógicamente de acuerdo con que: variaciones de tiempos más cortos se consiguen con velocidades mayores. Dicho de otra forma, variaciones positivas entorno a la velocidad media ε_v^+ producen variaciones negativas en los tiempo de llegada del frente a un determinado punto T^- .

La figura 66, muestra la evolución de un frente Γ_0 inicialmente en el perímetro de un cuadrado redondeado hacia el interior. Representamos en color azul los tiempos de llegada $T(x)$ con velocidad constante. En rojo mostramos los tiempos T^+ que se corresponden a velocidades menores v^- y en negro los tiempos T^- correspondientes a velocidades mayores v^+ .

Los isocontornos mostrados en la figura 66 corresponden a un tiempo de evolución de 0.3 s, podemos comprobar como al ser la pendiente de T^+ mayor, (color rojo), para ese instante encontramos el contorno más cerca del perímetro, y por lo tanto implica el frente retrasado Γ^- .

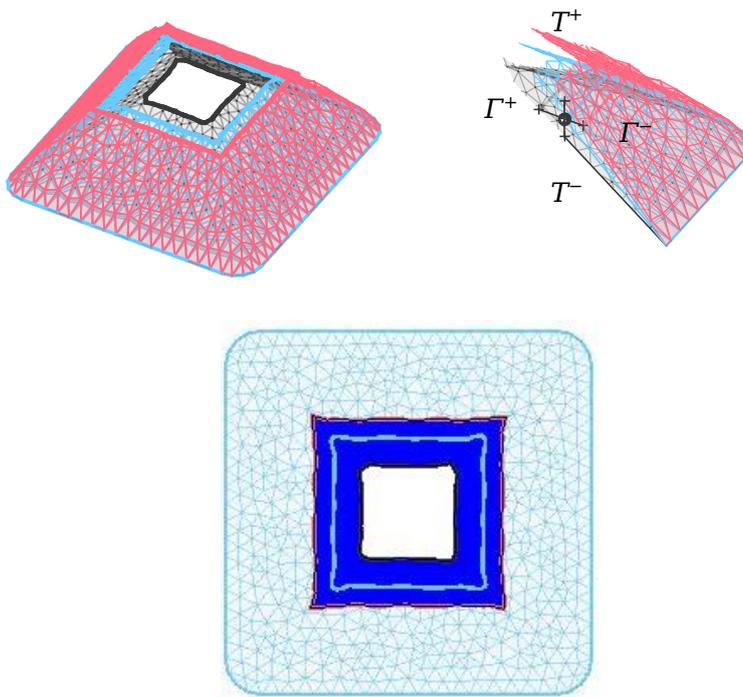


Figura 66: La figura muestra la zona en la que podríamos encontrar la curva evolucionada con una velocidad estocástica. (arriba izquierda) Función distancia T y sus margenes de error $T \pm \varepsilon_T$ truncada a distancia 0.03 (arriba derecha) Esquema de ε_T y ε_Γ , (bajo) región con alta probabilidad de encontrar el frente

El procedimiento para la obtención de los contornos que acotan el margen de confianza Γ^+ y Γ^- ($\Gamma \pm \varepsilon_\Gamma$), *franja de confianza*, se muestra en la figura 67. Proporciona el algoritmo para la obtención de la *franja de confianza*. Tal y como indicamos, partimos de una geometría y campo de velocidades determinados (Ω, v) , mediante la evolución Level Set obtenemos el mapa de distancias $T(x)$, conocida la dispersión del campo de velocidades ε_v , utilizando (4-14) calculamos la dispersión en los tiempos de llegada interpretados como distancias. Con esta información los isocontornos de estos campos escalares nos proporcionan la franja de confianza.

La figura 66 (arriba-derecha), muestra los puntos T^+ y T^- sobre la vertical y Γ^+ y Γ^- sobre la horizontal. Resaltar del gráfico que los límites para la franja de confianza son asimétricos.

Esta asimetría se observa al buscar la relación entre ε_Γ y ε_T . Para el caso de ε_Γ^+ encontramos su relación con ε_T^+ a partir de la pendiente del campo escalar $T + \varepsilon_T$, de forma que si nos movemos en la dirección de máxima pendiente:

$$\varepsilon_T = \nabla (T + \varepsilon_T) \cdot |\varepsilon_\Gamma|$$

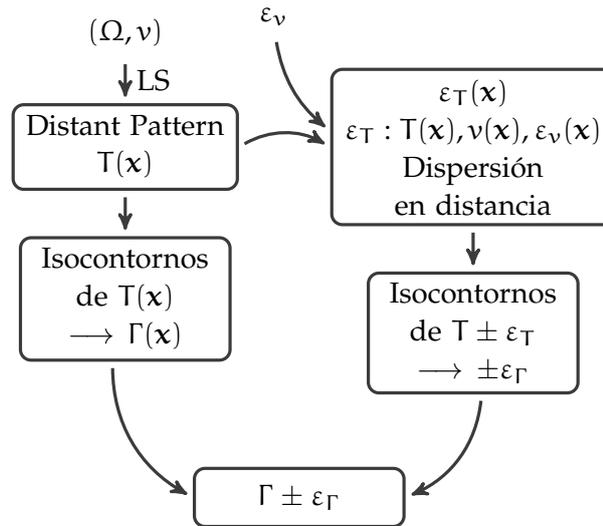


Figura 67: Esquema para la obtención de la franja de confianza $\Gamma \pm \varepsilon_\Gamma$ a partir de una geometría y campo de velocidades determinados (Ω, v) . Evolucionamos Level Set para obtener el mapa de distancias $T(x)$ que junto con la dispersión en campo de velocidades ε_v proporciona la dispersión de en los tiempos de llegada. Finalmente, mediante los isocontornos de estos campos escalares obtenemos la franja de confianza.

4.4.3 Validación de la propuesta

La validación del método la realizamos utilizando 10 simulaciones de posición de frente utilizando un mapa de velocidades aleatorio, diferente en cada simulación y cada nodo de las mismas. Para esto utilizamos un valor de velocidad medio de $v = 1 \text{ cm/s}$, y una desviación típica de $\varepsilon_v = 0.1 \text{ cm/s}$. De esta forma tenemos simulados 10 medios con diferentes características en la permeabilidad, en consecuencia para un mismo periodo de tiempo las posiciones del frente en cada experimento serán distintas. La diferencia entre los experimentos radica en la aleatoriedad de variables características del medio de propagación como la permeabilidad, y en caso de RI la compactación del medio que podría estar producida por diferencias en el vacío inicial.

Estas variaciones en las propiedades del medio son las asignadas a nuestro campo de velocidades v para la evolución Level Set. El conjunto de frentes en cada instante $T(x, y, t)$ sería el esperado y su único cambio estaría en el parámetro t .

Nuestro método de validación consiste entonces en utilizar estos resultados para ser capaces de representarlos con una única evolución, cualquier batería de diferentes llenados, para las diferentes velocidades de evolución. Con nuestra evolución marcamos el frente promedio y los frentes: optimista y pesimista. De esta forma sería sencillo establecer los mecanismos de control o las estrategias de diseño adecuadas para cada caso estudiado, mejorando los tiempos de computo puesto que no será necesario lanzar diferentes simulaciones.

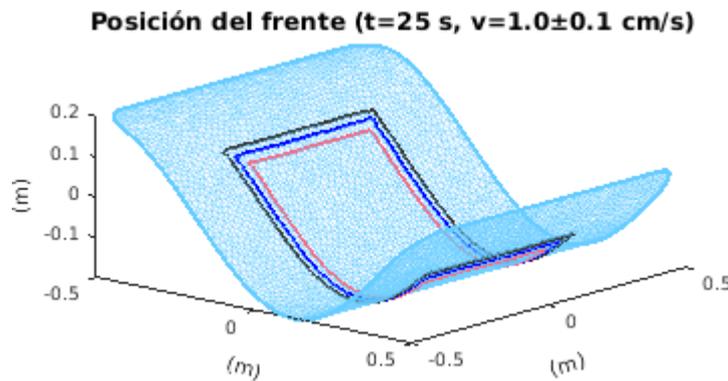


Figura 68: Frente retrasado Γ^+ (rojo), frente adelantado Γ^- (negro)

Considerando una velocidad de llenado de $(1.0 \pm 0.1) \text{ cm/s}$ tenemos tal y como muestra la figura 69 la dispersión en la posición del frente entre la batería de experimentos. Concretamente, tal como muestra la figura 68 en el instante $t = 25 \text{ s}$ tendremos 10 posiciones de frente diferentes marcas en color verde.

Así pues tal y como podemos apreciar el algoritmo propuesto, reproduce cualquier batería de experimentos, con una única evolución identificamos adecuadamente los límites de la dispersión introducida por la incertidumbre de las características del medio poroso.

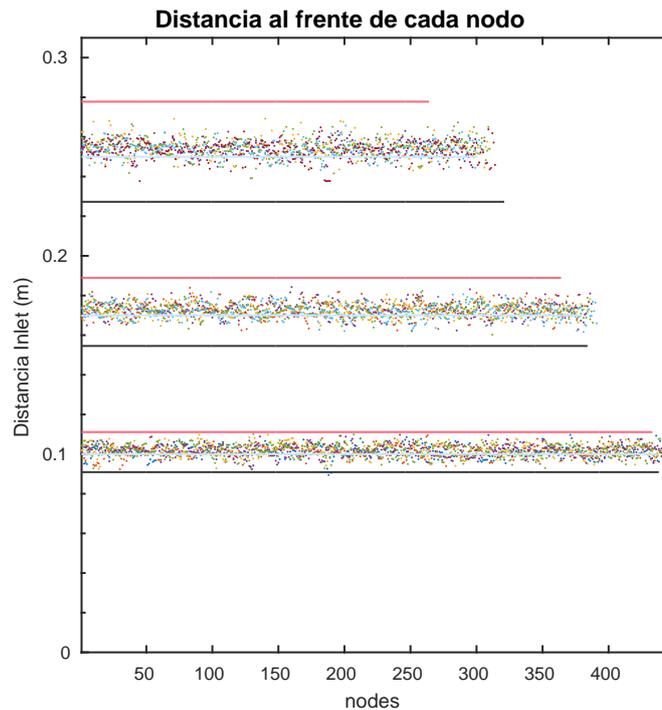


Figura 69: Distancia de cada nodo a la línea de venteo para la batería de experimentos, las líneas continuas muestran la predicción sobre el margen de error.

Esto mismo muestra la figura 69, donde se han seleccionado tres instantes de tiempo [10 s, 17 s, 25 s] y representamos la distancia a la que se encuentra el frente en estos instantes. La distancia de cada nodo del frente se ha obtenido inicialmente con una evolución Level Set con $v = 1$. Después se han realizado las evoluciones con los mapas velocidades aleatorios y la evolución se ha parado en los instantes anteriores, marcando así los nodos pertenecientes al frente de los cuales queremos su distancia. Como podemos observar todos los llenados con velocidad aleatoria quedan dentro de la predicción del margen de incertidumbre.

Comprobamos igualmente, como no podía ser de otra forma, que cuanto más nos alejamos de los puntos de inyección, desde donde se inicia la evolución, 69 la posición del frente muestra una dispersión mayor.

Podemos afirmar entonces que teniendo bien determinada la incertidumbre sobre el campo de velocidades, podemos determinar adecuadamente el intervalo de confianza a la hora de posicionar nuestro frente.

4.4.4 Relación con el proceso de infusión de resina

Desde la sección 4.1 realizamos una propuesta para establecer un diseño de canales de inyección cumpliendo las restricciones denominadas *One Shot*. Esta estrategia supone un único canal de inyección comunicado para conseguir llegar a contorno simultáneamente.



Figura 70: IDEA CEU car

En este trabajo aplicamos el procedimiento a una carrocería para el prototipo IDEA CEU car. Un prototipo ligero para una competición de eficiencia del consumo de combustible, figura 70.

Con el objetivo de mostrar las capacidades de la técnica propuesta, presentamos en esta sección los resultados del cálculo del *patrón de distancia* y *edge pattern* como indicadores geométricos para el diseño previo de la disposición de canales de inyección. La pieza conforma la carrocería de el prototipo fabricada en un proceso RI con fibra de carbono como preforma. La figura 71 muestra un isocontorno del patrón distante $T(x)$ en azul y los frentes adelantado y retrasado en rojo y negro respectivamente.

Nuestro plan de diseño para esta estrategia consiste en generar un mapa de distancias utilizando la línea de perimetral como venteo, conformado entonces el origen de distancias. Calculamos dichas distancias al perímetro con Level Set.

El *campo de distancias* proporciona entonces una función escalar $T(x)$ definida en cada nodo. Realizando el laplaciano a esta función podremos obtener el *edge patter*. Este, nos proporciona una óptima posición para emplazar la línea de inyección principal. Llegados a este punto, únicamente resta añadir líneas secundarias para acercar la línea de inyección principal al venteo en las zonas donde queda más alejado.

Podríamos introducir como parámetro de entrada en la elección de estas líneas secundarias el valor de la dispersión calculado en este

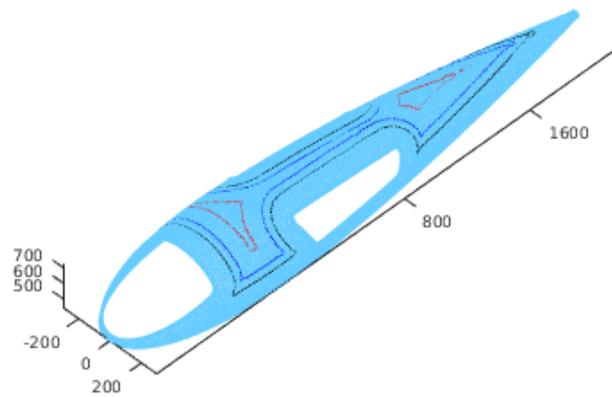
IDEA CEU car

Figura 71: Frentes estimados desde contorno hacia el interior de la parte superior del IDEA CEU *car* (cotas en mm).

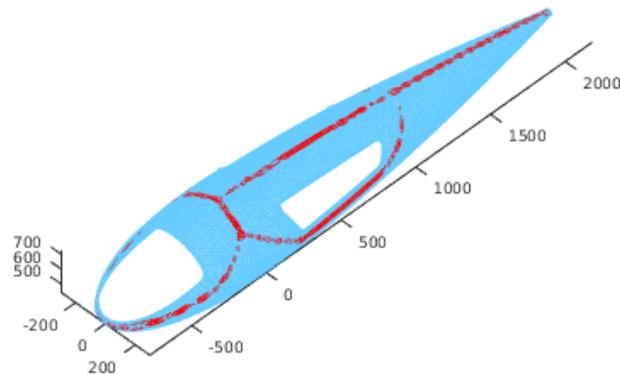
Edge Pattern

Figura 72: *Edge pattern* de la parte superior del IDEA CEU *car* (cotas en mm).

trabajo. Tal y como hemos indicado para las zonas más lejanas la incertidumbre tiende a subir, por lo tanto al añadir líneas secundarias en estas zonas rebajaríamos la incertidumbre del frente y aseguraríamos una llegada de la resina al venteo más homogénea y menos sometida a incertidumbre.

El cálculo inicial, unido a la conocida incertidumbre para el valor del mapa de velocidades constituyen la entrada el algoritmo propuesto, figura 67. De esta forma podemos establecer para el prediseño obtenido inicialmente, un margen de confianza entorno a la elección de la línea de inyección.

Con la información disponible sobre la incertidumbre, conocemos las zonas del canal de inyección que introduce mayor error por lo tanto, podríamos tomar medidas para corregirla.

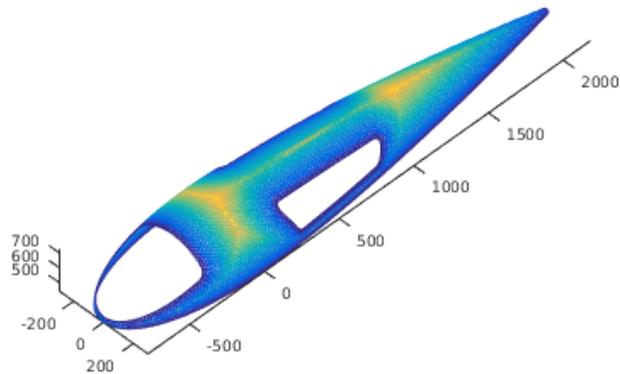
Incertidumbre ε_T en nodos

Figura 73: ε_T en cada nodo, mínima incertidumbre en azul y máxima en amarillo, medida desde el perímetro.

4.4.5 Conclusiones

La metodología presentada proporciona como hemos explicado una forma de predecir cuál sería la incertidumbre introducida por el medio en la propagación de frentes para procesos de infusión de resina. Este nuevo cálculo debe formar parte de un indicador más a tener en cuenta en las estrategias de diseño de canales de inyección. Ahora podemos cuantificar el límite de incertidumbre que queremos en nuestro proceso, mediante la modificación de la estrategia de inyección vamos a reducir esta incertidumbre de una manera cuantificada.

Como línea de futuro está pendiente establecer objetivamente estos límites en la incertidumbre. Al revisar los procesos podemos encontrar en cada caso el límite máximo de incertidumbre soportado o de que depende este límite.

4.5 INCORPORACIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL MEDIO MATERIAL EN EL MODELADO DEL FLUJO MEDIANTE LEVEL SET

4.5.1 Introducción

Como apuntábamos en la sección [3.3.4 Extensión de indicadores incorporando características del medio material](#) los métodos Level Set pueden proporcionar una buena aproximación física a la determinación de la posición del frentes. Tal y como se indicó es suficiente con plantear dos evoluciones Level Set. La primera evolución, no es una evolución real del frente sino una técnica para determinar la oposición al paso presentada en cada punto del medio debida al camino recorrido M . La segunda toma como velocidad la inversa de este valor para proporcionar finalmente como resultado la estimación de tiempos de llegada a cada punto.

Las aplicaciones geométricas anteriores utilizan la evolución del frente como si se tratara de un fenómeno óptico o acústico, para el cual la velocidad del frente de perturbación depende exclusivamente del punto por el que pasa el frente y no del camino recorrido. Con la metodología propuesta en la sección [3.3.4](#) pasamos de esta aproximación ondulatoria, a una aproximación de mecánica de fluidos.

4.5.2 Validación de la propuesta

Los esquemas numéricos utilizados son los mismos expuestos en la sección [3.1](#). El único cambio aplicado para esta aplicación radica en la introducción de un método *narrow band* necesario debido a las grandes diferencias en velocidad en el medio. Este método consiste en utilizar únicamente en el bucle de calculo la contribución de nodos cercanos al frente.

Con el objetivo de validar nuestro método haremos uso de la solución analítica del caso unidireccional expuesta en la sección [3.3.4](#). De esta forma podremos contrastar el resultado proporcionada por el algoritmo propuesto. Suponiendo una presión en la inyección p_0 constante, el tiempo de llegada del frente a cada punto x' tiene la siguiente expresión integral

$$t = \frac{1}{p_0} \int_0^{x'} \left(\int_0^{x'} \frac{1}{M} dx \right) dx' \quad (4-15)$$

Con $M = K/\mu$, consideraremos a efecto del cálculo la viscosidad y resto de propiedades materiales constantes con lo cual, el único parámetro variable a tener en cuenta en la propagación será la permeabilidad K .

Considerando la permeabilidad K_i constante en cada tramo i , podemos realizar la integración y obtener el valor de forma analítica.

Por otro lado, la implementación numérica de Level Set utilizará el esquema expuesto en (3-15)

$$\phi(x, t + \Delta t) = \phi(x, t) - v_n(x)|\phi(x, t)|\Delta t$$

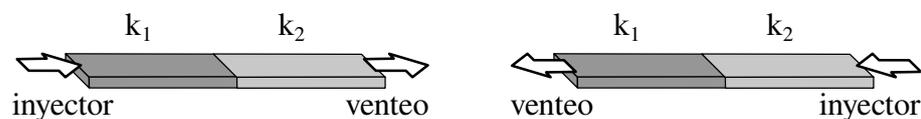


Figura 74: Esquema de disposiciones de inyección y venteo para los dos casos propuestos en la validación.

La figura 74 muestra el caso propuesto para realizar la validación. Como podemos observar se trata de un caso unidireccional con una preforma compuesta por dos secciones con características materiales diferentes, simbolizamos dichas características materiales como, $M_1 = 4 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{Pa s}$ y $M_2 = 1 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{Pa s}$, entendiendo tal y como muestras las unidades que en esta constante están incluida a demás de la permeabilidad, también viscosidad y el resto de características materiales. Establecemos presión constante con un $\Delta p = 80 \text{ kPa}$. Realizamos dos verificaciones: la primera, figura 74 (izquierda), lanzando el flujo de resina desde la izquierda; y la segunda verificación lanzando el flujo de resina desde la derecha, figura 74 (derecha).

Con estos dos casos buscamos validar el comportamiento en los cambios de medio, verificar que la solución Level Set no se ve afectada por la dirección del gradiente en K : es decir como aborda la evolución del frente simulado el aumento o disminución en K .

La figura 79 muestra los resultados de la validación para los dos casos: inyector a la izquierda en la columna de la izquierda e inyección a la derecha en la columna de la derecha. Los datos numéricos proporcionados por Level Set mostrados con puntos reproducen los valores analíticos representados por línea.

Analizando la validación mas allá del objetivo inicial, destaca el hecho de la diferencia existente en los tiempos de llegada a venteo. Tanto en la solución analítica como en la reproducción Level Set encontramos tiempos de llegada a contorno más bajos en el caso 1 que en el caso 2, la diferencia está entorno a 45 min.

Hay una no reversibilidad apreciable, tal y como apuntábamos anteriormente, la reversibilidad en el camino recorrido por el frente es propia de propagaciones Level Set con velocidad constante, o constante a tramos. El establecimiento de estas velocidades en Level Set habilitan la reproducción por ejemplo, de reversibilidad en caminos ópticos.

Validada la estrategia de aproximación a la simulación, estamos en disposición de extender el diseño de canales de inyección ahora para medios con diferentes permeabilidades, tal y como adelantábamos en

la sección 4.1.6. Sin perder de vista la no reversibilidad de los caminos recorridos podemos corregir la elección del *medial axis* como punto de partida para la selección de canal óptimo.

La presente sección no contradice a las secciones anteriores 4.1, recordemos la propuesta en su conjunto: su primer paso selecciona el *medial axis* como canal principal, pero en sucesivos pasos el canal de inyección se corrige con ramas secundarias. La propuesta apunta ahora a encontrar un canal principal a partir de una técnica aproximada a la simulación física. De esta forma las correcciones posteriores serán más ligeras. Buscamos ahora, para nuestro caso unidireccional, el punto óptimo para situar la inyección.

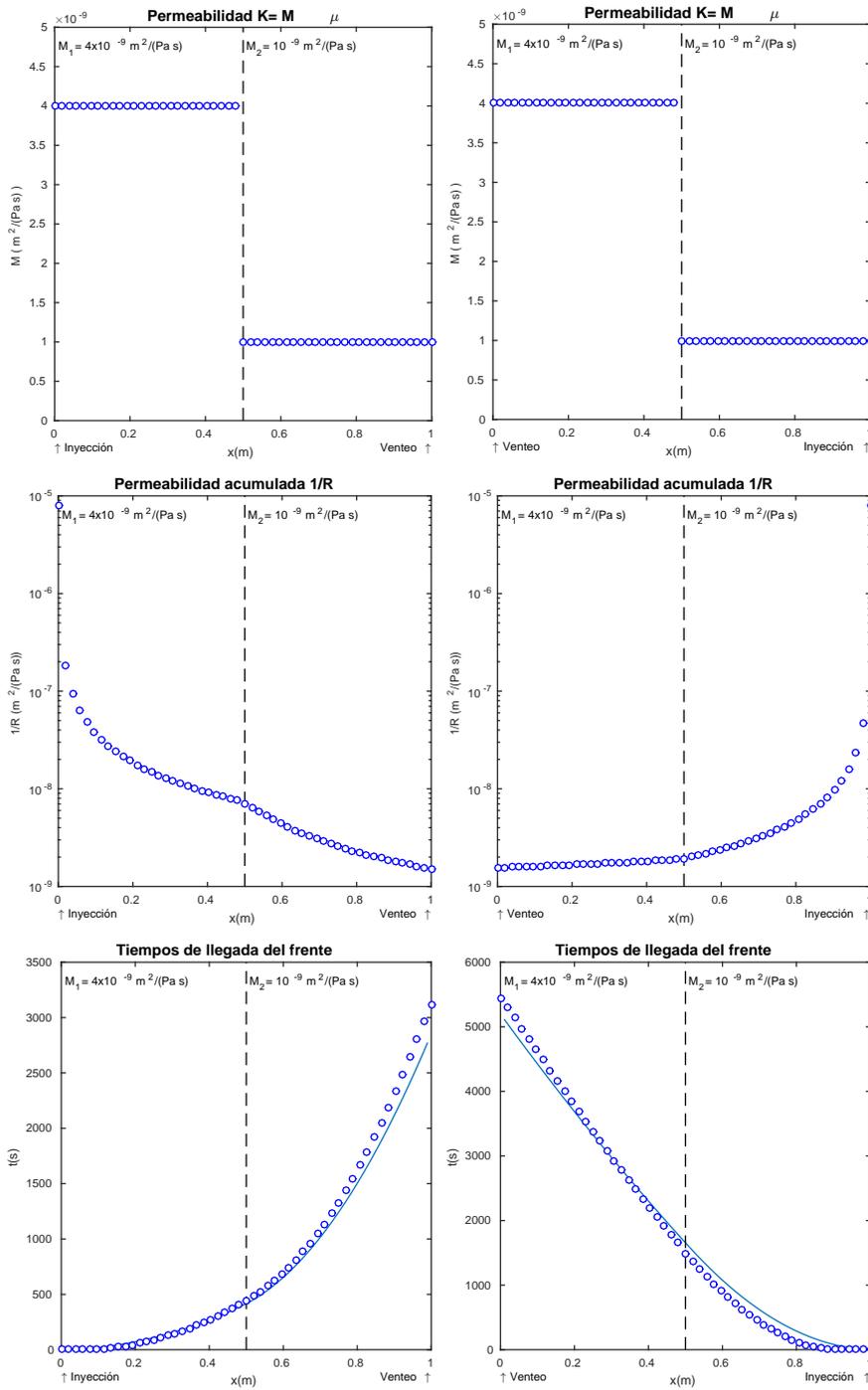


Figura 75: Tiempos de llegada del frente para un caso 1D con inyección desde el lado izquierdo y desde el lado derecho manteniendo la misma distribución de permeabilidades. Solución analítica con trazo continuo.

4.5.3 *Determinación del punto de inyección óptimo*

Con la nueva propuesta mostrada en esta sección con la doble evolución conseguimos reproducir, aproximadamente, comportamientos más cercanos a la mecánica de fluidos y concretamente, la no reversibilidad del camino.

Nos proponemos calcular los tiempos empleados por el frente para desplazarse desde cada punto al contorno. Desde el punto de vista de proceso, sería entender cada punto como un inyector. Cada nodo tendrá por lo tanto asociado el tiempo de llegada desde su posición hasta el venteo.

Para el caso unidimensional con un solo medio, resolviendo la integración 4-15, podemos afirmar que el tiempo empleado en recorrer un determinado camino de 0 a x_i resulta ser igual al valor del área bajo la resistencia acumulada R , como muestra la figura 76.

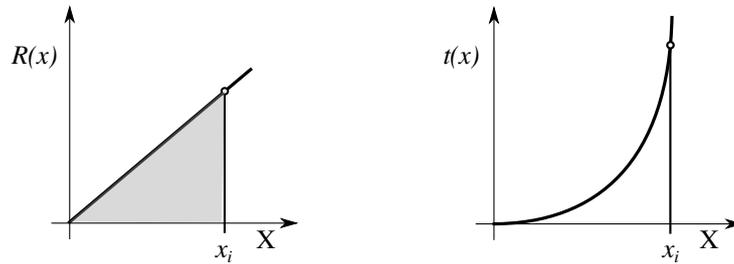


Figura 76: Representación temporal en caso unidireccional

De esta forma el camino recorrido a la inversa, desde el punto donde se encuentra el frente hasta llegar al punto de partida, corresponde con el área que hay por encima de la curva $R(x)$. Para un único medio con características materiales M constantes, $R(x)$ es una recta, y dado un punto x el área por encima y por debajo de R será igual.

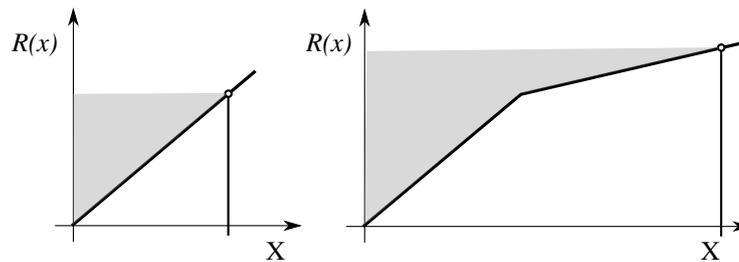


Figura 77: Tiempo llegada desde punto a contorno.

Para un caso con diferentes características materiales M , pero constantes a tramos, no tendríamos igualdad entre áreas, figura 77. Podríamos calcular el área superior $T_r(x_i)$ realizando para el punto i en cuestión el calculo $T_r(x_i) = x_i R(x_i) - T(x_i)$. Utilizando las definiciones anteriores quedaría:

$$T_r(x) = x \int 1/M dx - \iint 1/M dx' dx$$

utilizando la integración por partes podríamos trasformarla integración como:

$$T_r(x) = \int x 1/M dx \quad (4-16)$$

A la vista del resultado, encontramos que el cálculo del tiempo empleado por el frente en recorrer el camino inverso desde cada punto, podría obtenerse con una única integración y por lo tanto, en principio, con una única evolución Level Set del tipo.

$$\frac{dT_r}{dx} = \frac{M}{x} \quad (4-17)$$

4.5.3.1 Cálculos del punto de inyección óptimo

Utilizamos dos casos unidireccionales, mostrados en la figura 78, sobre los que poner en marcha la propuesta de calculo del punto óptimo.

El primero, figura de la izquierda, es una figura simétrica con dos medios con características materiales diferentes M_1 y M_2 . El segundo, figura de la derecha, busca asimetría en la distribución de características materiales, para lo cual dividimos la pieza en cuartos y asignamos: características M_1 al primer cuarto, M_2 al segundo, finalmente el resto de pieza tiene características materiales M_3 con el mismo valor que M_1 . Las figuras tienen una longitud de 1 m.



Figura 78: Medios unidireccionales de ejemplo para el cálculo de punto óptimo de inyección: (izquierda) distribución simétrica de las zonas con distintas características materiales, (derecha) distribución asimétrica en las zonas.

Comenzamos los cálculos estableciendo el *medial axis*, tal y como expusimos en la sección 4.1.3, pero en este caso con la propuesta de aproximación física con dos evoluciones Level Set introducida en la sección 3.3.4. Este resultado podemos entenderlo como una primera corrección al *medial axis* geométrico que lógicamente, para este caso unidireccional se encontraría en la mitad de la pieza.

El resultado de la evolución desde los contornos $x = 0$ y $x = 1$ m hacia el centro se muestra para los dos casos en la segunda fila de la figura 79. Para los dos casos no utilizamos la posibilidad de lanzar

una única evolución desde el perímetro hacia el interior tal y como implementábamos en secciones anteriores. Utilizamos dos evoluciones, una de izquierda a derecha (puntos rojos) y otra de derecha a izquierda (puntos azules).

Como podemos observar el punto de corte entre las dos curvas nos proporcionaría el *medial axis* corregido por las diferentes características materiales en cada zona, no corta sobre el centro geométrico sino que en ambos casos encontramos un desplazamiento hacia la derecha. Reproduce lo esperado puesto que sobre esta zona encontramos la permeabilidad más baja y por tanto la mayor oposición al paso del flujo.

La tercera fila de la figura 79, muestra el resultado de la evolución Level Set propuesta para obtener los tiempos de llegada al contorno t_r calculados a partir de la evolución (4-17). En este caso, los puntos en rojo corresponden al tiempo requerido para que el frente lanzado desde ese punto llegue a la izquierda y con puntos azules tiempos para llegar a la derecha.

Los puntos de corte entre las dos curvas proporcionaría el *punto óptimo* de inyección para cada caso. Como ya adelantábamos, debido a la no reversibilidad del camino recorrido, no hay coincidencia con el punto del *medial axis* corregido. Resaltamos las diferencias entre ambos casos sobre la posición relativa del *punto óptimo* con respecto al *medial axis*: en el primer caso; (primera columna) el punto óptimo se desplaza a la izquierda del *medial axis*, mientras que por el contrario, para el segundo caso (segunda columna); el *punto óptimo* se desplaza hacia la derecha.

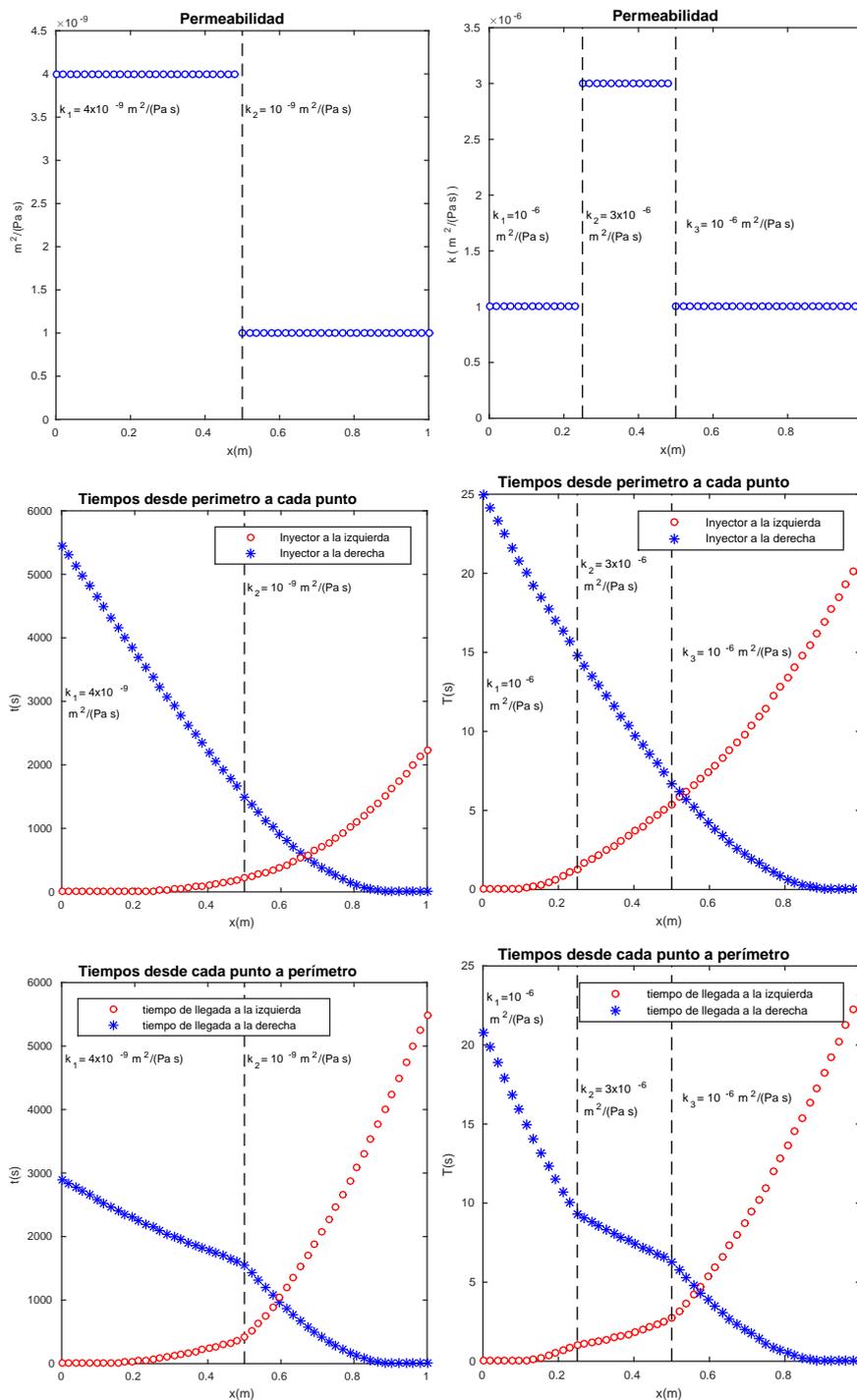


Figura 79: (primera fila) Distribución espacial de las características materiales, (segunda fila) tiempo llegada frente desde contorno izquierdo y derecho a cada punto, el corte entre las dos curvas proporciona el *medial axis* corregido, (tercera fila) tiempo de llegada desde cada punto a contorno, el corte entre las dos curvas proporciona el punto óptimo.

4.5.4 Hacia la generalización en 2D

Durante toda la sección trabajamos el caso unidireccional, pero analicemos las implicaciones hacia la generalización a más dimensiones. Los métodos Level Set y concretamente, el esquema numérico presentado es capaz de mover frentes en dimensiones superiores, la figura 80 muestra esta evolución, llegando a calcular el *mapa de distancias* corregido. Utilizando para este caso la disposición de permeabilidades mostrada en la primera figura. Recordamos que los isocontornos o niveles de esta la tercera figura, proporcionan la posición del frente en el instante seleccionado por el nivel.

En este caso realizamos una evolución tomando como inicio el perímetro, hacia el interior obteniendo así un *medial axis* corregido por las características físicas del medio. Como hemos indicado en las secciones anteriores, este *medial axis* tomado como único canal de inyección no garantiza la llegada en el mismo instante al veteo. Tal y como se introducía en la sección 4.1, el *medial axis* está en contacto con el venteo o contorno de la pieza así que es necesario, establecer un parámetro τ , figura 25. Posteriormente, corregir con ramas secundarias.

Como hemos podido comprobar, la no reversibilidad del camino recorrido implicará que el *medial axis* escogido como canal principal, tampoco se corresponde con el óptimo, debería ser calculado con los tiempos T_r . Esto produciría un patrón de distancias diferente, y el *edge pattern* proporcionaría un canal principal óptimo desplazado. Pero esta nueva corrección sigue incurriendo en el mismo problema que la anterior, y de nuevo debería incorporar un parámetro τ y canales secundarios.

Los cálculos T_r serían de aplicación en estrategias de llenado diferentes a la propuesta en esta sección 4.1.

Por otro lado, con los resultados obtenidos para el caso unidireccional, podríamos apresurarnos a afirmar que la técnica propuesta reproduce o es equivalente a una simulación física. Pero durante todo este trabajo hablamos de *aproximación física*, sobre todo para casos 2D y superiores. La integración que nos conduce al cálculo de tiempos de llegada del frente, está intrínsecamente realizada sobre las direcciones de líneas de corriente marcadas por las direcciones perpendiculares al frente en cada instante. En el proceso de doble integración, concretamente en la primera fase, acumula información del camino recorrido. No podemos garantizar que dada una posición del frente, para una partícula del frente, el camino recorrido por esta coincida exactamente con la línea de integración, aunque será muy próximo. Es por esto que hablamos de *aproximación física*.

4.5.5 Conclusiones

Esta sección completa la aproximación para RI incorporando consideraciones físicas a las geométricas para enriquecer el campo de distancias. Constituímos por lo tanto el cuerpo de una herramienta numérica destinada a proponer estrategia rápida y realizable sobre el diseño de canales de distribución para la pieza.

El esquema numérico utilizado muestra por lo tanto sus capacidades para modelizar la evolución de frentes en procesos de RI. En la sección se ha validado la estrategia de utilizar dos evoluciones, para el caso unidireccional, comprobando su buen ajuste a la solución analítica. De igual forma mostramos un procedimiento alternativo para la obtención del punto óptimo de inyección. Mediante una única evolución Level Set realizamos la corrección del *medial axis*, haciendo depender la velocidad de la evolución de la interfase con la posición.

Queda como trabajo futuro la metodología a emplear para extender la selección de punto óptimo a superficies 2.5D. Es necesario establecer adecuadamente las líneas de corriente utilizadas para realizar la integración.

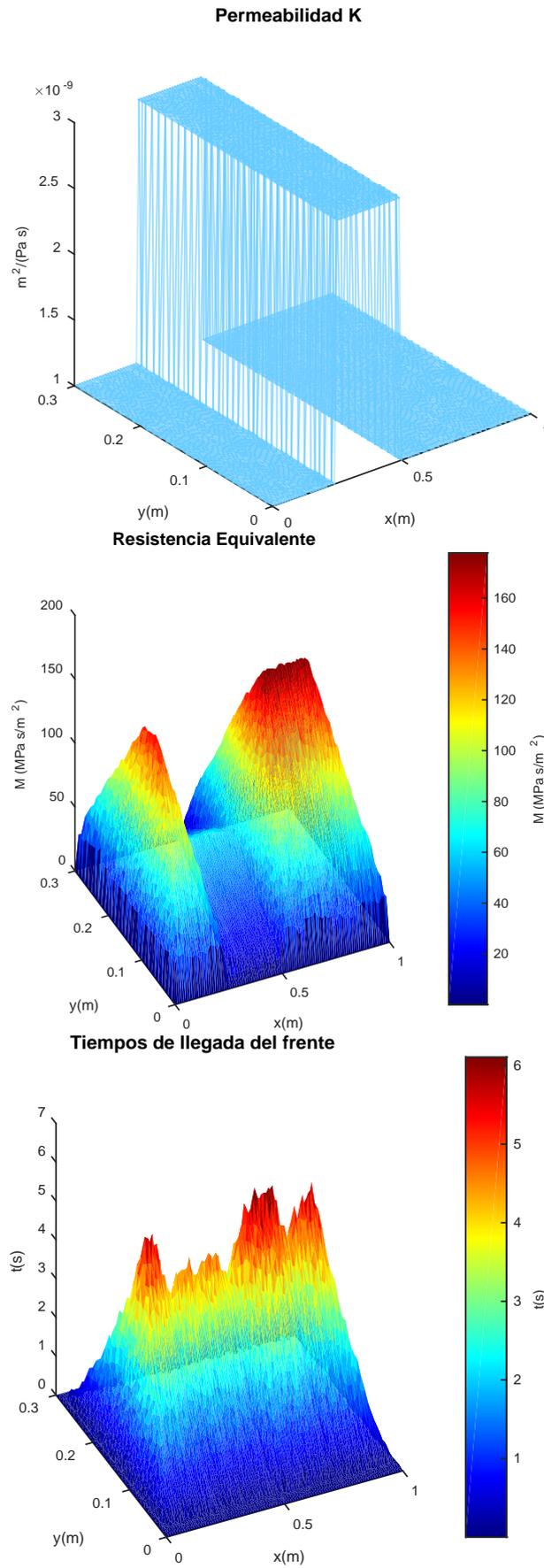


Figura 80: *Campo de distancias* corregido, para una superficie rectangular con una distribución de tres zonas de permeabilidad.

CONCLUSIONES

En los procesos LCM, la progresión del flujo está principalmente condicionada por la localización de los canales de inyección y la línea de venteo y las características del medio material que conforman la pieza. La primera parte de la investigación respondió al desarrollo de una herramienta matemática basada en Level Set para el pre-diseño de canales de inyección en procesos LCM haciendo uso de una aproximación basada en consideraciones geométricas y en el establecimiento de indicadores de proceso como el *campo de distancias* y *edge pattern*. La técnica consideró la evolución del flujo de manera simplificada y eficiente, permitiendo así un diseño rápido, destinado a predecir la idoneidad del comportamiento del flujo para distintas geometrías de molde y condiciones materiales.

El siguiente resultado importante mostró las capacidades añadidas del procedimiento numérico propuesto anteriormente, contrastando la posibilidad de extensión del cálculo no solo para medios isótropos, sino también a medios anisótropos. Desarrollamos un marco computacional basado en AV que conjuntamente con Level Set permitió la caracterización del medio material proporcionando un mapa de velocidades. El método capturó la evolución dinámica de los frentes, mediante AV y avanzó la evolución a través de Level Set, consiguiendo inferir: defectos y futuras colisiones del frente. La detección de defectos se realizó buscando discrepancias entre la evolución observada con AV caracterizada por el mapa de velocidades y el esquema de permeabilidades definido. Por otro lado Level Set proporcionó la predicción de frentes a futuro permitiendo identificar, de forma temprana, posibles colisiones de frente y dar paso a procesos de control activo evitando la consecuencia de acarrear zonas con defecto de impregnación.

Este marco computacional dio pie a la puesta en marcha de una técnica novedosa *Mixed Numerical Experimental Technique* (MNET) que junto a una simulación numérica por FE sirvió para caracterizar el medio material. El procedimiento computa las propiedades del medio material en modo iterativo con el objetivo de enlazar los datos experimentales medidos con el marco computacional y la estimación realizada mediante la simulación. Este método quedó contrastado con una estimación del efecto inducido por la superficie de *gel-coat* sobre el avance del frente durante el llenado.

Dado que la caracterización de medios materiales en LCM proporciona valores numéricos de permeabilidad estocásticos, la investigación continuó, estudiando la propagación de esta incertidumbre a la

metodología basada en Level Set. Este nuevo cálculo añadió un indicador más a tener en cuenta en las estrategias de pre-diseño de canales de inyección. Cumplimos así con el objetivo inicial de cuantificar la incertidumbre sobre los parámetros de entrada a la propuesta numérica Level Set. Seleccionando el límite de incertidumbre asumible para nuestro proceso, la modificación en la estrategia de inyección conducirá a reducir esta variabilidad consiguiendo procesos LCM mas robustos.

Finalmente completamos la investigación en torno a las aplicaciones prácticas de la herramienta Level Set en procesos LCM, enriqueciendo las simplificaciones iniciales con la incorporación de la permeabilidad acumulada en la evolución de nuestras interfases.

TRABAJO FUTURO

Las propuestas basadas en consideraciones puramente geométricas mostraron una sencilla extensión a topologías \mathbb{R}^3 . No resulto tan sencilla la evolución a más dimensiones cuando tratamos de incorporar las características del medio material al modelado del flujo. Sería necesario incorporar una visión del problema más allá de la basada puramente en distancias e identificar adecuadamente las líneas de corriente que participan en la descripción.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Suresh G Advani y E Murat Sozer. *Process modeling in composites manufacturing*. Vol. 59. CRC Press, 2002.
- [2] Dillingham Gerald L. «Aviation Safety - Status of FAA's Actions to Oversee the Safety of Composite Airplanes». En: *United States Government Accountability Office* September (2011), págs. 1-20.
- [3] Okenwa I Okoli y G F Smith. «Aspects of the Tensile Response of Random Continuous Glass/Epoxy Composites». En: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 18.7 (1999), págs. 606-613. DOI: [10.1177/073168449901800702](https://doi.org/10.1177/073168449901800702).
- [4] Robert A. Witik, Jérôme Payet, Véronique Michaud, Christian Ludwig y Jan-Anders E. Månson. «Assessing the life cycle costs and environmental performance of lightweight materials in automobile applications». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 42.11 (2011), págs. 1694-1709. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2011.07.024](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2011.07.024).
- [5] J. R. Thagard, O. I. Okoli, Z. Liang, H. P. Wang y C. Zhang. «Resin infusion between double flexible tooling: Prototype development». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 34.9 (2003), págs. 803-811. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/S1359-835X\(03\)00201-X](https://doi.org/10.1016/S1359-835X(03)00201-X).
- [6] S Bickerton, Q Govignon y P Kelly. *Advanced fibre-reinforced polymer (FRP) composites for structural applications*. Woodhead Publishing Series in Civil and Structural Engineering. Elsevier Science, 2013. ISBN: 9780128088371.
- [7] Hatice S. Sas, Pavel Šimáček y Suresh G. Advani. «A methodology to reduce variability during vacuum infusion with optimized design of distribution media». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 78 (2015), págs. 223-233. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2015.08.011](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2015.08.011).
- [8] J. Wang, P. Simacek y S. G. Advani. «Use of Centroidal Voronoi Diagram to find optimal gate locations to minimize mold filling time in resin transfer molding». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 87 (2016), págs. 243-255. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2016.04.026](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2016.04.026).
- [9] Shunliang Jiang, Chuck Zhang y Ben Wang. «Optimum arrangement of gate and vent locations for RTM process design using a mesh distance-based approach». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 33.4 (2002), págs. 471-481. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/S1359-835X\(01\)00146-4](https://doi.org/10.1016/S1359-835X(01)00146-4).

- [10] J. Lugo, P. Simacek y S. G. Advani. «Analytic method to estimate multiple equivalent permeability components from a single rectilinear experiment in liquid composite molding processes». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 67 (2014), págs. 157-170. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2014.08.031](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2014.08.031).
- [11] Henry Darcy. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon: exposition et application...* Victor Dalmont, 1856.
- [12] P. Simacek y S. G. Advani. «^{Equivalent}"Permeability and Flow in Compliant Porous Media"». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 80 (2016), págs. 107-110. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2015.10.006](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2015.10.006).
- [13] Wenlan Ba, Ning Ren y Lixin Cao. «Geometry of 3D MAT and its application to moulding surfaces». En: *Graphical Models* 82 (2015), págs. 1-12. ISSN: 15240703. DOI: [10.1016/j.gmod.2015.09.004](https://doi.org/10.1016/j.gmod.2015.09.004).
- [14] Luis P. Canal, María Benavente, Michael Hausmann y Véronique Michaud. «Process-induced strains in RTM processing of polyurethane / carbon composites». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 78 (2015), págs. 264-273. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2015.08.018](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2015.08.018).
- [15] S. Konstantopoulos, E. Fauster y R. Schledjewski. «Monitoring the production of FRP composites: A review of in-line sensing methods». En: *Express Polymer Letters* 8.11 (2014), págs. 823-840. ISSN: 1788618X. DOI: [10.3144/expresspolymlett.2014.84](https://doi.org/10.3144/expresspolymlett.2014.84).
- [16] J. A. Sethian. *Level Set Methods and Fast Marching Methods*. 2.^a ed. Cambridge Univertisy Press, 1999.
- [17] Martin Burger, Andrea Cg Mennucci, Stanley Osher y Martin Rumpf. *Level Set and PDE Based Reconstruction Methods in Imaging*. 2008, pág. 329. ISBN: 9783319017112. DOI: [10.1007/978-3-319-01712-9](https://doi.org/10.1007/978-3-319-01712-9).
- [18] Gabriel Peyré y Laurent D Cohen. «Geodesic Remeshing Using Front Propagation». En: *International Journal of Computer Vision* 69.1 (2006), pág. 145. ISSN: 1573-1405. DOI: [10.1007/s11263-006-6859-3](https://doi.org/10.1007/s11263-006-6859-3).
- [19] Stanley Osher, R Fedkiw y K Piechor. *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*. Vol. 57. 3. 2004, B15. ISBN: 0387954821. DOI: [10.1115/1.1760520](https://doi.org/10.1115/1.1760520).
- [20] Jasjit S. Suri y Swamy Laxminarayan. *PDE & Level Sets Algorithmic Approaches to Static & Motion Imagery*. ISBN: 0306479303.

- [21] Elias Cueto, Chady Ghnatios, Francisco Chinesta, Nicolas Montes, Fernando Sanchez y Antonio Falco. «Improving Computational Efficiency in LCM by Using Computational Geometry and Model Reduction Techniques». En: *Key Engineering Materials* 611-612 (2014), págs. 339-343. ISSN: 1662-9795. DOI: [10.4028/www.scientific.net/KEM.611-612.339](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.611-612.339).
- [22] F. Sánchez, J.A. García, Ll. Gascón y F. Chinesta. «Towards an efficient numerical treatment of the transport problems in the resin transfer molding simulation». En: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 196.21-24 (2007), págs. 2300-2312. ISSN: 00457825. DOI: [10.1016/j.cma.2006.07.018](https://doi.org/10.1016/j.cma.2006.07.018).
- [23] Nicolás Montés y Fernando Sánchez. «A new computational tool for liquid composite moulding process design based on configuration spaces». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 41.1 (2010), págs. 58-77. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2009.07.003](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2009.07.003).
- [24] Luís Domenech, Antonio Falcó, Victor García y Fernando Sánchez. «Towards a 2.5D geometric model in mould filling simulation». En: *Journal of Computational and Applied Mathematics* 0 (2015), págs. 1-17. ISSN: 0377-0427. DOI: [10.1016/j.cam.2015.02.043](https://doi.org/10.1016/j.cam.2015.02.043).
- [25] Joaquim Vilà, Carlos González y Javier LLorca. «A level set approach for the analysis of flow and compaction during resin infusion in composite materials». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 67 (2014), págs. 299-307. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2014.09.002](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2014.09.002).
- [26] L.Domenech, F.Sánchez, V.García, E.Cortés, E.Cueto y F.Chinesta. «a Fast Marching-Level Sets Approach for the Distance Field Computation and Its Application in Liquid Composite Molding Process Performance Indicators». En: *20th International Conference on Composite Materials*. July. 2015.
- [27] F.Sánchez, L.Domenech, V.García, N.Montés, A.Falcó, E.Cueto, F.Chinesta y P.Fideu. «Fast and reliable gate arrangement pre-design of resin infusion processes». En: *Composites Part A Applied Science and Manufacturing* 77 (2015), págs. 285-292. DOI: [10.1016/j.compositesa.2015.04.018](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2015.04.018).
- [28] J Luo, Z Liang, C Zhang y B Wang. «Optimum tooling design for resin transfer molding with virtual manufacturing and artificial intelligence». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 32.6 (2001), págs. 877-888. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/S1359-835X\(00\)00147-0](https://doi.org/10.1016/S1359-835X(00)00147-0).
- [29] Josef F.A. Kessels, Attie S. Jonker y Remko Akkerman. «Optimising the flow pipe arrangement for resin infusion under flexible tooling». En: *Composites Part A: Applied Science and Ma-*

- nufacturing* 38.9 (2007), págs. 2076-2085. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2007.04.008](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2007.04.008).
- [30] M.Y. Lin, M.J. Murphy y H.T. Hahn. «Resin transfer molding process optimization». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 31.4 (2000), págs. 361-371. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/S1359-835X\(99\)00054-8](https://doi.org/10.1016/S1359-835X(99)00054-8).
- [31] Byoung Yoon Kim, Gi Joon Nam y Jae Wook Lee. «Optimization of filling process in RTM using a genetic algorithm and experimental design method». En: *Polymer Composites* 23.1 (2002), págs. 72-86. ISSN: 1548-0569. DOI: [10.1002/pc.10413](https://doi.org/10.1002/pc.10413).
- [32] Ali Gokce, Kuang-Ting Hsiao y Suresh G. Advani. «Branch and bound search to optimize injection gate locations in liquid composite molding processes». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 33.9 (2002), págs. 1263-1272. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/S1359-835X\(02\)00047-7](https://doi.org/10.1016/S1359-835X(02)00047-7).
- [33] Ali Gokce y Suresh G. Advani. «Vent Location Optimization Using Map-Based Exhaustive Search in Liquid Composite Molding Processes». en. En: *Materials and Manufacturing Processes* 19.3 (2004), págs. 523-548. ISSN: 1042-6914. DOI: [10.1081/AMP-120038659](https://doi.org/10.1081/AMP-120038659).
- [34] Ali Gokce y Suresh G. Advani. «Simultaneous gate and vent location optimization in liquid composite molding processes». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 35.12 (2004), págs. 1419-1432. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2004.05.001](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2004.05.001).
- [35] Roopesh Mathur, Suresh G. Advani y Bruce K. Fink. «Use of genetic algorithms to optimize gate and vent locations for the resin transfer molding process». En: *Polymer Composites* 20.2 (1999), págs. 167-178. ISSN: 15480569. DOI: [10.1002/pc.10344](https://doi.org/10.1002/pc.10344).
- [36] Shunliang Jiang, Chuck Zhang y Ben Wang. «A process performance index and its application to optimization of the rtm process». en. En: *Polymer Composites* 22.5 (2001), págs. 690-701. ISSN: 0272-8397. DOI: [10.1002/pc.10571](https://doi.org/10.1002/pc.10571).
- [37] Fernando Sánchez, J.A. García, F. Chinesta, Ll. Gascón, C. Zhang, Z. Liang y B. Wang. «A process performance index based on gate-distance and incubation time for the optimization of gate locations in liquid composite molding processes». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 37.6 (2006), págs. 903-912. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2005.01.016](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2005.01.016).
- [38] R Mathur, Suresh G. Advani y B K Fink. «A real-coded hybrid genetic algorithm to determine optimal resin injection locations in the resin transfer molding process». En: *Computer Modeling in Engineering and Sciences* 4.5 (2003), págs. 587-602.

- [39] Kuang-Ting Hsiao, Mathieu Devillard y Suresh G. Advani. «Simulation based flow distribution network optimization for vacuum assisted resin transfer moulding process». En: *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 12.3 (2004), S175-S190. ISSN: 0965-0393. DOI: [10.1088/0965-0393/12/3/S08](https://doi.org/10.1088/0965-0393/12/3/S08).
- [40] Nicolás Montés, Fernando Sánchez y Ubaldo Pineda. «Efficient Resin Distribution Channel for the Design of Resin Infusion Processes Using Geometric Methods». En: *Advanced Science Letters* 19.3 ().
- [41] Nina Amenta, Sunghee Choi y Ravi Krishna Kolluri. «The power crust, unions of balls, and the medial axis transform». En: *Computational Geometry* 19.2 (2001), págs. 127-153. ISSN: 0925-7721. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0925-7721\(01\)00017-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0925-7721(01)00017-7).
- [42] Kerang Han, Shunliang Jiang, Chuck Zhang y Ben Wang. «Flow modeling and simulation of SCRIMP for composites manufacturing». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 31.1 (2000), págs. 79-86. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/S1359-835X\(99\)00053-6](https://doi.org/10.1016/S1359-835X(99)00053-6).
- [43] Q. Govignon, S. Bickerton y P.A. Kelly. «Simulation of the reinforcement compaction and resin flow during the complete resin infusion process». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 41.1 (2010), págs. 45-57. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2009.07.007](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2009.07.007).
- [44] François Trochu, Edu Ruiz, Vincent Achim y Sofiane Soukane. «Advanced numerical simulation of liquid composite molding for process analysis and optimization». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 37.6 (2006), págs. 890-902. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2005.06.003](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2005.06.003).
- [45] Fernando Sánchez, Luis Doménech, Victor Garcia, Nicolas Montes, Antonio Falco, Elias Cueto y Francisco Chinesta. «A computational approach based on flow front shape dynamic behavior for the process characterization during filling in Liquid Resin Infusion». En: *Key Engineering Materials*. Vol. 611. Trans Tech Publ. 2014, págs. 265-272.
- [46] Ubaldo Pineda y Luis Doménech. «Towards Artificial Vision and Pattern Recognition Techniques for Application in Liquid Composite». En: *ECCOMAS CFD*. June. 2010, págs. 14-17.
- [47] N. Vernet y col. «Experimental determination of the permeability of engineering textiles: Benchmark II». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 61 (2014), págs. 172-184. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2014.02.010](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2014.02.010).

- [48] V.García, E.Cortés, L.Domenech, F.Sánchez y F.Chinesta. «Effect of surface coating on the characterization of the process dynamical behaviour during mold filling in liquid resin infusion». En: *20th International Conference on Composite Materials*. July. 2015.
- [49] William Rogers, Christopher Hoppins, Zoltán Gombos y John Summerscales. «In-mould gel-coating of polymer composites: a review». En: *Journal of Cleaner Production* 70 (2014), págs. 282-291.
- [50] P.J. Schubel. «Technical cost modelling for a generic 45-m wind turbine blade produced by vacuum infusion (VI)». En: *Renewable Energy* 35 (2010), págs. 183-189.
- [51] Bin Yang y Dongbai Sun. «Testing, inspecting and monitoring technologies for wind turbine blades: A survey». En: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 22 (2013), págs. 515-526. ISSN: 13640321. DOI: [10.1016/j.rser.2012.12.056](https://doi.org/10.1016/j.rser.2012.12.056).
- [52] P.J. Schubel, R.J. Crossley, E.K.G. Boateng y J.R. Hutchinson. «Review of structural health and cure monitoring techniques for large wind turbine blades». En: *Renewable Energy* 51 (2013), págs. 113-123. ISSN: 09601481. DOI: [10.1016/j.renene.2012.08.072](https://doi.org/10.1016/j.renene.2012.08.072).
- [53] T James Wang, C H Wu y L James Lee. «In-Plane Permeability Measurement and Analysis in Liquid Composite Molding». En: *Polymer Composites* 15.4 (1994), págs. 278-288. ISSN: 0272-8397. DOI: [10.1002/pc.750150406](https://doi.org/10.1002/pc.750150406).
- [54] Cheng-hsien Wu, T James Wang y L James Lee. «Trans-plane fluid permeability measurement and its applications in liquid composite molding». En: *Polymer Composites* 15.4 (1994), págs. 13-18.
- [55] R. S. Parnas y JG Howard. «Permeability characterization. Part 1: A proposed standard reference fabric for permeability». En: *Polymer Composites* 16.6 (1995), págs. 429-445.
- [56] VMA Calado y Suresh G. Advani. «Effective average permeability of multi-layer preforms in resin transfer molding». En: *Composites Science and Technology* 56 (1996), págs. 519-531.
- [57] Gerd Morren, Sven Bossuyt y Hugo Sol. «2D permeability tensor identification of fibrous reinforcements for RTM using an inverse method». En: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 39.9 (2008), págs. 1530-1536. ISSN: 1359835X. DOI: [10.1016/j.compositesa.2008.05.019](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2008.05.019).
- [58] Nicolás Montés, Fernando Sánchez y J. Torner. «Numerical technique for the space discretization of resin infusion mould sensing with artificial vision». En: *International Journal of Material Forming* 1.S1 (2008), págs. 923-926. ISSN: 1960-6206. DOI: [10.1007/s12289-008-0247-1](https://doi.org/10.1007/s12289-008-0247-1).

- [59] Ubaldo Pineda, Nicolás Montés, Luis Doménech y Fernando Sánchez. «On-line Measurement of the Resin Infusion Flow Variables Using Artificial Vision Technologies». En: *International Journal of Material Forming* 3.S1 (2010), págs. 711-714. ISSN: 1960-6206. DOI: [10.1007/s12289-010-0869-y](https://doi.org/10.1007/s12289-010-0869-y).
- [60] Luis Doménech, Nicolás Montés y Fernando Sánchez. «Estimation of local permeability with artificial vision techniques using a direct method 1». En: *International Conference on Composite Materials*. 2011, págs. 1-6.
- [61] Víctor Garcia-Penyas, Luis Domenech, Fernando Sanchez y Antonio Falcó. «Stochastic Fast Marching Method for Resin Infusion Flow Front Propagation». En: *Mathematical Modelling in Engineering & Human Behaviour*. 2016.
- [62] V.Garcia-Penyas, L.Doménech y F.Sánchez. «A Level Set Approach for Performance Indicators Based on Corrected Distance Field Computation and Its Application in Liquid Composite Molding Process». En: *Unpublished* ().

COLOPHON

This document was typeset using the typographical look-and-feel `classicthesis` developed by André Miede. The style was inspired by Robert Bringhurst's seminal book on typography "*The Elements of Typographic Style*". `classicthesis` is available for both \LaTeX and \LyX :

<https://bitbucket.org/amiede/classicthesis/>