

Universidad CEU-Cardenal Herrera

Departamento de Ciencias Físicas, Matemáticas y de la Computación



**MARCO COMPUTACIONAL PARA EL
DISEÑO, OPTIMIZACIÓN Y CONTROL
DE PROCESOS DE MOLDEO CON
RESINAS LÍQUIDAS (LCM)**

TESIS DOCTORAL

Presentada por: Nicolás Montés Sánchez

Dirigida por: Fernando Sánchez López
Antonio Falcó Montesinos

VALENCIA

2009

TESIS DOCTORAL

**MARCO COMPUTACIONAL PARA EL DISEÑO,
OPTIMIZACIÓN Y CONTROL DE PROCESOS DE
MOLDEO CON RESINAS LÍQUIDAS (LCM)**

Memoria presentada para la obtención del grado de Doctor Ingeniero En Automática y Electrónica Industrial por la Universidad CEU Cardenal Herrera.

Fdo. NICOLÁS MONTÉS SÁNCHEZ

VºBº de los directores:

DR. FERNANDO SÁNCHEZ LÓPEZ

DR. ANTONIO FALCÓ MONTESINOS

Valencia, 15 de Junio de 2009

TESIS DOCTORAL

MARCO COMPUTACIONAL PARA EL DISEÑO, OPTIMIZACIÓN Y CONTROL DE PROCESOS DE MOLDEO CON RESINAS LIQUIDAS (LCM)

Autor: Nicolás Montés Sánchez

Dirigida por: Dr. Fernando Sánchez López y Dr. Antonio Falcó Montesinos

TRIBUNAL CALIFICADOR

- PRESIDENTE:** **Dr.D.Francisco Chinesta**
EADS Corporate Foundation International Chair at the Ecole Centrale
de Nantes, France.
- VOCALES:** **Dr.D.Nuno Correia**
Director of Composite Materials Unit. Institute of Mechanical
Engineering and Industrial Management (INEGI).Universidade do Porto,
Portugal.
- Dr.D.Edu Ruiz**
Department of Mechanical Engineering, Ecole Polytechnique de
Montréal, Canada.
- Dr.D.Concha Sanz Box**
Responsable de Área Técnica. Subdirectora del Instituto Tecnológico del
Plástico (AIMPLAS).
- SECRETARIO:** **Dr.D.Elias Cueto**
Departamento de ingeniería mecánica. Universidad de Zaragoza
- SUPLENTE:** **Dr.D.Juan Antonio García Manrique**
Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales. Universidad
Politécnica de Valencia.
- Dr.D.Francisco Muñoz Almaraz**
Departamento de Ciencias Físicas, Matemáticas y de la Computación.
Universidad CEU Cardenal Herrera.

*“Los que aseguran que es imposible,
no deberían de interrumpir a los que estamos intentándolo”*

Thomas Alva Edison

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero agradecer a mis padres, a mi hermana, por su esfuerzo de toda una vida, ya que sin el suyo, el mío no hubiera sido posible.

A mi mujer, Silvia, por su gran apoyo y ayuda incondicional.

A Fernando Sánchez por creer en mí y en mis posibilidades, y por abrirme las puertas de la docencia.

A Antonio Falco por esos debates tan sustanciosos que hemos tenido y su visión aplicada de las matemáticas.

A mis compañeros del CEU que me han ayudado durante la realización de esta tesis. Especialmente a todos los que han pasado por el despacho 52, J.Pardo, M.Zaera, D.Pantaleón, y a los están ahora, L.Domenech, U.Pineda, V.García y L.Hilario.

A Josep Tornero por la cantidad de cosas que he aprendido a su lado y por permitirme formar parte de su equipo. Sus enseñanzas me han hecho crecer como persona y como investigador.

Al Instituto de Diseño y Fabricación Automatizada (IDF) y a todos los compañeros y amigos que allí hice y que me apoyaron en mi trabajo. Especialmente me quiero acordar de A.Herraez y M.Mora, que siempre me han animado a seguir.

A Pepe y a Sefa por hacerme sentir como uno de sus hijos. El despacho ya vuelve a ser vuestro.

Finalmente quiero dedicar esta tesis a Ander, por convertirme en tío y doctor al mismo tiempo.

RESUMEN

Los procesos de conformado por moldeo de materiales compuestos a partir de resinas líquidas están siendo cada vez más utilizados en la fabricación de composites de matriz polimérica reforzados con fibras. El avance tecnológico y la disminución de costes de producción han provocado que su utilización se generalice cada vez más a todo tipo de productos. Esta proliferación de los composites en la industria, va pareja a la evolución de los procesos LCM (Liquid Composite Moulding) que permitan abaratar costes y mejorar la calidad del producto final. En la actualidad, se está empezando a implantar en la industria un novedoso proceso LCM, llamado infusión de resina. La peculiaridad de este proceso es que utiliza como contramolde una bolsa de plástico, reduciendo los costes de producción. Este proceso se utiliza en la fabricación de pequeños lotes de grandes piezas como palas de aerogenerador, piscinas, barcos, etc. Sin embargo, este proceso presenta complejidades adicionales frente al resto de procesos LCM. Aparte de los conocidos problemas de “*Race Tracking*” y superposicionamiento de las preformas, comúnmente estudiados en RTM, el uso de un contramolde flexible provoca diferencias en el gradiente de presión en cada zona del molde, modificando la permeabilidad de la preforma y dificultando la predicción de flujo mediante simulación numérica.

En la industria, las herramientas existentes para llevar a buen fin un llenado mediante este tipo de proceso, suelen estar basadas en ensayos de prueba y error y en complejas simulaciones computacionales del proceso. Un costoso modelado previo de las propiedades de los materiales se hace necesario. Suele ser habitual desperdiciar un número considerable de piezas antes de conseguir impregnar toda la preforma sin dejar zonas secas. Debido a las dimensiones de las piezas a fabricar y que, la mayoría de veces los lotes son pequeños, el aumento del coste unitario es considerable. Así pues, se hace necesario diseñar herramientas computacionalmente eficientes que nos permitan mejorar este tipo de procesos. En la presente investigación se propone un novedoso marco computacional que sirve como herramienta común y extensible para el diseño, optimización y control de los procesos de infusión. Aunque en este trabajo se ha concretado la aplicación para este tipo de procesos, en realidad es aplicable a las distintas variantes de los procesos LCM.

El eje principal de esta tesis se basa en el uso novedoso de los espacios de configuraciones en procesos LCM. Estos espacios se utilizan de forma generalizada en otros ámbitos como la robótica móvil. Sin embargo, no han sido usados en procesos LCM, siendo sus propiedades y beneficios desconocidos. El concepto principal que se introduce es la definición de un sistema de referencia alternativo al cartesiano, basado en las variables del propio proceso. Variables tan dispares como distancia a un punto de interés, tiempo de llenado, tiempo de incubación,

velocidad del frente de avance de resina, etc., pueden ser susceptibles de formar parte de este nuevo sistema de referencia. La elección de las variables y la dimensión de estos espacios esta sujeto a la aplicación que se les vaya a dar. En la presente investigación nos hemos focalizado en aplicaciones de optimización y control donde, la naturaleza de los índices utilizados suele ser monovariable. Así pues, la dimensión de los espacios de configuraciones será inferior a la de la geometría en el espacio cartesiano.

La aplicación del concepto de espacios de configuraciones en procesos LCM se le ha llamado, espacios de configuraciones basados de patrón de flujo, “*Flow Pattern Configuration Spaces (FPCS)*”. En la presente tesis se proponen varias variantes de estos espacios, basadas en una variable fija y otra libre. La variable fija esta basada en la radialidad de los frentes de avance, ángulo desde un punto de interés a puntos definidos en el frente de avance. La primera opción analizada para la variable libre es la distancia. A estos espacios se les ha llamado, espacios de patrón de flujo basados en la distancia, “*Flow Pattern Distance Spaces (FPDS)*”. La segunda opción analizada como variable libre es el tiempo de llenado obtenido mediante una simulación por Elementos Finitos. A estos espacios se les ha llamado *espacios de patrón de flujo basados en tiempo, Flow Pattern Time Spaces (FPTS)*. Mediante estas variables se propone construir dos nuevos espacios. Uno basado en la reconstrucción de las coordenadas sobre un espacio 2D, llamado FPDS-2D, FPTS-2D, y otro basado en la representación polar de las variables, llamada FPDS-1D, FPTS-1D. Los primeros resultados de esta investigación se han publicado en [92], [93], [94] y [95]

La primera propuesta de uso de los FPCS es en los algoritmos de optimización para resolver la ubicación óptima de los inyectores y venteos. En el caso de los procesos de infusión, estas boquillas no son puntos, sino que son curvas que deben de tomar formas y tamaños concretos para conseguir el mejor llenado posible, este es, que el flujo alcance el venteo en toda su dimensión en el mismo instante de tiempo, garantizando la impregnación total de la preforma. En este proceso, la problemática de la optimización es considerablemente más compleja que en los procesos comúnmente analizados en la literatura, RTM. En estos, es común acoplar la simulación mediante elementos finitos con los algoritmos genéticos para encontrar la solución óptima,[14], [15], [16], [17], [18], [19]. Con este esquema se obtiene la solución óptima pero, con un tiempo de cómputo demasiado elevado que puede oscilar entre 30 minutos a horas en función de la complejidad del molde. Para su aplicación en procesos de infusión, sólo existe, según el conocimiento del autor, una única propuesta, [21]. En este caso se utiliza el mismo esquema que en procesos RTM donde, para una geometría rectangular formada por 0.6K FE nodos, el coste computacional es de 17 minutos. Además, en este trabajo no considera que el venteo deba de estar colocado en el perímetro del molde a infundir, provocando una peor distribución del gradiente de presiones sobre el molde. Así pues, la primera premisa para el

algoritmo de optimización es que el venteo esté posicionado en el contorno del molde. La segunda premisa la podemos obtener de la definición expuesta en [23],[24]. En estos trabajos, el frente de avance ideal debe de distar igual al venteo (contorno) en todos los instantes de tiempo. Esto nos permite considerar que la curva que nos va a definir el inyector óptimo también deba de distar igual, ya que puede considerarse como el propio frente de avance en el instante inicial de llenado. Estas premisas, unidas con un FPCS-2D, nos convierte el complejo problema de optimización en un simple problema geométrico. Para resolverlo eficientemente, hay que aplicar la triangulación de Delaunay sobre los nodos que forman el contorno. Como resultado, se obtiene la ubicación y forma del inyector sin algoritmos iterativos y, si seleccionamos el FPDS-2D, sin simulación numérica adicional. La reducción del tiempo de cómputo es notable. Por ejemplo, utilizando el FPDS-2D, la optimización de una embarcación compuesta por 8K FE tiene un coste computacional de 31 seg. en un PIV 2.4Ghz. Los resultados de esta investigación y sus aplicaciones se han publicado en [95], [97], [98].

Los FPCS no solo tienen la capacidad de mejorar el tiempo de cómputo de las operaciones a realizar, sino que además nos permiten generar nuevos conceptos de forma mucho más intuitiva que trabajando en el espacio cartesiano. En la presente tesis se cuestiona la idoneidad del criterio distancia homogénea al venteo propuesta en [23],[24]. En otros trabajos, se acepta este criterio como idóneo ya que la forma del frente que se genera, minimiza la posibilidad de formación de zonas secas en el llenado. Sin embargo, este criterio es totalmente contrario al comportamiento natural del flujo, este es radial pero visto desde el inyector, [18]. En la presente tesis se propone como llenado óptimo una deformación continua desde el llenado natural, “radial al inyector”, hasta el llenado idóneo “radial al venteo”. El concepto de deformación continua se conoce matemáticamente como Homotopía. Como resultado se obtiene un mapa homotópico, “Homotopy map”, donde están contenidas todas las formas del frente de flujo ideal. El cálculo de los mapas homotópicos sobre los FPCS-1D es muy simple ya que la deformación continua va desde el inyector, que en este caso es una línea recta situada en el origen de coordenadas hasta el contorno, curva de naturaleza monodimensional en este espacio. A partir de este mapa se propone construir otro espacio de configuraciones donde se use como parámetro libre, la posición del frente de avance ideal. Este espacio nos permite medir la idoneidad de los llenados de forma simple y eficiente. A este espacio de configuraciones se le ha llamado, espacios de patrón de flujo basado en la homotopía, “*Flow Pattern Homotopy Spaces*” (FPHS). Como se demuestra en esta tesis, los llenados obtenidos mediante la solución propuesta por el algoritmo de optimización fuerzan al frente de avance a comportarse de esta forma. Los resultados de esta investigación se han publicado en [94], [96] y [99].

Adicionalmente al eje principal de la tesis, se proponen dos líneas paralelas. La primera es el uso de la Visión artificial como elemento de sensorización de moldes de infusión. En la presente tesis se define una herramienta de visión artificial compuesta por una cámara para sensorizar el molde en el espectro visible, una cámara de infrarrojos para sensorizar la temperatura, un láser telemétrico para conocer la posición de cada píxel en el espacio y un proyector para representar sobre el molde cualquier resultado que nos interese. La unión de estos cuatro componentes nos otorga una herramienta tecnológica de apoyo con grandes aplicaciones en este tipo de procesos. Por un lado, la cámara y el láser permiten mallar el molde a sensorizar. La asociación previa de los píxeles como elementos finitos y el conocimiento de su posición en el espacio mediante el láser nos permite mallar cualquier tipo de geometría. A partir de ahí, la cámara térmica y el proyector se calibran conociendo la ubicación de al menos 6 puntos colocados en el molde. Una vez realizada esta calibración, disponemos de una sensorización del proceso de infusión donde los resultados se muestran como si fueran los resultados de una simulación con información nodal de la malla. Mediante esta herramienta disponemos de información del instante de tiempo en el que llega el flujo y de la evolución térmica durante el curado. El proyector se utiliza para señalar la ubicación de los inyectores óptimos, sirviendo de apoyo en el montaje y minimizando el error humano. Los resultados de esta investigación se han publicado en [87], [88], [89], [97]

La segunda línea paralela se focaliza en la definición matemática de los frentes de avance mediante funciones continuas. En los procesos LCM, el frente de avance es el elemento a estudio más utilizado tanto en la simulación numérica del proceso, como en algoritmos de optimización y control. En esta investigación se define el frente de avance como una curva paramétrica de Bezier. Esta función continua se desplaza y deforma mediante los vectores velocidad, obtenidos previamente de la simulación por elementos finitos de la cinemática del llenado. Para poder realizar esta operación, se propone el uso de los multiplicadores de Lagrange, generando un coste adicional a la simulación muy reducido. Esta metodología nos permite operar el frente de avance, su derivada, integral, etc., así como disponer del tiempo de incubación de las partículas situadas en el frente de avance en la zona mojada. Los resultados de esta investigación se han publicado en [87], [88] y [90]

En el último capítulo de esta tesis, se aplican de forma integrada todas las técnicas desarrolladas a lo largo de la tesis en el control on-line de los procesos de infusión. Las cámaras de visión artificial actúan como sensor del llenado, ofreciendo información en tiempo real de cada nodo de la malla sensorizada. Esta misma malla es la que se utiliza para construir los FPCS-1D. Estos espacios actúan como marco computacional eficiente para computar los algoritmos de control ya que, si el frente real se comporta como se ha predefinido, se representará como una línea recta sobre estos espacios. Con los FPCS definidos en la tesis

podemos establecer tres tipos de referencias. La primera es mediante la distancia, donde el objetivo es forzar al frente de avance a que diste igual al venteo, FPDS-1D. La segunda es mediante una simulación, donde el objetivo es forzar al frente de avance a que se comporte igual que durante la simulación, FPTs-1D. Y por último mediante el mapa homotópico, donde el objetivo es forzar al frente de avance a que se comporte idealmente como en FPHS-1D. En esta investigación se presenta la eficiencia computacional de esta metodología, dejando para trabajos futuros la definición del actuador óptimo del mencionado bucle de control. Los resultados de esta investigación se han publicado en [87], [88], [91], [93], [95].

ABSTRACT

Forming processes conducted by moulding materials made from liquid resins are being increasingly used in the manufacture of polymer matrix composites reinforced with fibres. The use of this technique has increasingly spread to all types of products due to technological advances and the reduction of production costs. This proliferation of composites in the industry is evolving at the same pace as the LCM processes, which enable to reduce costs and improve the quality of the final product. An innovative LCM process, called resin infusion, is currently being introduced to the industry. The singularity of this process lays in the use of a plastic bag as a counter mould, reducing production costs. This type of process is used in the manufacture of small lots of big parts such as turbine blades, swimming pools, boats, etc. However, this process presents additional complexities compared to other LCM processes. Apart from the common problems of Race Tracking and superposition of preforms, generally studied in RTM, the use of a flexible contermould leads to differences in pressure gradient in each area of the mould, changing the permeability of the preform and obstructing the prediction of flow through simulation.

Currently, no tools can be found in the industry that enable companies to successfully carry out a filling through this process, so the work must be conducted by trial and error. It is quite common to waste a considerable number of parts before permeating the preform completely without leaving dry areas. Due to the dimensions of the parts to manufacture and to the fact that in most cases lots are small, the increase in the cost per unit is considerable. It is therefore necessary to design computationally efficient tools which make possible to improve this type of processes. This research work proposes an innovative computational framework that serves as a common and extensible tool for the design, optimization and control of infusion processes. Although in this work this application has been conceived for this type of process, it is, in fact, applicable to the different variants of LCM processes.

The core of this doctoral thesis is based on the innovative use of configuration spaces in LCM processes. These spaces are commonly used in other areas such as mobile robotics. However, they have not been used previously in LCM processes, reason why their properties and benefits remain unknown. The main concept introduced in this research work is the definition of an alternative reference system to the Cartesian, which is based on the variables of the process itself. Different variables such as distance, filling time, incubation time and front velocity may be likely to be part of this new reference system. The choice of variables and the dimension of these spaces are subject to each application. This research work focuses on optimization and control applications, where the nature of the indexes used tends to be

monovariable. Therefore, the dimension of the configuration spaces will be lower than the geometry in the Cartesian space.

The application of the concept of configuration spaces in LCM processes has been called Flow Pattern Configuration Spaces (FPCS). This thesis proposes several variants of these spaces, based on both a bound and a free variable. The bound variable is based on the radiality of the flow fronts; the angle from a point of interest to the flow front. The first option analysed to be a free variable is distance, defined as the area between the point of interest and the flow front. This type of spaces has been called Flow Pattern Distance Spaces (FPDS). The second option is time, obtained from Finite Element simulation. These spaces have been named Flow Pattern Time Spaces (FPTS). By using these variables, it is intended to create two new spaces: one based on the reconstruction of the coordinates on a 2D space called 2D-FPDS and 2D-FPTS. The second one is based on the polar representation of variables called 1D-FPDS and 1D-FPTS. The findings of this research have been published in [92], [93], [94] and [95].

The first proposed use for FPCS is to solve the optimal location of the injector and the vent in optimization algorithms. In the infusion processes, these injection nozzles are not points but curves that must adopt specific shapes and sizes to achieve the most optimal filling, that is, that the flow reaches the vent at the same time instant, ensuring the complete impregnation of the preform. In this process, the problems associated with the optimization are significantly more complex than in other processes more commonly discussed in the literature, such as RTM, in which it is common to connect the Finite Elements simulation to the genetic algorithms to find an optimal solution [14], [15], [16], [17], [18] and [19]. However, this method requires an elevated computation time that can range from 30 minutes to hours, depending on the complexity of the mould. For infusion processes, there is, as for the author's knowledge, just one proposal [21] and it follows the same scheme as RTM processes, in which the computational cost is 17 minutes for a rectangular geometry consisting of 0.6K FE nodes. In addition, this work considers the vent should not be placed around the perimeter of the mould to infuse, as this would cause a poorer distribution of the gradient of pressure on the mould. Therefore, the first premise for the optimization algorithm is that the vent is located on the contour of the mould. The second premise can be obtained from the definition explained in [23] and [24]. In these works, the ideal flow front must have the same distance to the vent (contour) in every time instant. This leads to the assumption that the curve that will define the optimal injection must also be at the same distance, as it can be considered a flow front at the initial filling instant. These premises, put together in a 2D-FPCS, turn this complex optimization problem into a simple geometric problem. To solve this, it is simply necessary to apply the Delaunay triangulation on the nodes that form the contour. As a result, it is obtained

the location and shape of the injector without iterative algorithms, and, if the 2D-FPCS is selected, without simulation. As a result, the reduction on the computation time is considerable. For instance, using the 2D-FPDS, the optimization of a boat composed of 8K FE has a computational cost of a 31 sec. on a PIV 2.4Ghz. The results of this research have been published in [95], [97] and [98].

The FPCS does not only have the ability to improve the computation time of the operations to perform, but also allows to generate new concepts in a much simpler way than when using Cartesian space. This thesis questions the appropriateness of the criterion of homogeneous distance to the vent proposed in [23] and [24]. In literature, this approach is accepted as suitable, as the generated front shape minimizes the chance of leaving dry areas in the filling. However, this criterion is completely opposed to the natural flow, which is radial when seen from the injector, [18]. This thesis proposes, as an optimal filling, a continuous deformation from the natural filling "radial to the injector" to the appropriate filling "radial to the vent". The concept of continuous deformation is mathematically known as Homotopy. A homotopy map is obtained as a result containing all the forms of the ideal flow front. The calculation of homotopy maps on 1D-FPCS is very simple since the continuous deformation goes from the injector, which in this case is a straight line in the origin of the coordinates, to the contour, which is a monodimensional curve in this space. On the basis of this map, the construction of another configuration space in which the position of the ideal flow front is used as a free parameter is proposed. This space makes possible measuring the adequacy of the filling in a simple and efficient manner. This type of configuration space has been called Flow Pattern Homotopy Spaces (FPHS). As this thesis demonstrates, the fillings obtained through the solution proposed by the optimization algorithm force the flow front to follow this pattern. The results of this research work have been published in [94], [96] and [99].

In addition to the core of this thesis, two parallel lines are proposed. The first is the use of artificial vision as sensing element for infused moulds. This thesis defines an artificial vision tool consisting of a camera to sensor the mould in the visible spectrum, an infrared camera to sensor the temperature, a telemetry laser to determine the position of each pixel in the space, and a projector to represent any result of interest on the mould. The combination of these four components provides a supporting technological tool which can also be applied to this type of processes. Firstly, the camera and the laser make possible the meshing of the mould to sensor. Then, the previous association of the pixels as Finite Elements and knowing their position in the space by using the laser allow the meshing of any geometry. Finally, the thermal camera and the projector must be calibrated taking into consideration the location of at least 6 points placed in the mould. Once this calibration is completed, it is obtained a sensing of the infusion

process whose results are displayed as in a simulation, nodal information of the mesh. This tool makes possible to obtain information on the time instant when the flow arrives as well as on the thermal evolution during the curing process. In this thesis, the projector marks the location of the optimal injectors, assisting during the assembling process and minimizing human error. The results of this research have been published in [87], [88], [89] and [97].

The second parallel line focuses on the mathematical definition of the flow fronts through continuous functions. In LCM processes, the flow front is a broadly studied matter in the numerical simulation of processes as well as in optimization and control algorithms. This study defines the front as a parametric curve known as Bezier curve. This continuous function moves and deforms through the velocity vectors obtained from Finite Element simulation. In order to perform this operation, the use of Lagrange multipliers is proposed, as it generates a minor additional cost to the simulation. This methodology makes possible to calculate the flow front, derivative, integral, etc. as well as to obtain the age of the flow front in the wet area. This information cannot be obtained from Finite Element simulation. The results of this research have been published in [87], [88] and [90].

In the last chapter of this research work, all the techniques developed throughout the thesis are applied to the online monitoring of the infusion processes. Artificial vision cameras act as a filling sensor providing real time information of each node of the sensing mesh. This very same mesh is used to construct the 1D-FPCS. These spaces act as an efficient computational framework to compute control algorithms as, if the real front follows the predefined pattern, it will be represented as a straight line on these spaces. Once the FPCS has been defined in this thesis, three types of references are then established.

The first is distance, where the aim is to force the flow front to have the same distance as the vent, 1D-FPDS. The second is simulation, where the aim is to force the flow front to follow a similar pattern as it did in the simulation, 1D-FPTS. And finally, the third reference is the homotopy map, where the aim is to force the flow front to the same pattern as it did in the homotopy map, 1D-FPHS. This study aims to present the computational efficiency of this methodology, leaving the definition of the optimal actuator for future works. The results of this research have been published in [87], [88], [91], [93] and [95].

RESUM

Els processos de conformats per emmotllament de materials compostos a partir de resines líquides cada cop són més utilitzades en la fabricació de composites de matriu polimèrica reforçats amb fibres. L'avanç tecnològic i la disminució de costos de producció han provocat que la seva utilització es generalitzi cada cop més en tot tipus de productes. Aquesta proliferació dels composites en la indústria va connectada amb l'evolució dels processos LCM que permeten que els costos siguin més barats i millorar la qualitat del producte final. En l'actualitat, es comença a implantar en la indústria un nou procés LCM, anomenat infusió de resina. La peculiaritat d'aquest procés és que s'utilitza com a contramolte una borsa de plàstic, reduint així els costos de producció. Aquest procés s'utilitza en la fabricació de petits lots de peces grans com les pales d'un aerogenerador, piscines, vaixells, etc. Tanmateix, aquest procés presenta complexitats addicionals comparat amb la resta de processos LCM. A més a més dels coneguts problemes de "Race Tracking" i superposicions de les preformes, comunament estudiats en RTM, l'ús d'un contramolte flexible provoca diferències en el gradient de pressions en cada zona del motlle, modificant la permeabilitat de la preforma i dificultant la predicció de flux amb simulació.

En la indústria, no existeixen eines que permeten a les empreses dur a terme un omplert amb aquest tipus de procés, treballant amb prova i error. És molt usual malgastar un nombre considerable de peces abans d'aconseguir impregnar tota la preforma sense deixar zones seques. Degut a les dimensions de les peces a fabricar i que, la majoria de cops els lots són petits, l'augment del cost unitari és considerable. Així doncs, és necessari dissenyar eines computacionalment eficients que ens permetin millorar aquests tipus de processos. En la present investigació es proposa un nou marc computacional que serveix com eina comú i extensible per al disseny, optimització i control dels processos d'infusió. Encara que en aquest treball s'ha concretat l'aplicació per a aquests tipus de processos, en realitat és aplicable a les diferents variants dels processos LCM.

L'eix principal d'aquesta tesi es basa amb el nou ús dels espais de configuracions en processos LCM. Aquests espais s'utilitzen de forma generalitzada en altres àmbits com la robòtica mòbil. Tanmateix, no han sigut utilitzats en processos LCM, d'aquesta forma les seves propietats i beneficis són desconegudes. El concepte principal que s'introdueix és la definició d'un sistema de referència alternatiu al cartesià, basat en les variables del propi procés. Variables tan diferents com distància, temps d'omplert, temps d'incubació, velocitat del front, etc., poden ser susceptibles de formar part d'aquest nou sistema de referència. La elecció de les variables i la dimensió dels espais va lligat a l'aplicació que se'ls va a donar. En la present investigació ens hem centrat en aplicacions d'optimització i control on, la naturalesa

dels índexs utilitzats solen ser mono variable. Així doncs, la dimensió dels espais de configuracions serà inferior a la de la geometria en el espai cartesià.

L'aplicació del concepte d'espais de configuracions en processos LCM s'anomena, Espais de configuracions basats en patró de flux, "Flow Pattern Configuration Spaces (FPCS)". En aquesta tesis es proposa varies variants d'aquests espais, basats en una variable fixa i un altra lliure. La variable fixa està basada en la forma radial dels fronts d'avanç, aquesta variable és l'angle des d'un punt d'interès al front d'avanç. La primera opció analitzada per a la variable lliure és la distància, definida des del punt d'interès al front d'avanç. Aquests espais són els anomenats, Espais de patró de flux basats en la distància, "Flow Pattern Distance Spaces (FPDS)". La segona opció analitzada com a variable lliure és el temps que s'ha obtingut mitjançant una simulació per Elements Finites. Aquests espais se'ls ha anomenat Espais de patró de flux basats en el temps, "Flow Pattern Time Spaces (FPTS)". Amb aquestes variables es proposa construir dos nous espais. Un està basat en la reconstrucció de les coordenades sobre un espai 2D, anomenat FPDS-2D, FPTS-2D, i un altre basat en la representació polar de les variables, anomenat FPDS-1D, FPTS-1D. Els resultats d'aquesta investigació s'han publicat en [92],[93],[94],[95].

La primera proposta d'ús dels FPCS ha sigut en els algorismes d'optimització per poder resoldre la ubicació òptima dels injectors i sortides d'aire. En el cas dels processos d'infusió, aquestes embocadures no són punts, són corbes que deuen prendre formes i grandàries concretes per a aconseguir el millor omplert possible, aquest és, que el flux arribi en el mateix instant de temps, així queda garantida la impregnació total de la preforma. En aquest procés, la problemàtica de la optimització és considerablement més complexa que en els processos comunament analitzats en la literatura, RTM. En aquests, és comú acoblar la simulació mitjançant elements finits amb els algorismes genètics per encontrar la solució òptima, [14], [15], [16], [17], [18], [19]. Amb aquest esquema s'obté la solució òptima però, amb un temps de còmput massa elevat que pot oscil·lar entre 30 minuts i hores, en funció de la complexitat del motlle. En processos d'infusió, sols existeix, segons l'autor, una única proposta, [21]. En aquest cas s'utilitza el mateix esquema que en processos RTM on, per a una geometria rectangular formada per 0.6K FE nodes, el cost computacional és de 17 minuts. A més a més, en aquest treball no es considera que la sortida d'aire haja d'estar col·locat en el perímetre del motlle a infusionar, provocant una pitjor distribució del gradient de pressions sobre el motlle. D'aquesta forma, la primera premissa de l'algoritme d'optimització és que la sortida d'aire estigui posicionada en el contorn del motlle. La segona premissa la podem obtenir de la definició exposada en [23],[24]. En aquests treballs, el front d'avanç ideal ha de tindre una distància igual a la de la sortida d'aire (contorn) en tots els instants de temps. Açò ens permet considerar que la corba que ens definirà l'injector òptim també ha d'estar col·locat a la

mateixa distància, ja que es pot considerar com a front d'avanç en l' instant inicial de l'omplert. Aquestes premisses, junt amb un FPCS-2D, converteixen el problema d'optimització que és complex amb un problema geomètric simple. Per poder desenvolupar-lo hi ha que aplicar la triangularització de Delaunay en els nodes que formen el contorn. Com a resultat, s'obté la ubicació i forma de l'injector sense algoritmes iteratius i, si seleccionem el FPDS-2D, sense simulació. La reducció del temps de còmput és considerable. Per exemple, utilitzant el FPDS-2D, l'optimització d'un pot compost per 8K FE te un cost computacional de 31 seg. En un PIV 2.4Ghz. Els resultats d'aquesta investigació s'ha publicat en [95],[97],[98].

Els FPCS no sols tenen la capacitat de millorar el temps de còmput de les operacions a realitzar, a més a més ens permeten generar nous conceptes amb una forma molt més simple que treballant en l'espai cartesià. En la present tesis es qüestiona la idoneïtat del criteri distància homogènia a la sortida d'aire proposta en [23],[24]. En la literatura, s'accepta aquest criteri como idoni ja que la forma del front que es genera, minimitza la possibilitat de formació de zones seques en el omplert. Tan mateix, aquest criteri és totalment contrari al comportament natural del flux, aquest és radial però vist des de l'injector, [18]. En la present tesis es proposa com a omplert òptim una deformació continua des de l'omplert natural, "radial a l'injector", fins al omplert idoni "radial a la sortida d'aire". El concepte de deformació continua es coneix matemàticament com Homotopia. Com a resultat s'obté un mapa homotòpic, "Homotopy map", on estan contingudes totes les formes del front de flux ideal. El càlcul dels mapes homotòpics sobre els FPCS-1D és molt simple ja que la deformació continua va des de l'injector, que en aquest cas és una línia recta situada en l'origen de coordenades fins al contorn, corba de naturalesa mono dimensional en aquest espai. A partir d'aquest mapa es proposa construir un altre espai de configuracions on s'utilitza com a paràmetre lliure, la posició del front d'avanç ideal. En aquest espai ens permet mesurar la idoneïtat dels omplerts de forma simple y eficient. Aquest espai de configuracions s'anomena, espais de patró de flux basat en la homotopia, "Flow Pattern Homotopy Spaces" (FPHS). En aquesta tesis es demostra que els omplerts obtinguts mitjançant la solució proposta per l'algoritme d'optimització forcen al front d'avanç a comportar-se d'aquesta forma. Els resultats d'aquesta investigació s'han publicat en [94],[96],[99].

Es proposen dos línies paral·leles afegides a l'eix principal d'aquesta tesis. La primera és l'ús de la Visió Artificial com element de sensorització de motlles d'infusió. En la present tesis es defineix una eina de visió artificial composta per una càmera per a sensoritzar el motlle en l'espectre visible, una càmera d'infrarojos per a sensoritzar la temperatura, un làser telemètric per a conèixer la posició de cada píxel en l'espai i un projector per a representar en el motlle qualsevol resultat que ens interessa. La unió d'aquests quatre components ens ofereix una eina tecnològica de recolzament amb grans aplicacions en aquest tipus de processos. Per un

costat, la càmera i el làser permeten mallar el motlle a sensoritzar. L'associació prèvia dels píxels com elements finits i el coneixement de la seva posició en l'espai mitjançant el làser ens permet mallar qualsevol tipus de geometria. A partir d'ací, la càmera tèrmica i el projector es calibren amb el coneixement de la ubicació de al menys 6 punts col·locats en el motlle. Un cop realitzat aquest calibratge, disposem d'una sensorització del procés de infusió on les resultats ens mostren com si foren els resultats d'una simulació, informació nodal de la malla. Mitjançant aquesta eina disposem d'informació de l'instant de temps en el que arriba el flux i de l'evolució tèrmica durant el curat. En aquesta tesis, el projector s'utilitza per a senyalitzar la ubicació dels injectors òptims, serveixen de recolzament en el muntatge i minimitzen l'error humà. Els resultats d'aquesta investigació s'han publicat en [87], [88], [89], [97].

La segona línia paral·lela es focalitza en la definició matemàtica dels fronts d'avanç mitjançant funcions contínues. En els processos LCM, el front d'avanç és l'element a estudi més utilitzat tant en la simulació numèrica del procés, com en els algorismes d'optimització i control. En aquesta investigació es defineix el front d'avanç com una corba paramètrica, coneguda como a corba de Bézier. Aquesta funció continua es desplaça i deforma mitjançant els vectors velocitat, obtinguts de la simulació per elements finits. Per poder realitzar aquesta operació, es proposa l'ús dels Multiplicadors de Lagrange, generant un cost addicional a la simulació més reduïda. Aquesta metodologia ens permet operar el front d'avanç amb la derivada, integral, etc. així com disposar de l'edat del front d'avanç en la zona banyada, informació que no és disposa amb la simulació per elements finits. Els resultats d'aquesta investigació s'han publicat en [87],[88],[90].

En l'últim capítol d'aquesta tesis, s'apliquen totes les tècniques desenvolupades al llarg de la tesis en el control on-line dels processos d'infusió. Les càmeres de visió artificial actuen com a sensor de l'omplert, ofereixen informació en temps real de cada node de la malla sensoritzada. Aquesta mateixa malla és la que s'utilitza per a construir FPCS-1D. Aquestos espais actuen com un marc computacionalment eficient per a computar els algorismes de control ja que, si el front d'avanç es comporta com s'ha predefinit, es representarà com una línia recta sobre aquestos espais. Amb els FPCS definits en la tesis podem establir tres tipus de referències. La primera és mitjançant la distància, on l'objectiu és forçar que el front d'avanç tingui la mateixa distància al venteo, FPDS-1D. La segona és mitjançant una simulació, on l'objectiu és forçar que el front d'avanç es comporti igual que durant la simulació, FPTs-1D. En últim lloc, mitjançant el mapa homotòpic, on l'objectiu és forçar que el front d'avanç es comporti com el mapa homotòpic, FPHS-1D. En aquesta investigació es presenta la eficiència computacional d'aquesta metodologia, deixant treballs futurs per poder definir l'actuador òptim. Els resultats d'aquesta investigació s'han publicat en [87],[88],[91],[93],[95].

ÍNDICE

Prólogo.....	1
Capítulo 1 Introducción a los procesos de moldeo de composites mediante resinas líquidas LCM. Objetivos de la investigación.	3
1.1 Materiales compuestos.....	4
1.2 Procesos de fabricación de materiales compuestos.....	7
1.3 Procesos LCM. RTM y sus derivados	11
1.4 Catalogación de los procesos LCM.....	14
1.5 Modelo Mecánico. Flujo de la resina en el medio poroso.....	15
1.6 Diseño y optimización del proceso	20
1.7 Control on-line del proceso	23
1.8 Objetivos de la tesis.....	25
Capítulo 2 Definición matemática de los frentes de avance mediante funciones continuas y paramétricas.	27
2.1 Introducción.....	27
2.2 Justificación	28
2.3 Curvas paramétricas en CAGD	28
2.3.1 Interpretación física de los puntos de control	32
2.3.2 Propiedades de la curva de Bezier	33
2.3.3 Derivabilidad e integrabilidad de las curvas de Bezier.	35
2.3.4 Algoritmo De Casteljau.	36
2.3.5 Subir o bajar de grado una curva de Bezier.....	37
2.3.6 Cerrar una curva de bezier	38
2.4 Uso de técnicas CAGD en simulación por elementos finitos.....	38
2.5 Deformación de curvas paramétricas mediante vectores.....	40
2.6 Deformación de la Bezier mediante vectores.....	42

2.7	Formulación del frente de avance mediante técnicas de aproximación.....	51
2.8	Puntos representativos del frente de avance.....	53
2.9	Conclusiones y trabajos futuros.....	54
Capítulo 3 Sensorización de moldes LCM de pared flexible mediante técnicas de visión artificial.		57
3.1	Introducción.....	57
3.2	Introducción a la visión artificial.....	58
3.3	Técnica numérica para la discretización del espacio con visión artificial	61
3.4	Discretización del espacio con elementos finitos y su asociación con los píxeles de la cámara.	64
3.5	Discretización del espacio con visión artificial para geometrías 2.5D.....	66
3.6	Cámaras térmicas.....	69
3.7	Calibración de los sistemas de visión artificial.....	70
3.7.1	Modelo matemático	70
3.7.2	Cálculo de los parámetros de calibración	72
3.8	Validación experimental.....	73
3.9	Conclusiones y trabajos futuros.....	76
Capítulo 4 Definición de un marco computacional eficiente para procesos LCM basado en espacios de configuraciones.		79
4.1	Introducción.....	79
4.2	Introducción a los espacios de configuraciones	80
4.3	Definición topológica de los procesos LCM.....	81
4.4	Definición matemática de los espacios de configuraciones.....	82
4.5	Espacios de patrón de flujo basados en la distancia (FPDS).....	83
4.5.1	Análisis de las distintas técnicas de la medida de la distancia a través de la discretización mediante elementos finitos	83
4.5.2	Definición de los espacios de patrón de flujo basados en distancia	86
4.6	Técnicas de cómputo de los espacios de configuraciones	89

4.6.1	Espacios de configuraciones basados en patrón de flujo continuos	89
4.6.2	Espacio de configuraciones basados en patrón de flujo discretizado con elementos finitos	91
4.7	Definición de los espacios de patrón de flujo basado en tiempo	96
4.8	Propiedades de los espacios de patrón de flujo	107
4.9	Conclusiones y trabajos futuros.....	113
Capítulo 5 Aplicación de los espacios de configuraciones en los algoritmos de optimización de localización de los canales de inyección en moldes de infusión.		117
5.1	Introducción.....	117
5.2	Algoritmos de optimización en procesos LCM.....	118
5.3	Componentes para definir los canales de entrada/salida en procesos de contramolde flexible	119
5.4	Objetivo y suposiciones previas de los algoritmos de optimización.	122
5.5	Triangulación de Delaunay. Skeleton.....	123
5.6	Cálculo del canal de inyección óptimo mediante el FPDS.....	125
5.6.1	Distancia homogénea. Ramas secundarias	132
5.7	Cálculo de la espiral óptima mediante el FPTS.....	141
5.8	Resolución óptima del canal de inyección	145
5.9	Validación experimental.....	145
5.10	Conclusiones y trabajos futuros.....	152
Capítulo 6 Aplicación de los espacios de configuraciones para la definición de índices de llenado y comportamientos óptimos (Homotopy maps).		155
6.1	Introducción.....	155
6.2	Criterios óptimos de llenado	156
6.3	Modelos de flujo óptimos.....	158
6.4	Definición de Mapa homotópico para procesos de contramolde flexible.....	159
6.5	Técnicas de cómputo de un mapa homotópico	161
6.5.1	Mapas homotópicos continuos.....	161

6.5.2 Mapas homotópicos discretos	162
6.6 Construcción de los espacios configuraciones basado en el comportamiento de flujo homotópico	166
6.7 Espacios de configuraciones basados en comportamiento de flujo homotópico como referencia de la bondad de los llenados.	169
6.8 Conclusiones y trabajos futuros.....	173
Capítulo 7 Aplicación de los espacios de configuraciones en algoritmos de control on-line de procesos LCM.	177
7.1 Introducción.....	177
7.2 Introducción a los sistemas de control on-line en los procesos LCM.....	178
7.3 Sistema de control on-line para procesos LCM	180
7.3.1 Sensores	181
7.3.2 Controladores	182
7.3.3 Actuadores	183
7.3.4 Referencias de control	184
7.4 Marco computacional eficiente para el control on-line de procesos LCM... 184	
7.4.1 Sistemas de visión artificial como sensor del bucle de control	185
7.4.2 Definición de referencias en los FPCS	185
7.4.3 Algoritmos de control computados en los FPCS.....	186
7.5 Validación experimental.....	190
7.6 Discusión sobre actuadores a utilizar en el control de procesos LCM.....	195
7.7 Conclusiones y trabajos futuros.....	196
Capítulo 8 Conclusiones y trabajos futuros.	199
Referencias	205

Prólogo

La principal cualidad que distingue a la raza humana de la animal es la capacidad de razonar y preguntarnos el por qué de todas las cosas. Esta curiosidad, unida a la capacidad de pensar nos ha hecho evolucionar hasta lo que hoy somos. El acto de pensar o pensamiento se puede definir como “todo aquello que es traído a la existencia mediante la actividad del intelecto”. Esta capacidad, no se ve gobernada bajo ninguna norma o regla e implica que todas las ramas del conocimiento han sido obtenidas a través de la misma capacidad, esta es, la capacidad de pensar. Es por ello que no existe una línea divisoria entre ninguna de las líneas en las que se puede separar la ciencia. Especial interés es la relación que han mantenido la filosofía y la ciencia. A lo largo de la historia podemos encontrar a físicos de renombre como Arquímedes (287-212 a.c.), Galileo Galilei (1564-1642 d.c.), Isaac Newton (1643-1727 d.c.) o Albert Einstein (1879-1955 d.c.) que han sido también considerados como filósofos. De hecho, a principios del siglo XX, fue establecido por el círculo de Viena el concepto de filosofía de la ciencia que venía a asociar ambos conceptos. En esta época, la ciencia vivió una gran transformación a raíz de las teorías publicadas por Einstein. Este científico pretendía encontrar lo que se conoce como la teoría del todo, esto es, una teoría unificadora capaz de describir todos los fenómenos ocurridos en la naturaleza. En otras palabras, buscaba lo que todos los filósofos han buscado a lo largo de la historia, entender lo que nos rodea. En uno de sus trabajos, “la relatividad general” publicado en 1915, establecía la existencia de una cuarta dimensión, el tiempo, y cuya relación espacio-tiempo no era lineal. Hasta entonces, nadie se había planteado ver la naturaleza más allá de un espacio tridimensional. Con este trabajo, Einstein había establecido un nuevo concepto filosófico tan atrevido como apasionante, modificar las dimensiones del espacio que somos capaces de percibir. Aunque Einstein fracasó en su intento de encontrar esta teoría unificadora, el concepto de modificar las dimensiones del espacio provocó un profundo cambio en la forma de percibir las cosas de los científicos que

vinieron después de él. De hecho, una de las teorías actuales de la moderna física teórica, candidatas a conseguir la teoría del todo establece la existencia de once dimensiones. Esta puerta que abrió Einstein al modificar el espacio tridimensional, no solo tuvo relevancia en la física, sino en prácticamente todas las ramas de la ciencia. Añadir o quitar dimensiones, así como cambiar el espacio métrico por otro para comprender y analizar mejor los fenómenos físicos, se convirtió en una práctica cada vez más generalizada. Podemos encontrar ejemplos en campos como geografía, biología, robótica, etc. En este último, el espacio alternativo al métrico se conoce como espacio de configuraciones. Este se construye con parámetros de configuración del robot tales como curvatura, ángulo de inclinación, etc. En él, los obstáculos situados en el espacio métrico también son representados bajo estos parámetros. Este nuevo espacio, permite determinar de forma mucho más fácil y rápida que debe de hacer un robot para ir de un punto a otro sin colisionar con los obstáculos.

Aunque Einstein es considerado el padre de la ciencia moderna, existen aun muchos campos en la ciencia donde la modificación del espacio puede suponer una revolución a la hora de entender el proceso físico que lo gobierna y donde todavía no han sido aplicados.

De la misma época que Einstein, Alexander Hrennikoff (1896-1984 d.c.) y Richard Courant (1888-1972 d.c.) publicaron en 1941 y 1942 un método alternativo para encontrar una solución aproximada para las ecuaciones en derivadas parciales que definían problemas complejos de difusión del calor o mecánica de fluidos. Aunque no propusieron modificar el espacio métrico, si tuvieron que concebirlo de una forma innovadora hasta entonces. Para ellos un cuerpo o estructura en un espacio tridimensional esta compuesto por triángulos no intersectantes entre si denominados “Elementos finitos”. La concatenación de estos triángulos establecía lo que se denomino “malla”. Esta novedosa concepción de los objetos en el espacio provoco un antes y un después, no solo en los campos de resolución de derivadas parciales, sino que actualmente es un método utilizado por todos los programas CAD a la hora de representar objetos. A día de hoy, a nadie le sorprende encontrar un objeto representado por un número finito de triángulos, cuadrados, tetraedros, etc.

El concepto filosófico que aplican Einstein, Hrennikoff y Courant, concebir lo que nos rodea de forma alternativa a la que podemos percibir con el ojo humano. Para Einstein, la concepción del espacio distinta a la tridimensionalidad es una necesidad para comprender la física, para Hrennikoff y Courant así como para investigadores en robótica móvil, permite una interpretación más fácil simplificando el cómputo.

Capítulo 1

Introducción a los procesos de moldeo de composites mediante resinas líquidas LCM. Objetivos de la investigación.

Los composite o resinas compuestas son materiales sintéticos que, como su nombre indica, están compuestos por moléculas de elementos variados. El material que compone el composite más primitivo estaba compuesto de paja y de barro, formando los ladrillos utilizados para la construcción. Tales moléculas suelen formar estructuras muy resistentes y livianas. Debido a ello, se utilizan desde mediados del siglo XX en los más variados campos como por ejemplo, el aeronáutico, fabricación de prótesis, cosmonáutica, ingeniería naval, ingeniería civil, etc. Es notable el aumento de materiales compuestos avanzados en la fabricación de elementos estructurales en los últimos años. Los materiales tradicionales tales como acero, madera o el aluminio van cediendo ciertas aplicaciones a materiales compuestos avanzados, que son los llamados composite, con los que se consiguen mejores propiedades específicas. En particular, los materiales compuestos de matriz polimérica, como por ejemplo los polímeros reforzados con fibras de vidrio o fibras de carbono presentan unas excelentes relaciones rigidez/peso y resistencia/peso que los hace idóneos para determinados sectores productivos. Estas nuevas soluciones se aplicaron inicialmente de forma exclusiva en industrias tecnológicamente punteras como la aeronáutica o la aeroespacial. Así mismo, el avance tecnológico y la disminución de costes de producción han provocado que su utilización se generalice más a todo tipo de productos. Los materiales compuestos han entrado con fuerza dentro de muchas

aplicaciones como por ejemplo en la industria del automóvil, en la fabricación de pequeños barcos, como material base de conducciones y contenedores de fluidos, en los objetos deportivos, en la rehabilitación de edificios, fabricación de piscinas etc. En la Figura 1-1 se muestra la proliferación de los composites entre 1985-2005. El mayor crecimiento se prevé en las aplicaciones industriales.

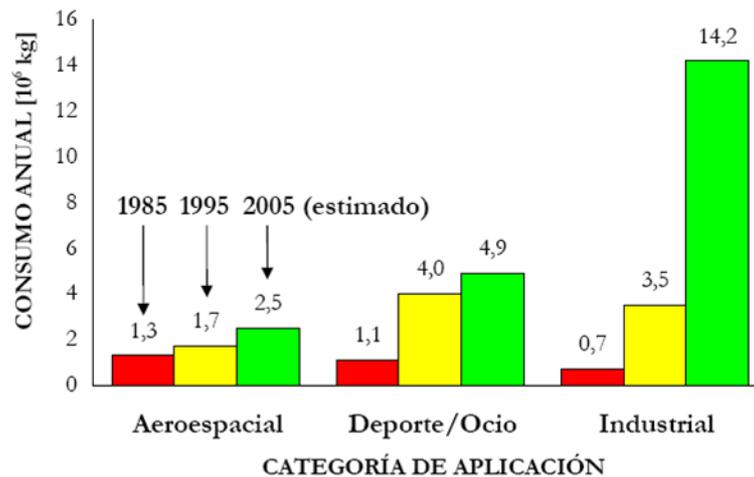


Figura 1-1 Proliferación de los composites en el periodo 1985-2005.

1.1 Materiales compuestos

Se conoce como materiales compuestos a aquellos que son una combinación de dos o más materiales. La definición de materiales compuestos se puede restringir a aquellos en los que una sustancia componente es el refuerzo, conocido como fibra o preforma, soportado por otra que actúa como material aglutinante, conocido como matriz o resina. La combinación de diferentes resinas (normalmente se usan polímeros o metales ligeros), con distintos materiales o disposiciones de fibra (fibra de vidrio, de carbono, orgánicas o de polímeros, entre otras) permite conseguir materiales con propiedades mecánicas muy especiales que se adaptan a los distintos aspectos que requiere un determinado diseño. Existe una gran cantidad de combinaciones posibles y, por tanto, muchos tipos de compuestos. Se pueden distinguir en función de su tipología, fibras cortas o largas, continuas o discontinuas, orientadas o con disposición aleatoria, una sola capa o laminados multicapas, o bien en función del tipo de sustancias componentes. Normalmente estos compuestos se presentan en forma de laminados unidireccionales (todo el refuerzo en la misma dirección) o en laminados bidimensionales (laminas apiladas con el refuerzo en distintas orientaciones). También es común un laminado con orientación aleatoria. En la Figura 1-2 se muestran varios ejemplos de preformas.



Figura 1-2 Preformas usualmente utilizadas.

Las fibras son las responsables de las propiedades estructurales del composite. Sobretodo logran que el material compuesto tenga unas elevadas propiedades específicas de rigidez y resistencia en su dirección longitudinal. Las principales fibras que se utilizan en plásticos reforzados son de naturaleza cerámica, como por ejemplo las de vidrio, las de carbono y las de boro. También se usan comúnmente algunas fibras de naturaleza orgánica como las de aramida. La Tabla 1.1 muestra un listado de las más comunes, así como sus propiedades mecánicas.

Material	Densidad ρ , [g/cm ³]	Módulo elástico E , [GPa]	Resistencia tracción S_p , [MPa]	Alargamiento [%]	Coef. Poisson ν	Módulo específico [E/ ρ]	Resist. específica [S_p/ρ]
<i>Fibra vidrio</i>							
E-Glass	2,54	72,4	3450	4,8	0,20	28,5	1,36
S- Glass	2,49	86,9	4300	5,0	0,22	34,9	1,73
<i>Fibra carbono</i>							
AS-1 (*)	1,80	228,0	3100	1,32	—	126,7	1,72
AS-4 (*)	1,80	248,0	4070	1,65	0,20	137,8	2,26
IM-7 (*)	1,78	301,0	5310	1,81	0,20	169,1	2,98
P-100 (‡)	2,15	758,0	2410	0,32	0,20	352,5	1,12
T-40 (‡)	1,81	290,0	5650	1,80	—	160,2	3,12
T-300 (‡)	1,76	231,0	3650	1,40	0,20	131,3	2,07
<i>Fibra boro</i>							
	2,70	393,0	3100	0,8	0,20	145,6	1,15
<i>Fibra aramida</i>							
					—		
Kevlar 49 (†)	1,45	131,0	3620	2,8	0,35	90,3	2,50
Kevlar 149(†)	1,47	179,0	3450	1,9	—	121,8	2,35

Tabla 1.1 Propiedades mecánicas de las fibras más comunes.

Las fibras de vidrio tienen una rigidez específica no superior a la de los metales tradicionales, pero tienen amplia aceptación debido a su alta resistencia específica y a su bajo coste. Las fibras de carbono presentan a su vez unas excepcionales propiedades de rigidez y resistencia. Las fibras de boro, presentan una elevada rigidez y resistencia específica pero una gran fragilidad. Las fibras de aramida tienen una elevada flexibilidad mostrando muy buenas propiedades de resistencia al impacto. En cambio, no presentan propiedades de rigidez excepcionales.

La matriz ó resina es el material aglutinante que permite a las fibras trabajar de forma conjunta, transmitiendo los esfuerzos de unas a otras. Las matrices de polímero tienen como principales limitaciones la pérdida de propiedades a alta temperatura, su susceptibilidad medioambiental (son afectadas por la humedad, las radiaciones, etc.), y la baja resistencia al cortante. Las matrices poliméricas pueden ser divididas en dos grupos: las termoplásticas y las termoestables. Los termoplásticos se reblandecen con la aplicación del calor y pueden ser remodeladas con la temperatura y presión adecuada. Aunque su proceso de producción limita su uso en composites de fibras largas, son especialmente indicadas para ser utilizadas en aplicaciones donde es necesario mucho volumen a bajo coste. Normalmente, el rango de temperatura no supera los 225°C. En cuanto a los termoestables, polimerizan (proceso de curado) en el mismo momento de la fabricación y no se reblandecen con el calor. Su estado líquido antes del curado los hace idóneos para la producción de laminados con fibras largas. Los termoestables más usados como matriz son el poliéster, el epoxy y las poliamidas. El poliéster se usa principalmente con fibras de vidrio y permite aplicaciones hasta los 100°. Los epoxies resultan más caros pero tienen mejor resistencia a la humedad, menos variaciones dimensionales durante el curado y pueden aguantar temperaturas de uso hasta 175°C, La poliamida permite aplicaciones en temperaturas elevadas, (hasta 300°C), pero requiere un proceso de producción más complicado. En la Tabla 1.2 se muestra un listado de las matrices más comunes con las propiedades que las caracterizan.

Material	Densidad	Módulo elástico	Resistencia tracción	Alargamiento	Coef. Poisson	Módulo específico	Resist. específica
	ρ , [g/cm ³]	E , [GPa]	S_r , [MPa]	[%]	ν	$[E/\rho]$	$[S_r/\rho]$
<i>Termoplásticos</i>							
PEEK (*)	1,30 – 1,32	3,24	100,0	50	0,4	2,5	76,3
PPS (†)	1,36	3,3	82,7	4	—	2,4	60,8
<i>Termoestables</i>							
Poliéster	1,1 – 1,4	2,1 – 3,4	34,5 – 103,5	1 – 5	—	2,2	55,2
Epoxy	1,38	4,6	58,6	—	0,36	5,5	74,0
Poliamida	1,46	3,5	103,0	—	0,35	2,4	70,5

Tabla 1.2 Propiedades mecánicas de las matrices, resinas más comunes.

El diseño de piezas de materiales compuestos es considerablemente más complejo que el diseño de piezas de materiales tradicionales. Además de diseñar la geometría del elemento, se debe de diseñar también el propio material. Por lo tanto, en el diseño de una pieza de material compuesto es habitual diseñar la geometría y la configuración de los componentes, de forma que se aprovechen mejor las cualidades de este tipo de materiales, reforzando las direcciones con mayor nivel de esfuerzo. Así, se debe empezar por definir cada uno de los materiales

componentes, la orientación del refuerzo en cada lamina u orientaciones del tejido, el espesor de cada una de las laminas y, finalmente, la secuencia de apilado óptima. Un aspecto importante durante el diseño es comprobar el grado de compatibilidad del refuerzo con el método de producción y la geometría del componente. Los tejidos de refuerzo deben ser seleccionados considerando su aptitud a acomodarse a las curvaturas de la geometría del componente. Tradicionalmente, esta labor se ha realizado con métodos basados en el conocimiento empírico. Además, como el número de combinaciones posibles de compuestos es prácticamente ilimitado, la caracterización mediante experimentación se hace muy costosa por no decir imposible. Esta dependencia de la experimentación frena la generalización del uso de los compuestos en aplicaciones más corrientes.

1.2 Procesos de fabricación de materiales compuestos

La elección de un proceso de fabricación de materiales compuestos queda determinada por diversas consideraciones. Algunas de estas son: las características y propiedades del material; la forma, tamaño y espesor de la pieza; los requerimientos en la tolerancia dimensional y el acabado superficial; los requerimientos de funcionamiento de la pieza; el volumen (cantidad) de producción, etc. Con carácter general podemos decir que el moldeo de un material compuesto consta de tres fases, que pueden ser simultáneas o alternativas, en función del procedimiento que se elija:

- a) Impregnación del refuerzo por la resina, que corresponde a la constitución de un material compuesto exento de inclusiones de aire.
- b) Adaptación de dicho material compuesto a las formas y dimensiones deseadas, con la ayuda de un molde.
- c) Endurecimiento del material y desmoldeo de la pieza final.

El proceso de curado o solidificación de las resinas se inicia partiendo del estado líquido de las mismas, mediante aditivos químicos (sistema catalítico), pasando siempre por estados intermedios de gelificación hasta llegar a la estructura final, completamente entrecruzada en estado sólido. Esta transformación es irreversible y se produce a temperatura ambiente, aunque la aportación de calor en la fase final del proceso permite reducir los tiempos de polimerización, y por tanto de moldeo. Según [1], los procesos de fabricación de materiales compuestos, se pueden clasificar en dos grupos, procesos en molde abierto y procesos en molde cerrado.

Procesos en molde abierto: En este grupo se clasifican aquellos procesos que cuentan con un molde como único elemento para su fabricación, estos pueden ser:

Moldeo por contacto a mano (hand lay-up): El moldeo por colocación manual, o moldeo por contacto es denominado así debido a las bajas o nulas presiones que se necesitan, siendo la primera técnica que se utilizó en el laminado de los plásticos reforzados con fibra de vidrio. Aun a día de hoy es uno de los procesos mas utilizados. En producciones de series industriales cortas o de piezas de gran superficie, es el método más económico debido a su relativa sencillez y no requerir mano de obra excesivamente especializada. Por el contrario, presenta los inconvenientes de un ambiente de trabajo molesto y nocivo por la emisión de gases, producción lenta y acabado fino solo por una de las caras. Dentro de este proceso se pueden diferenciar dos técnicas, el conocido como “*wet lay-up*”, donde la impregnación de el refuerzo con la resina se hace con rodillos y el “*spray lay-up*” o moldeo por proyección, donde la impregnación se realiza mediante pistola. La principal diferencia entre ambas técnicas es que en el *spray lay-up*, la viscosidad debe de ser baja para permitir una buena pulverización e impregnación. En este tipo de procesos, la fibra y la resina se suelen pulverizar a la vez. En la *Figura 1-3* se muestran dos instantáneas de este tipo de procesos



Figura 1-3 Moldeo por contacto a mano (hand lay-up).

Prepreg: La principal característica de este tipo de proceso de fabricación es que la resina y la preforma han sido pre-impregnadas a priori y almacenadas, generalmente a bajas temperaturas (-20°C). Este tipo de proceso tiene su principal ventaja en el control sobre el porcentaje fibra/resina, siendo muy utilizado para la fabricación de piezas estructurales en la industria aeronáutica, energía eólica, productos de alta competición, etc. Obviamente no todo son ventajas, la complicada formulación de las resinas, junto con la necesidad de almacenaje y transporte en lugares refrigerados, hacen que la utilización de este tipo de materiales este limitada a mercados muy definidos, debido en gran manera a su alto precio.

El proceso de fabricación es bastante sencillo. Este comienza con el marcado y corte de la lámina individual con el perfil deseado, para ser apilada capa a capa sobre el molde, ver Figura 1-4 (izquierda). Cada cierto número de capas, se procede a compactar el conjunto mediante la técnica de vacío, para eliminar el aire atrapado en el laminado. La frecuencia de compactación depende de la geometría de la pieza. Una vez terminado el laminado, se coloca sobre un film poroso, que permitirá la expulsión de los componentes volátiles que se produzcan durante el curado de la resina. A continuación se coloca una bolsa de vacío, con los sellados pertinentes, y la pieza queda preparada para el curado. Para la aplicación simultánea de la presión y el calor, se utiliza un autoclave, Figura 1-4 (derecha). Estos sistemas están compuestos de una cámara presurizada, sistema de aplicación del vacío, dispositivos de calentamiento y sistemas de control de los parámetros del curado.



Figura 1-4 Prepreg (izquierda). Autoclave (derecha).

Entre los materiales compuestos de altas prestaciones mecánicas, y los de carácter industrial existe una amplia gama de materiales de elevadas-medias prestaciones, con propiedades próximas a los de altas prestaciones y costes muy inferiores. Este es el caso de los pre-impregnados que se procesan mediante laminación o enrollado, curando mediante métodos alternativos al autoclave. Estos métodos alternativos nos podemos encontrar, el curado en horno, mediante intercambiadores de calor, microondas, etc. El uso de estos materiales a costes muy competitivos se está imponiendo en industrias como la automoción, marina, energía o deporte frente al aluminio o acero.

Procesos en molde cerrado: En este grupo se clasifican todos aquellos procesos de transformación que cuentan con un molde y contramolde como elementos para la fabricación. El molde es fabricado de materiales rígidos mientras que el contramolde puede ser fabricado en materiales rígidos, semirígidos o flexibles, estos son:

Pultrusión: En este proceso, las fibras de refuerzo se presentan en forma de bobinas o rollos para favorecer el flujo continuo de material. Estas bobinas se van desenrollando y pasando por un tanque para que estas se impregnen de resina. Estas fibras impregnadas se introducen en el molde donde son comprimidas hasta obtener la fracción de volumen deseada. Este moldeo debe de asegurar el curado del material en un tiempo relativamente corto. Para ello se suelen colocar alrededor del molde, placas calefactadas que provocan el calentamiento de la pieza para favorecer la reacción de polimerización de la resina.

Prensa en frío y prensa en caliente: El moldeo por prensa en frío es un proceso de moldeo que utiliza baja presión y molde con ausencia de calor. Su aplicación puede ser cualquier producto con una forma relativamente simple que pueda ser realizado en molde abierto pero que necesite mayor precisión en cuanto al espesor y buen acabado en ambas caras. El proceso es bastante simple, la preforma se coloca en una cara de la herramienta, se mete la resina sobre esta y se cierra la herramienta bajo presión hasta que la resina cura. La prensa en caliente es un proceso similar a la prensa en frío descrita anteriormente, con la excepción de que en este caso el molde es calentado. Este proceso está especialmente diseñado para resinas que curan a altas temperaturas como el epoxi y las resinas fenólicas.

Moldeo por compresión de preimpregnados: Este proceso consiste en el moldeo de una resina termoestable reforzada generalmente con fibra de vidrio. La pieza final se obtiene a través de la polimerización de la resina mediante un proceso combinado de presión y temperatura. Este proceso es el más utilizado para la fabricación de materiales compuestos con resinas termoestables. Esto es debido a su alta capacidad de automatización, excelente acabado superficial por ambas caras y la posibilidad de obtener geometrías complejas. En este proceso se utiliza normalmente molde y contramolde calientes.

Moldeo por inyección de termoestables: En este proceso, el material compuesto formado por las fibras, la matriz termoestable y las cargas, toma la forma de gránulos. El material compuesto es transportado al molde mediante un tornillo sinfín donde, antes de ser introducido se calienta mediante un circuito cerrado de agua o aceite. Este calor hace que el compuesto se mantenga en estado viscoso. Cuando el molde está completamente lleno, se mantiene una elevada presión durante unos segundos para minimizar cambios dimensionales y asegurar las tolerancias de fabricación. El molde se calienta mediante resistencias eléctricas.

RIM y RRIM: El proceso RIM (*Reaction Injection Molding*), desarrollado a final de los años 1970, es un proceso de moldeo por inyección en el que dos reactivos de baja densidad mezclados previamente son inyectados a baja presión en un molde previamente cerrado. Dentro del molde, se produce la reacción de los reactivos produciéndose la polimerización y el

curado final de la pieza. El proceso RRIM (*Reinforced Reaction Injection Molding*) es un proceso similar al RIM pero añadiendo refuerzo en el molde. El tipo de refuerzo suele ser fibra molida o hilos cortados en un porcentaje entorno al 20%. Una variante del RRIM es el SRIM donde la principal diferencia está en que el material de refuerzo es una estructura preformada. Estos procesos se utilizan sobre todo en los casos en los que la resina a inyectar es una resina de poliuretano, que permite tiempos de ciclo más cortos que los de poliéster, debido a la propia naturaleza de la reacción química.

RTM: El RTM, o moldeo por transferencia de resina han ido ganando popularidad en la industria aeroespacial, automovilística, militar y de infraestructuras. De hecho, el RTM nació a mediados de la década de los 40, pero no llegó a ser comercialmente competitivo hasta los 60 y 70, empezando a ser usado para fabricar bañeras, teclados de ordenador, contenedores, etc. Este proceso solo es rentable para un número de piezas entre 500 a 50.000 por año. Este proceso de molde cerrado utiliza baja presión, permitiendo fabricar piezas de material compuesto en un amplio rango de complejidades y tamaños. La principal diferencia con el resto de procesos es que el refuerzo seco y la resina se juntan dentro de un molde para formar una pieza de material compuesto. El refuerzo (fibra) se coloca dentro de la cavidad del molde y, después se cierra. Un tubo conecta el molde cerrado con un depósito de resina, la cual es bombeada o transferida dentro del molde para impregnar la fibra donde, finalmente se produce el curado.

Los métodos modernos de fabricación se basan en aplicaciones de molde cerrado y son conocidos genéricamente como LCM (*Liquid composite Moulding processes*). Los más utilizados son el RTM y sus derivados, que se analizan en el siguiente punto y que son los procesos tratados en esta tesis.

1.3 Procesos LCM. RTM y sus derivados

Las técnicas de moldeo de composites con resina líquida (LCM) abarcan una gran variedad de procesos derivados del RTM. Todos estos procesos se están utilizando cada vez más en la industria naval, aeroespacial automovilística, de construcción, etc., debido principalmente a su capacidad para obtener piezas complejas de gran calidad mediante materiales poliméricos reforzados con fibras de vidrio o carbono. Toda la familia de procesos LCM pretenden conseguir la impregnación de la resina líquida sobre un tejido poroso de refuerzo para obtener un material compuesto. Necesariamente esta impregnación debe realizarse antes de que la resina gelifique. Por lo tanto, las resinas termoplásticas son utilizadas en mucha menor medida que las termoestables debido a su alta viscosidad, ya que necesita altas presiones de moldeo.

Uno de los principales atractivos de los procesos LCM es el empleo de bajas presiones, permitiendo disminuir el coste de procesado, fabricación del molde y utillaje empleado.

La principal novedad introducida en el proceso RTM, que lo diferenció del resto de procesos de molde cerrado, fue la introducción del refuerzo seco, impregnándolo de resina después, cuando el molde ya estaba sellado. En este proceso, las dos mitades del molde son rígidas. Utiliza la cavidad que hay entre el molde y el contramolde para definir la geometría de la pieza a fabricar y donde se sitúa la preforma o fibra, ver Figura 1-5.

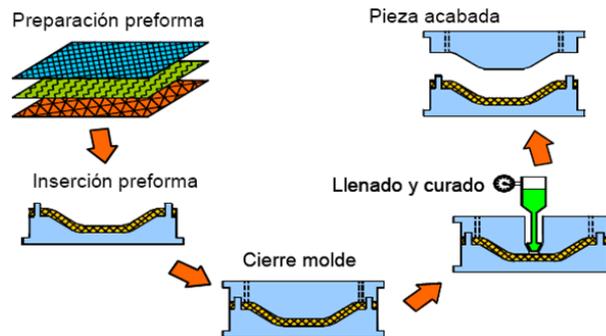


Figura 1-5 Esquema del proceso RTM.

La resina es inyectada en la cavidad por una o varias boquillas desde un depósito presurizado mientras que el aire contenido en el interior se escapan por otras boquillas, generalmente puestas a presión atmosférica, empujado por la resina. Cuando el molde se ha llenado, se detiene la inyección y el molde no se abre hasta que la resina ha completado su curado. La etapa de curado puede iniciarse, bien por el calentamiento del molde, que también calienta la resina mientras fluye, o bien, mediante la adición de agentes químicos de polimerización o inhibidores, que permiten retrasar el curado e iniciarlo una vez la resina ha completado el llenado del molde.

Esta técnica de fabricación de materiales compuestos tiene varias limitaciones. Una de ellas es la necesidad de inyectar la resina mediante presión. Esto obliga a que los cerramientos del molde, así como el molde y contramolde deban de estar diseñados para soportar las presiones a las que se verán sometidos. Una de las variantes del RTM que evita esta necesidad son las técnicas conocida como RTM-Light, VARTM (Vacuum-Asisted RTM) o VARI (Vacuum-Asisted Resin Infusion). Aunque existen diferencias entre ellas, suele ser habitual hablar de ellas como una sola. La principal diferencia es que la resina no es inyectada a presión sino que se realiza un proceso de infusión por vacío. De esta manera el flujo de resina dentro del molde viene ayudado por la depresión que hay en la cavidad no siendo necesarias presiones de inyección elevadas, ya que existe la ayuda del vacío. En estos procesos, las fibras son situadas en un lado del molde y se coloca una tapa que puede ser rígida o flexible, usualmente

fabricada de nylon, formando un sellado hermético para provocar el vacío. El ciclo de moldeo es mas largo que en el proceso RTM. Estos procesos nacieron en la industria aeroespacial a finales de los 80 para la fabricación de lotes cortos o piezas muy grandes, donde el uso del proceso RTM introduce un elevado coste en la pieza final. La inyección mediante vacío exige resinas de poliéster con características muy particulares en cuanto a viscosidad (máximo 2 poises a 20°C). El sistema catalítico esta basado en peróxidos en combinación con un acelerador de deoctoato de cobalto

Otra variante del RTM que fue desarrollada a mediados de los 80 es el llamado SCRIMP (Seeman Composite Resin Infusion Molding Process). El proceso es similar al VARTM, pero con algunas diferencias. La más importante es la incorporación de una membrana difusora que permite la difusión de la resina a lo largo de la longitud y espesor de la pieza, incluyendo sándwiches.

Siguiendo en la línea de reducir la presión necesaria para impregnar la preforma con resina, una técnica interesante es la denominada LPRIM (Low Pressure Infusion Molding). En este proceso se utiliza una bolsa de vacío patentada, unida a los extremos del molde. La presión para introducir la resina al interior del molde se genera simplemente colocando el depósito de resina a una cota ligeramente superior a la del molde. Esta pequeña presión combinada con la textura de la bolsa y el vacío permite a la resina fluir entre la fibra. Evidentemente los tiempos de llenado son lentos (un barco de 20 m puede costar de 12 a 15 horas).

Los procesos de infusión mediante vacío han supuesto una importante revolución, sobre todo para la fabricación de piezas en lotes pequeños, o incluso piezas unitarias de gran tamaño. Todavía a día de hoy siguen apareciendo variantes de esta técnica. En [2] se presenta una revisión de las distintas técnicas o variantes existentes que utilizan vacío. En [2] se catalogan 16 variantes de esta técnica. En general, se conoce a los procesos que trabajan con vacío como VI (Vacuum infusion) ó VIP (Vacuum Infusion Processes). En la Figura 1-6 se muestra un esquema de este proceso.

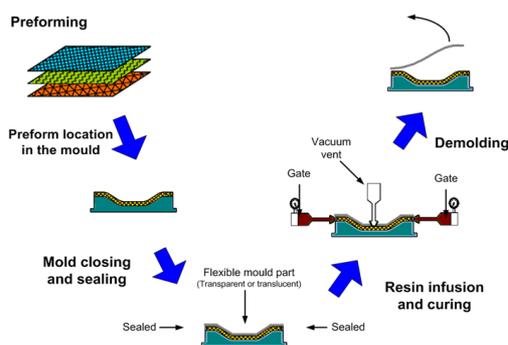


Figura 1-6 Esquema de los procesos de infusión por vacío.

El proceso de infusión se puede descomponer en varias etapas, similares al RTM. Dado un molde, se coloca el refuerzo y las boquillas por donde entrara la resina y por donde se hará el vacío. El molde se sella mediante una bolsa de plástico quedando dispuesto para ser infundido. Cuando el molde esta lleno y la resina ha curado, la bolsa se retira y el molde esta preparado para desmoldarse.

1.4 Catalogación de los procesos LCM

Los procesos LCM se pueden clasificar debido a los diferentes parámetros que influyen en el proceso. Estos se pueden desglosar en;

Diferencial de presión entre el interior de la cavidad y el ambiente

El diferencial de presión es el responsable de generar que la resina catalizada fluya impregnando el tejido. Este diferencial puede tomar valores positivos en los casos donde la resina sea inyectada a presión o valores negativos cuando se emplee el vacío para generar la depresión. Con el conocimiento de los procesos LCM actuales, estos se pueden clasificar en, procesos de presión a vacío, procesos de presión a atmósfera y procesos de atmósfera a vacío.

Tipo de contramolde

Existen dos categorías de contramolde. En la primera se encuentran los contramoldes flexibles. Estos pueden ser desechables, fabricados de nylon o con bolsa de plástico, o reutilizables, fabricados de silicona. En la segunda categoría, se encuentran los contramoldes rígidos o semirígidos. Estos pueden ser fabricados en diferentes materiales como yeso, madera o materiales metálicos.

Sistema de transferencia de resina

El sistema de transferencia de resina consiste en la descripción del camino empleado para que la resina llegue al tejido de refuerzo antes de impregnarlo. El primer camino y el más empleado es el puerto discreto. En este, la resina es introducida en la cavidad que genera el molde y el contramolde en puntos específicos denominados puntos de inyección. El segundo camino es la alimentación perimetral de la resina. Este consiste en un camino libre ubicado en el perímetro del molde por donde fluye la resina catalizada. Una vez el camino se llena de resina, esta rebosa y empieza a fluir hacia el tejido de refuerzo. El tercer camino es el de superficie, sistema complejo empleado en piezas de gran tamaño. Este camino consiste

básicamente en un sistema de canales intercomunicados que están ubicados en la parte superior del tejido de refuerzo.

Sistema de extracción del aire

El sistema de extracción del aire consiste en la descripción del camino de extracción del aire o realización del vacío. El primer camino, al igual que en el sistema de transferencia de resina, es el puerto discreto, siendo también es el mas utilizado. En este, el vacío o punto de salida del aire se realiza a través de un punto específico denominado venteo. El segundo camino es el venteo perimetral, que consiste en un canal o canales intercomunicados colocados en el perímetro del molde. El tercer camino es el de superficie, raramente utilizado en procesos LCM, y que consiste en colocar un sistema de canales ubicados en la parte superior del tejido de refuerzo.

En la Tabla 1.3 se hace un resumen de las características de cada tipo de proceso:

	VARIABLES			
MÉTODOS	Diferencial de presión	transferencia de resina	extracción de aire	contramolde
RTM	Presión- atmósfera	Puerto discreto	Puerto discreto	Rígido
RTM-Light	atmósfera-Vacío	Perimetral	Puerto discreto	Semirígido
VARTM	atmósfera-Vacío	Perimetral o de superficie	Puerto discreto o de superficie	Flexible desechable
VI	atmósfera-Vacío	Perimetral y/o puerto discreto	perimetral	Bolsa de vacío desechable

Tabla 1.3 Caracterización de los distintos procesos LCM.

1.5 Modelo Mecánico. Flujo de la resina en el medio poroso

La impregnación de la resina normalmente es modelizada como un flujo a través de un medio poroso gobernado por la ley de Darcy, [3]. Esta ley fue deducida primero experimentalmente por Darcy y se derivó después teóricamente usando técnicas de homogeneización. En el proceso de conformado LCM (como en cualquier medio poroso) intervienen dos fases, una líquida o fluida (resina) y otra sólida (fibra). El fundamento de la teoría de los medios porosos se basa en considerar un volumen elemental representativo y promediar tanto las variables como las ecuaciones de conservación y comportamiento. Un estudio en detalle de los problemas de transporte en medios porosos aplicados a los procesos LCM se muestra en [4] y [5]. La Ley de Darcy ofrece resultados satisfactorios bajo la mayoría de las aplicaciones de los procesos de LCM en las que el número de Reynolds sea bajo y se desprecien los efectos de

inercia. Esta ley afirma que la velocidad promediada en el volumen del flujo, \underline{v} , es linealmente proporcional al gradiente de la presión, según

$$\underline{v} = -\frac{\underline{k}}{\mu} \nabla P \quad (1.1)$$

donde \underline{k} es el tensor de permeabilidad de la preforma, μ es la viscosidad del fluido y ∇P el gradiente de presión. Cada componente del tensor de permeabilidad mide la facilidad con que el líquido atraviesa el medio poroso en una dirección dada, y su valor asociado traduce el efecto promediado de las fibras (de quien la consideración individual requeriría un análisis a escala microscópica) en el flujo de la resina. El conocimiento adecuado de la permeabilidad de las telas y de la viscosidad de la resina permitirá una modelización correcta del flujo por esta ley.

Se han propuesto diversos métodos analíticos y experimentales para predecir la permeabilidad, del medio poroso en aplicaciones industriales de RTM, los podemos encontrar en [4], [6]. Muchos trabajos han demostrado que la permeabilidad es difícil de medir en tejidos complejos, sobre todo cuando capas de distintos materiales y geometrías son utilizadas. Esto es debido a que es función de la arquitectura de la preforma y también de la fracción de volumen de fibra. La preforma puede estar compuesta por una sola capa de tejido o por varias donde, la variación de la orientación de las capas afecta sustancialmente al valor de la permeabilidad. Por lo tanto, para procesos RTM, donde el contramolde es rígido, se hace necesario obtener un tensor permeabilidad promedio que pueda ser utilizado en la Ley de Darcy.

En procesos LCM donde el contramolde es semirígido, y sobre todo cuando el contramolde es una bolsa de plástico, la preforma se ve sometida a presiones, que no están distribuidas de forma homogénea a lo largo de este. Así pues, la profundidad de la cavidad es función de la presión local en el molde, modificando la fracción volumétrica y con ello la permeabilidad, [2]. En esta línea, muchos investigadores han intentado modelizar el comportamiento de la permeabilidad bajo presión. En [7] se presenta uno de los primeros trabajos que analiza la problemática de los procesos LCM con cambio de presión local. En este trabajo se presentan resultados experimentales preliminares del efecto que tiene el cambio de presión. La aplicación del vacío provoca una reducción inicial del grosor. La llegada del frente de flujo tiene un efecto lubricante, produciendo un cambio en la compactación. Cuando el frente de flujo pasa sobre la posición monitorizada, la presión sobre la lámina se reduce. Esto implica que, para obtener una buena caracterización de la permeabilidad a utilizar en la ley de Darcy,

es necesario tener en cuenta, primero la compactación de la preforma en función de la presión local, obteniendo la permeabilidad en cada zona, y después, contemplar las diferentes presiones existentes entre las zonas secas y mojadas. En la literatura existen varios trabajos que modelizan todos estos efectos, [8], [8], [10], [12], [13]. Aun así, aunque una simulación precisa requiere de un modelo claramente no isotrópico, se suele aceptar como aproximación a los resultados reales de este tipo de procesos, la permeabilidad promedio, que se le suele denominar, permeabilidad efectiva, "effective permeability", [8].

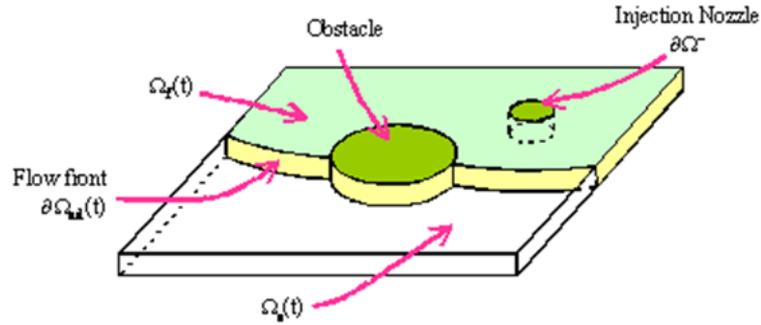


Figura 1-7 Modelo de flujo bidimensional.

La gran mayoría de procesos de llenado de moldes en medios porosos se pueden considerar para cavidades de moldes de pequeño espesor y por tanto, el flujo de la resina puede ser simplificado como un problema bidimensional, es decir, sin considerar el trasiego del flujo que atraviesa el grosor de la preforma. Si se trabaja con piezas de gran espesor es necesario un análisis donde este tenga en. El problema de trasiego de flujo se define en un volumen Ω ,

$$\Omega = \Omega_f(t) \cup \Omega_e(t) \tag{1.2}$$

Donde el fluido en el instante de tiempo t ocupa el volumen $\Omega_f(t)$, ver Figura 1-7.

Asumiendo constante e isotrópica la permeabilidad de la tela, y constante la viscosidad de la resina, la formulación variacional de la ley de Darcy resulta,

$$\int_{\Omega_f(t)} \left(\nabla p^* \cdot \frac{k}{\eta} \nabla p \right) d\Omega = 0 \tag{1.3}$$

La localización del fluido dentro de todo el dominio Ω se define mediante la función característica I , definida por;

$$I(\underline{x}, t) = \begin{cases} 1 & \underline{x} \in \Omega_f(t) \\ 0 & \underline{x} \notin \Omega_f(t) \end{cases} \tag{1.4}$$

La evolución de la fracción volumétrica, I , viene dada por la ecuación lineal de advección:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\partial I}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla I = 0 \quad (1.5)$$

con $I=I$ en la frontera interior del flujo.

La resolución numérica de las ecuaciones que gobiernan el flujo puede ser tratada mediante la técnica de Galerkin basada en elementos finitos. Para la actualización del dominio del flujo se utiliza la técnica de los volúmenes de control. El esquema de resolución esta basado en tres pasos:

1.- Obtener el mapa de presiones usando la discretización de elementos finitos basada en la formulación variacional dada por la ecuación (1.3), imponiendo presión nula en los nodos que no contienen ningún elemento lleno, por ejemplo, nodos 7,8,9 en la Figura 1-8.

2.- Calcular el campo de velocidades con la ley de Darcy.

3.- Actualizar la fracción volumétrica I , integrando la ecuación (1.5).

Las condiciones frontera vienen dadas por:

- El gradiente de presiones en la dirección normal de las paredes del molde es cero, esto es, el fluido no puede salir de la cavidad del molde.
- La presión o el caudal se definen en la parte llena del molde $\partial\Omega^-$:
 $p(\underline{x} \in \partial\Omega^-) = P_i$ or $\underline{v}(\underline{x} \in \partial\Omega^-) = \underline{v}_i$
 Donde $\partial\Omega^- = \{\underline{x} / \underline{v}(\underline{x}) \cdot \underline{n} < 0\}$ y $\underline{n}(\underline{x})$ es el vector exterior unidad definido en el contorno en el punto \underline{x} .
- Presión nula en el frente de avance. $p(\underline{x} \in \partial\Omega_{ad}(t)) = 0$

Y si asumimos que en el instante de tiempo $t=0$, el molde este vacío, la condición inicial de la función I resulta:

$$I(\underline{x}, t = 0) = \begin{cases} 0 & \text{if } \underline{x} \in \Omega \\ 1 & \text{if } \underline{x} \in \partial\Omega^- \end{cases} \quad (1.6)$$

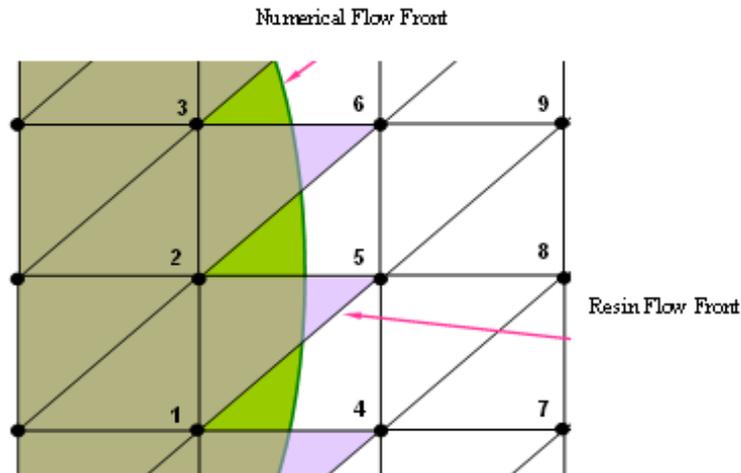


Figura 1-8 Malla fija triangular con los volúmenes de control en los elementos.

El dominio ocupado por el fluido donde las ecuaciones que gobiernan el flujo tienen que ser integradas cambia continuamente. Así pues, estas tienen que ser computadas en cada instante de tiempo durante la simulación. La ecuación de evolución del flujo se cumple por la resolución de la ecuación hiperbólica de transporte, que gobierna la actualización de la presencia de flujo.

El resultado de la simulación mediante elementos finitos está sujeta al nivel de discretización del volumen Ω . Así pues, la precisión de los resultados va en función del número de estos. Evidentemente, también el tiempo de cómputo aumenta en función de los elementos que definan el volumen Ω . La forma de los elementos también determina la precisión de los resultados. Así pues existen diferentes formas que estos pueden tomar a la hora de discretizar el volumen. Los elementos finitos pueden ser triangulares, cuadrados, hexagonales, etc., con geometrías regulares o irregulares, combinación entre ellas, todo depende de la forma que tenga el volumen Ω y cual sea la forma que mejor se adapte a ella. Por lo general, se suelen utilizar elementos triangulares, a ser posible equiláteros. Para el caso de tener piezas donde el espesor de la preforma deba de tenerse en cuenta, se suele definir una cot de espesor para cada nodo de la discretización, ver Figura 1-9.

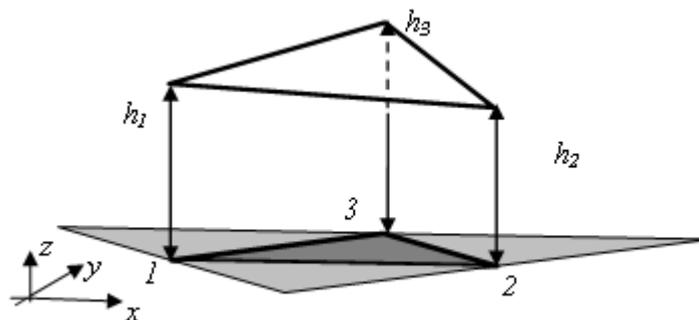


Figura 1-9 Elementos finitos para tratar problemas de espesor variable.

1.6 Diseño y optimización del proceso

El proceso de diseño requiere, en un primer paso de la definición del problema y de las especificaciones que deberá de cumplir el elemento a diseñar. A partir de esta información, se genera una serie de soluciones mediante un proceso de síntesis apoyado básicamente por la experiencia, conocimientos del diseñador y herramientas de simulación. Las posibles soluciones viables se analizan posteriormente para comprobar su efectividad. Todo este proceso no es lineal, más bien se trata de una tarea iterativa que permite ir mejorando la solución propuesta hasta llegar al diseño final. Esta tarea iterativa es lo que se conoce como optimización, y los procesos iterativos son conocidos como algoritmos de optimización. Tradicionalmente se ha realizado esta labor, tanto de síntesis como de evaluación con métodos basados en el conocimiento empírico. Además, como el número de combinaciones posibles en diseño, tanto de elección de los materiales, elección de la ubicación de las boquillas, etc., es prácticamente ilimitado, la caracterización mediante experimentación se hace muy costosa, y en algunos casos imposible. Esta dependencia de la experimentación frena la generalización del uso de los compuestos en aplicaciones más corrientes. Por esta razón, muchos trabajos de investigación se basan en el uso de modelos matemáticos y métodos numéricos como el FEM para predecir y simular su comportamiento, con el objetivo de conseguir una buena herramienta que ayude en este complicado proceso de diseño. Las variables de diseño (inputs del proceso), como permeabilidad, viscosidad, presión de inyección, caudal, localización de puertas, etc., son introducidas en los algoritmos de simulación de forma que se puedan calcular funciones objetivo del modelo de optimización.

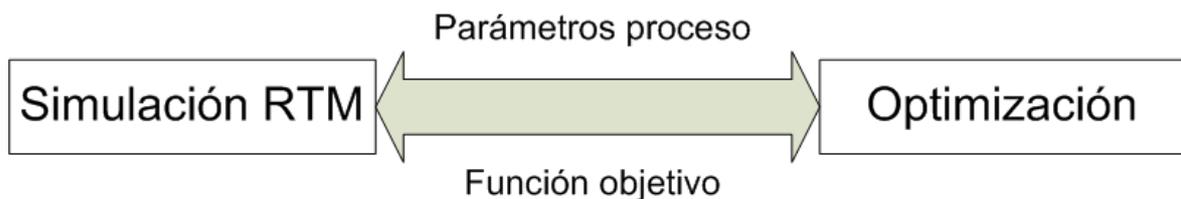


Figura 1-10 Optimización de procesos LCM basados en simulación.

Una de las tareas más críticas en los procesos LCM es la localización del sistema de transferencia de resina (entradas) y de extracción de aire (salidas). Una mala elección puede provocar malos llenados, zonas secas, burbujas, tiempo de llenado excesivo, sangrado, etc. En el proceso RTM, donde la colocación de estos requiere un sellado adecuado, también provoca un valor añadido de mano de obra y coste económico que se debe de minimizar. Así pues, en la literatura podemos encontrar una gran cantidad de herramientas de optimización para molde cerrado. Por el contrario, no hay muchas contribuciones que ofrezcan soluciones para la

ubicación de los sistemas de transferencia y extracción de aire en procesos con contramolde semirígidos o flexible.

En [14] se presenta uno de los primeros trabajos para la localización de las entradas y salidas particularizado para geometrías 2D en procesos RTM. Este trabajo usa los modelos RTM simplificados, modelo mono-dimensional de flujo, desarrollando aproximaciones para el tiempo de llenado, distribución de presiones, etc. Estos resultados se usan para encontrar la ubicación de las entradas y salidas. Para ello, la función a minimizar es que el flujo recorra el menor camino posible. En [15] se propone un algoritmo para optimizar la ubicación de entradas y salidas pero para modelos 2.5D. El algoritmo de optimización está compuesto por la simulación por elementos finitos acoplada con algoritmos genéticos. El algoritmo genético, en general, es una buena herramienta para encontrar un óptimo global, especialmente para problemas multivariable y en espacios de búsqueda grandes. La desventaja es que el tiempo de cómputo de 600 generaciones con un tamaño de población de 30, en un modelo con 448 elementos finitos tiene un coste computacional de unas 75 horas. En [16] se propone un algoritmo basado en el mismo criterio, acoplar la simulación por elementos finitos y los algoritmos genéticos. En este caso, solo es necesario el 1% de las simulaciones para las posibles permutaciones de puertos de entrada y salida. Este método está limitado a geometrías 2D y cuando la geometría tiene formas complejas se hace muy tediosa. En este punto de la historia, los investigadores focalizados en este tema concluyeron que el tiempo de cómputo excesivo se debía en gran medida a la simulación por elementos finitos. Así pues, la búsqueda de alternativas a la simulación fue la línea a seguir. En este sentido, en [17], [18], se proponen alternativas con un menor coste computacional. En [17] se introduce el uso de redes neuronales como sustitutivo de la simulación. Una red neuronal consiste en simular las propiedades observadas en los sistemas neuronales biológicos a través de modelos matemáticos recreados mediante mecanismos artificiales. Esto les otorga la capacidad de “aprender” el comportamiento de los sistemas, pudiendo dar la misma respuesta que el original. En [17], la red neuronal se entrena para que se comporte como la simulación por Elementos finitos, para posteriormente ser acoplada con los algoritmos genéticos. En [18] utilizan algoritmos genéticos pero reemplazan la simulación por lo que denominan “*Mesh Distance based approach*”. Este método computa la distancia nodo a nodo siguiendo la conexión nodal entre elementos finitos vecinos. Esta distancia se considera como una aproximación del tiempo de llenado. Esta aproximación viene justificada por el supuesto de que el primer nodo en llenarse es el vecino de la puerta o puertas de entrada. Para calcular la distancia entre dos nodos, primero se calcula la distancia de los nodos vecinos de la puerta. En la siguiente iteración los nodos más probables en llenarse son los vecinos de la iteración anterior. Así pues, se calcula la distancia entre los nodos de la iteración anterior y sus vecinos. La distancia total es la distancia de los nodos de la iteración anterior con la entrada más la

distancia del nodo vecino con el anterior. Este método iterativo se repite hasta computar la distancia de todos los nodos con el inyector. Esta técnica de cálculo de la distancia se puede ejecutar para molde 2D o 2.5D indistintamente. El error cometido entre la simulación FEM y este método es del orden del 3%. Sin embargo, el uso de esta metodología está restringida a modelos isotrópicos. En [18] se concluye que, no solo la simulación es ineficiente en la búsqueda, sino que también lo es el algoritmo genético. En el caso de buscar la ubicación óptima de una única entrada en un modelo con 930 nodos, el algoritmo genético requiere 1000 pruebas. Por esta razón, en [19] se propone la búsqueda basada en la ramificación y la acotación, conocida como “branch and bound”. Con esta técnica se consigue reducir el tiempo de cómputo de horas a minutos.

Como podemos comprobar, a lo largo de la historia ha existido una fuerte labor investigadora en buscar la ubicación de las boquillas de inyección para procesos de molde cerrado. Por el contrario, muy pocos resultados se han publicado para la optimización de las boquillas en procesos de contramolde flexible. Esto es debido por un lado a que es una técnica relativamente joven, pero sobretodo, por que permite colocar inyectores no puntuales, canales conectados, provocando un aumento de la complejidad de la solución a buscar.

En [20] se presenta uno de los primeros trabajos que intenta optimizar la boquilla en procesos de contramolde flexible, en particular para procesos VARTM. En este caso se usa un software de simulación RTM y algoritmos genéticos para encontrar el diámetro del canal y la cantidad de capas de la preforma. Este trabajo no trata de encontrar la ubicación óptima ya que la posición de los canales está predefinida por el usuario. En [21] se presenta el trabajo más reciente sobre la optimización de la forma y ubicación de las boquillas, y el primero que trata de ello según el conocimiento del autor, en procesos de contramolde flexible. En este trabajo, se utiliza el “*mesh distance based approach*”, utilizado en procesos RTM, [18], acoplado con algoritmos genéticos para encontrar la forma y ubicación de la boquilla de inyección. Aunque presenta importantes avances en la optimización de la boquilla en procesos de contramolde flexible, tiene varias limitaciones. La primera es que considera las puertas de salida como puntos, algo que en procesos VI no es cierto, ya que el venteo es usualmente todo el contorno. La segunda es el tiempo de cómputo, ya que necesita 17 minutos para encontrar la solución óptima de un rectángulo compuesto por 600 elementos finitos, utilizando un P IV, 2.01Ghz.

Todos los algoritmos de optimización usan una función objetivo a minimizar y que mida la bondad de la solución. Estas funciones objetivo están basadas en parámetros del proceso como mínimo tiempo de llenado, prevención de zonas secas, curado homogéneo, etc. Estos indicadores numéricos son conocidos en procesos LCM como PPI “*Process Performance Index*”. En [22], [16], [18], la función objetivo está basada en el mínimo tiempo de llenado y

en la prevención de las zonas secas. En [23] se desarrolla un PPI basado en el mínimo tiempo de llenado y la orientación del frente de avance con respecto al puerto de salida. En cada instante de tiempo, la distancia de cada nodo que forma el frente de avance con respecto al venteo debe de ser la misma. La desviación típica de esas distancias se asocia con la calidad del llenado. El criterio distancias homogéneas previene la formación de zonas secas. Idealmente, si el frente de avance siempre cumpliera con este criterio, no cabría la posibilidad de que una parte del frente fuera adelantado, desapareciendo la posibilidad de formar un lazo que generara la zona seca. El índice propuesto en [23], se mejora en [24] con la inclusión del tiempo de incubación. En este trabajo, la diferencia de grados de curado entre los nodos vecinos se utiliza como criterio añadido para obtener un PPI más cercano a la realidad de un llenado ideal, teniendo en cuenta más variables que influyen en la calidad final de la pieza fabricada.

Como podemos observar, la distancia es uno de los criterios mas utilizados, no solo para reemplazar la simulación, “*mesh distance based approach*”, [18],[21], sino para medir la calidad de los llenados, [23], [24].

1.7 Control on-line del proceso

El control on-line del proceso trata de obtener llenados óptimos pero durante el llenado, mientras que la optimización, como es concebida en el apartado anterior es un proceso off-line, que trata de obtener lo mismo, considerando ciertas variables del proceso conocidas. Una de las variables más críticas es la permeabilidad. Cuando la preforma se coloca en el molde, el operario que la coloca puede cometer errores. Uno de los más comunes es dejar un trozo del molde sin tela provocando lo que se conoce como “*race tracking*”, zona de alta permeabilidad. Por esta zona, la resina va a más velocidad que por el resto de la preforma. El efecto contrario se produce cuando varios trozos de tela se solapan, algo que también suele ser común. Ambos efectos no se pueden tener en cuenta en la optimización off-line ya que no se pueden predecir. También se debe de tener en cuenta la sensibilidad de la viscosidad de la resina con la temperatura.

El control on-line de un determinado proceso puede considerarse como un método de optimización off-line pero donde las restricciones de tiempo son mucho mas criticas. El objetivo del control on-line es provocar llenados mitigando las variables del proceso que pueden variar durante el llenado. El método más antiguo para mejorar el llenado es lo que se conoce como el sangrado “*bledding*”. Cuando la resina llega a tocar el venteo, esta se detiene, ya que no se genera el vacío en procesos de contramolde flexible o el aire que queda dentro de

la cavidad no tiene por donde escapar, procesos de contramolde rígido. El sangrado tiene como objetivo que la resina fluya por el puerto de salida para seguir forzando la circulación de esta en el molde. Esta técnica no ejerce ningún tipo de control, simplemente evita que el proceso se detenga. La resina sobrante se tira, provocando un coste añadido en el valor final del producto. Así pues, uno de los objetivos primarios de los controles on-line es que cuando la resina alcance el venteo, el molde este completamente lleno.

Una mejora del “*bledding*” es lo que se conoce como control off-line o control pasivo. En este caso, se crea una base de datos con las posibles perturbaciones que el sistema puede sufrir. Estas perturbaciones son simuladas y analizadas para diseñar el molde. Para poder efectuar el control, se colocan múltiples puertos de entrada/salida, así como sensores para determinar cual es la perturbación que esta ocurriendo,[19], [25], [26]. El control off-line mejora el “*bledding*”, pero no puede contemplar todas las posibles perturbaciones que podrían ocurrir durante el llenado. Trabajos recientes desarrollan avanzados sistemas de control on-line que pueden dividirse en dos categorías. Sistemas que dependen de una simulación previa o sistemas que no dependen de esta simulación.

La primera propuesta sobre controles on-line se presenta en [27] donde la simulación previa determina las acciones de control. En este trabajo, la manipulación de la presión y el caudal son las variables de actuación sobre el proceso. En [28] proponen un control on-line basado en las simulaciones para escenarios pre-definidos. La ubicación de los sensores y los actuadores esta sujeta a esta información. Así pues, la perturbación predefinida se detecta con estos sensores y se aplica la acción concreta predefinida para su corrección. En [29] se introduce el proceso de optimización en el sistema on-line, en concreto, algoritmos genéticos. En el proceso de diseño, se analizan como en [28] diferentes escenarios con distintas perturbaciones. En el control on-line, la información de los sensores se introduce en el algoritmo de optimización para determinar la mejor acción correctiva.

La predicción del comportamiento del flujo, dado un instante de tiempo, por el sistema de control, requiere necesariamente de la simulación. Desafortunadamente, la simulación tiene un alto coste computacional para ser utilizada en este tipo de procesos. Debido a ello, al igual que en los algoritmos de optimización, existen varios trabajos que hablan de cómo conseguir una simulación más eficiente en tiempo de cómputo. A estos simuladores rápidos se les conoce como “Proxy simulators”. La primera propuesta de controladores on-line con predictores de flujo se presenta en [30]. En este trabajo, la velocidad del frente se predice en un camino definido por la ubicación de los sensores. La progresión del frente se controla a través de la modificación de la viscosidad a través de la temperatura o del caudal. Para obtener un “*proxy Simulator*” que no dependa de un camino predefinido, las redes neuronales, al igual que en la

optimización, pueden aportar una solución aceptable. En [31] una red neuronal se entrena mediante simulaciones para un predeterminado número de escenarios y parámetros del proceso. En el controlador on-line, la información de los sensores, en este caso visión artificial, se introducen en la red neuronal para calcular el avance de flujo. Este trabajo continua en [32], donde el mismo sistema se usa con lógica borrosa para estimar la permeabilidad, usando la posición actual del frente y la presión de inyección. Los mismos autores también presentaron un trabajo utilizando la simulación en vez de redes neuronales, [33]. El uso de redes neuronales en los sistemas de control on-line esta limitado debido a que la precisión de la red neuronal depende de los parámetros a los que se les entrena. Utilizar los parámetros medidos on-line puede suponer un entrenamiento on-line de la red neuronal y dar resultados aceptables cuando el sistema este lo suficientemente entrenado.

Al igual que en procesos de contramolde rígido, los sistemas de control on-line también se introducen en procesos de molde semirígidos donde, al igual que en los algoritmos de optimización sobre estos procesos, no existen muchas propuestas. El uso de estos sistemas en este tipo de procesos es completamente necesario ya que, la predicción del efecto de la presión sobre el grosor de la pieza es difícilmente predecible. En [34],[35] se utilizan sensores y simulaciones virtuales para hacer control on-line sobre procesos VARTM, al igual que se propone para procesos de contramolde rígido. Sin embargo, el uso de un contramolde semirígido tiene la peculiaridad de que este puede ser transparente o traslucido. Así pues, una cámara puede ser utilizada como sensor, generando puntos de sensorización virtuales. En [22] utilizan este sistema de sensorización y la actuación la realizan segmentando los canales de entrada donde, el caudal se controla independientemente en cada línea. En este trabajo se usa la simulación on-line para la predicción del flujo. En [36] también se usa la visión artificial para controlar procesos de molde semirígidos pero, en este caso para procesos de bolsa de vacío, VI. En este trabajo también se utiliza la simulación para predecir el comportamiento del flujo. Utilizando esta simulación, la distancia entre el centroide generado por el frente de flujo y el venteo se usa como función de coste para seleccionar la estrategia de corrección optima en cada instante de tiempo.

1.8 Objetivos de la tesis

El objetivo de esta tesis es definir un marco computacional para trabajar de forma eficiente tanto en aplicaciones off-line como on-line de procesos LCM. Aunque el proceso objetivo de esta tesis sea el proceso de infusión, el marco computacional debe de ser útil para cualquier variante de los procesos LCM.

Las aplicaciones off-line objetivo de esta tesis son el diseño y optimización de los procesos de infusión. En este sentido, el objetivo es obtener de forma eficiente cual es la disposición ideal del canal de distribución para conseguir que el frente de avance alcance al venteo en el mismo instante de tiempo. Este objetivo eliminaría la posibilidad de generar zonas secas.

Las aplicaciones on-line objetivo de esta tesis son el control on-line del flujo. El objetivo es el mismo que el de la optimización, pero corrigiendo las perturbaciones que se puedan producir durante el llenado, y que no se pueden tener en cuenta en la optimización, como por ejemplo “*race tracking*”, pliegues en la bolsa de plástico, en la preforma, etc.

Como apoyo a estas aplicaciones, se establece como objetivo el uso de herramientas tecnológicas que nos faciliten y ayuden en estas aplicaciones. En concreto, las técnicas de visión artificial, con los dispositivos adicionales necesarios nos permiten monitorizar y sensorizar el molde de forma efectiva y eficiente.

Todas estas aplicaciones y herramientas computacionales deben de trabajar integradas bajo el mismo marco computacional, para permitir operar en cualquiera de estas aplicaciones sin necesidad de cambiar de marco de trabajo, mejorando el rendimiento y la eficiencia.

Capítulo 2

Definición matemática de los frentes de avance mediante funciones continuas y paramétricas.

2.1 Introducción

El presente capítulo desarrolla como definir de forma analítica los frentes de avance. En particular, se define el frente de avance con una de las curvas paramétricas más comunes en programas CAGD, las curvas de Bezier. Aunque existen otras curvas que también podrían utilizarse, B-Spline, NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) y RBC (Rational Bezier Curve), nos decantamos por la curva de Bezier debido a su mayor simplicidad y menor tiempo de cómputo. En general, las curvas paramétricas se las puede considerar como aproximadores universales, pudiendo asumir el comportamiento de cualquier objeto que queramos modelizar. En otros trabajos realizados ajenos a esta tesis, [83],[84],[85],[86], se aproximan las Integrales de Fresnel a curvas de Bezier. Estas integrales no tienen solución analítica y definen un conocido tipo de espiral llamada “Clotoide” Estas curvas son de especial interés en la generación de trayectorias en robots móviles y en la construcción de carreteras.

En este capítulo se propone aproximar o considerar directamente la curva de Bezier como frente de avance, con las ventajas que conlleva tenerlo definido de forma analítica y continua. Los resultados de esta investigación han sido publicados en [87], [88], [90].

2.2 Justificación

El frente de avance es el elemento a estudio más utilizado en los procesos LCM, donde se pueden enmarcar la gran mayoría de trabajos realizados sobre procesos LCM, no solo como resultado de la simulación, sino para los algoritmos de optimización y control. El frente de avance, se define como la frontera entre la zona seca del molde y la zona ya impregnada por la resina. Esta definición determina que el frente de avance es un objeto continuo. Sin embargo, tanto a partir de una simulación por elementos Finitos como cuando es sensorizado en llenados reales, este se define de forma discreta como un conjunto de puntos no necesariamente conectados. Focalizando nuestra atención en el frente de avance obtenido de la simulación, los nodos de los elementos finitos de la frontera son los que forman la definición del frente de avance en cada instante de tiempo, véase Figura 1-8. La forma que tiene este es similar al diente de sierra, provocando imprecisiones en la simulación y dificultando su uso. Dado que es el elemento más importante a estudio, se hace útil disponer de una herramienta que nos permita tener una representación más fidedigna de este, a la vez que poder manipularlo y analizarlo matemáticamente. En el siguiente subapartado se discuten las distintas posibilidades matemáticas de representar una curva, frente de avance, para poder seleccionar la formulación mas adecuada.

2.3 Curvas paramétricas en CAGD

En general, una curva puede representarse matemáticamente de forma precisa y suficientemente flexible utilizando diferentes tipos de formulación. Estas son;

Curva representada de forma explícita: Para una curva en el plano, $y = f(x)$, y para una curva en el espacio, $y = f_1(x)$ y $z = f_2(x)$. Esta forma de expresar una curva se utiliza para curvas univaluadas, es decir, que se evalúan sobre una única variable, en este caso, x. La evaluación de la curva se calcula de forma simple, pero no siempre encontraremos curvas univaluadas.

Curva representada de forma implícita: $F(x, y) = 0$ o $F(x, y, z) = 0$, dependiendo de la dimensión del espacio. En una expresión implícita no aparece ninguna variable despejada, por lo que su evaluación puede ser compleja. Las ecuaciones implícitas poseen la ventaja de ser orientables, es decir, resulta sencillo determinar hacia que lado de la curva se encuentra un punto, simplemente sustituyendo sus coordenadas en la ecuación.

Curva representada de forma paramétrica: Una curva paramétrica es una curva definida de la siguiente forma;

$$\alpha : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n / \alpha(t) = (\alpha_1(t), \dots, \alpha_n(t)), t \in [a, b] \quad (2.1)$$

donde t es el parámetro intrínseco de la curva. A partir de su definición, se observa que una curva paramétrica se describe en base a un conjunto de parámetros que la recorren, como un conjunto de ecuaciones que permiten obtener cada una de las coordenadas a medida que el parámetro intrínseco evoluciona sobre el elemento. Así pues, una curva paramétrica necesita sólo de un parámetro intrínseco, t , que toma valores en un intervalo determinado. Las expresiones paramétricas no son orientables, es decir, dado dos puntos de la curva definidos por dos parámetros intrínsecos, no podemos determinar hacia que lado de la curva se encuentran. Sin embargo, el parámetro t no tiene significado en el espacio de la imagen de la curva, pudiendo ser reconfigurado como nos interese. Por ejemplo, si representamos una circunferencia de las tres formas implícita, explícita y paramétrica, Tabla 2.1;

<i>Implícita</i>	$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - r^2 = 0$
<i>Explícita</i>	$y = y_0 \pm \sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}$
<i>Paramétrica</i>	$\alpha(t) = (x_0 + r \cdot \cos(t), y_0 + r \cdot \sin(t))$

Tabla 2.1 Representación de una circunferencia de forma implícita, explícita y paramétrica.

En este ejemplo, el parámetro t representa el ángulo. La representación paramétrica no tiene por que ser única, pudiendo existir variantes y diferentes formas de representar lo mismo. En ámbitos como los programas CAGD (Computer Aided Geometric Design) se utilizan expresiones paramétricas genéricas reconfigurables para poder representar cualquier objeto. Las curvas paramétricas más utilizadas son las curvas de Bezier, las curvas RBC (Rational Bézier Curves), las curvas B-Spline y por último las curvas NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline). Estas curvas paramétricas se definen de la siguiente forma:

Curvas Bezier: Una curva de Bezier de grado n se expresa de la siguiente forma:

$$\alpha(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \cdot B_{n,i}(t); t \in [0,1] \quad (2.2)$$

donde $\mathbf{p}_i = [p_i^{(1)} p_i^{(2)}]^T$ es un vector de \mathfrak{R}^2 que nos dará la forma de la curva de Bezier y donde t es el parámetro intrínseco que la recorre. Así pues, estas curvas paramétricas son reconfigurables a partir de los puntos de control. Las funciones o bases que se utilizan son los polinomios de Bernstein;

$$B_{n,i}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad i = 0, \dots, n \quad (2.3)$$

Curvas B-Splines: Una curva B-spline, queda definida por $(n + 1)$ vértices \mathbf{p}_i de un polígono descriptor, y está dada por:

$$\boldsymbol{\alpha}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i N_{k,i}(t) \quad (2.4)$$

donde $\mathbf{p}_i = [p_i^{(1)} p_i^{(2)}]^T$ es un vector de \mathfrak{R}^2 y las funciones mezcla, $N_{k,i}$, se pueden definir recursivamente como;

$$N_{1,i}(t) = \begin{cases} 1; & t_i \leq t \leq t_{i+1} \\ 0; & t < t_i \text{ \& } t > t_{i+1} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$N_{k,i}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} N_{i,k-1}(t) + \frac{t_{i+k} - t}{t_{i+k} - t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(t)$$

donde el orden k controla el grado $(k - 1)$ del polinomio resultante en t y por tanto, la continuidad de la curva. Los valores t_i son los llamados nodos (knots), y relacionan la variable paramétrica t con los puntos de control \mathbf{p}_i , es decir, determinan el tramo de la curva que estamos editando. Así pues, una B-Spline es reconfigurable a través de los nodos y los puntos de control que las definen. Esta curva paramétrica, a diferencia de la Bezier, permite modificaciones locales en cada tramo definido por los nodos, sin influenciar al resto de la curva.

NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines): Una NURBS es la proyección sobre el espacio físico tridimensional de una B-spline no racional definida en el espacio 4D de coordenadas homogéneas. Su formulación es la siguiente:

$$\mathbf{\alpha}(t) = \frac{\sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i w_i N_{k,i}(t)}{\sum_{i=0}^n w_i N_{k,i}(t)} \quad (2.6)$$

donde $\mathbf{p}_i = [p_i^{(1)} p_i^{(2)}]^T$ es un vector de \mathfrak{R}^2 , w_i es un escalar llamado peso y $N_{k,i}(t)$ son las funciones de base de las B-Splines. La principal diferencia frente a la B-Spline es la existencia de los pesos, que le otorga un grado de reconfiguración más. Esto permite representar exactamente formas analíticas estándar como por ejemplo las cónicas, que no se pueden expresar de forma exacta con B-Splines o Beziers.

RBC (Rational Bézier Curves): Una RBC de grado n se representa por:

$$\mathbf{\alpha}(t) = \frac{\sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i w_i B_{n,i}(t)}{\sum_{i=0}^n w_i B_{n,i}(t)} ; t \in [0,1] \quad (2.7)$$

donde $B_{n,i}(t)$ son las bases definidas para la Bezier, $\mathbf{p}_i = [p_i^{(1)} p_i^{(2)}]^T$ es un vector de \mathfrak{R}^2 y w_i son los llamados pesos asociados a cada punto de control. En este caso, al igual que las NURBS, la diferencia entre la Bezier y la RBC son la existencia de los pesos, otorgándole la capacidad de representar de forma exacta un círculo.

Todas estas curvas paramétricas son fácilmente extensibles en dimensión. Así, por ejemplo, para hacer que una Bezier represente una superficie laminar 2.5D, Figura 2-1, solo tenemos que añadir una base de Bernstein controlada por otro parámetro intrínseco y construir los puntos de control en \mathfrak{R}^3 , $\mathbf{p}_i = [p_i^{(1)} p_i^{(2)} p_i^{(3)}]^T$, de la forma;

$$\mathbf{\alpha}(t,s) = \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_{ij} \cdot B_{n,i}(t) B_{k,j}(s); [t,s] \in [0,1] \quad (2.8)$$

La generalización de este concepto indica que las curva paramétricas son, en definición n -dimensionales, donde para aumentar la dimensión de la paramétrica solo es necesario añadir Bases y parámetros intrínsecos.

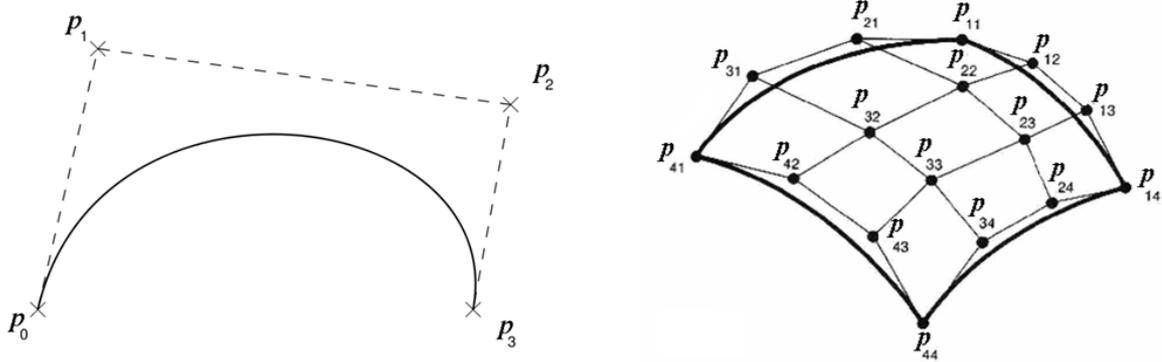


Figura 2-1 Curva de Bezier (Izquierda). Superficie de Bezier (Derecha).

La principal ventaja que nos ofrecen las curvas basadas en Bases de Bernstein (Bezier, RBC), a diferencia de las B-Splines y NURBS, es que no requieren de algoritmos recursivos para editar la curva. Este hecho hace que construir una Bezier, RBC, tenga del orden de 10 veces menos coste computacional. Este hecho es crítico en aplicaciones de tiempo real como puede ser el control on-line de los procesos LCM. Así pues, como representación analítica del frente de avance se va a trabajar con curvas de Bezier.

2.3.1 Interpretación física de los puntos de control

Una de las principales ventajas que ofrece trabajar con las curvas paramétricas usualmente utilizadas en CAGD, es el sentido físico que tienen los puntos de control. Para entender su significado, pongamos como ejemplo el siguiente polinomio expresado en forma implícita;

$$f(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots + a_nt^n \text{ donde } a_i \in \mathfrak{R} \quad (2.9)$$

En este ejemplo, la curva polinómica se expresa como combinación lineal de la base canónica de los polinomios, $\{1, t, \dots, t^n\}$. En este caso, las coordenadas del polinomio en la base canónica, los números reales a_i , no tienen ninguna interpretación física. Si en vez de utilizar este tipo de representación utilizamos una curva de Bezier, esta utiliza las bases de Bernstein como base de polinomios. Dicha base surge de la expansión del 1, que se desarrolla mediante la fórmula del binomio de Newton.

$$1^n = 1 = (1-t+t)^n = \binom{n}{0}(1-t)^n t^0 + \binom{n}{1}(1-t)^{n-1} t^1 + \dots + \binom{n}{n-1}(1-t)^1 t^{n-1} + \binom{n}{n}(1-t)^0 t^n \quad (2.10)$$

Cada factor del sumatorio es un elemento de la base de Bernstein. Con esto, la base de los polinomios de Bernstein se define como;

$$\left\{ \binom{n}{0}(1-t)^n t^0, \binom{n}{1}(1-t)^{n-1} t^1, \dots, \binom{n}{n}(1-t)^0 t^n \right\} = \left\{ B_{n,i}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}; i = 0, \dots, n \right\} \quad (2.11)$$

Desarrollando la expresión de la curva de Bézier,

$$\alpha(t) = \mathbf{p}_0 \cdot B_{n,0}(t) + \mathbf{p}_1 \cdot B_{n,1}(t) + \dots + \mathbf{p}_n \cdot B_{n,n}(t) \quad (2.12)$$

se observa que es un polinomio expresado en otra base diferente a la canónica. Las coordenadas del polinomio respecto de esta base cobran un sentido físico, los puntos de control. Esto es debido a que las bases de Bernstein están obtenidas a partir de la expansión del 1. Esto nos garantiza que;

$$\sum_{i=0}^n B_{n,i}(t) = 1, \forall t \in [0,1] \quad (2.13)$$

Así pues, la curva resultante es una ponderación de los puntos de control, que pueden estar situados en el espacio cartesiano, o en cualquier otro tipo de representación, es decir, son puntos físicos. Esta propiedad la tienen tanto las curvas que utilizan la base de Bernstein, Bezier, RBC así como las curvas que utilizan las bases Spline, B-Spline, NURBS, ya que también cumplen que;

$$\sum_{i=0}^n N_{k,i}(t) = 1, \forall t \in [0,1] \quad (2.14)$$

2.3.2 Propiedades de la curva de Bezier

En este subapartado vamos a describir algunas de las propiedades más relevantes que caracterizan a una curva de Bezier, [40], estas son:

Propiedad 1: Una curva de Bezier interpola el primer y el último punto de control, es decir, la curva solo pasa por los puntos \mathbf{p}_0 y \mathbf{p}_n ya que: $\alpha(0) = \mathbf{p}_0$ y $\alpha(1) = \mathbf{p}_n$, ver Figura 2-2.

Propiedad 2: Las curvas de Bezier son afín invariante, esto es, si aplicamos una transformación afín, rotación, traslación o escalado, el resultado puede construirse desde las imágenes afines de los puntos de control. Esta propiedad nos indica que tan sólo tenemos que aplicar la transformación afín a los puntos de control y a partir de ellos, toda la curva se ve modificada.

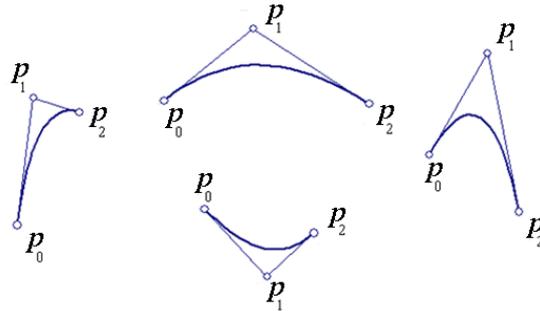


Figura 2-2 Diferentes curvas de Bezier de orden $n=2$.

Propiedad 3: Dada una curva de Bezier de orden n , hay dos vectores tangentes a la curva en el primer punto, \mathbf{p}_0 , y en el último punto de control, \mathbf{p}_n , definidos como: $\vec{\mathbf{p}_0\mathbf{p}_1}$ y $\vec{\mathbf{p}_{n-1}\mathbf{p}_n}$. Estos nos permiten estudiar la continuidad en la concatenación de curvas de Bezier. Así pues, para garantizar continuidad C^1 , los vectores tangentes a la primera curva en el último punto de control y a la segunda curva en el primer punto de control deben de ser paralelos o están alineados. En cambio, si solo se garantiza que el primer punto de control de la segunda curva sea el último de la anterior sólo habría continuidad de clase C^0 , ver Figura 2-3.

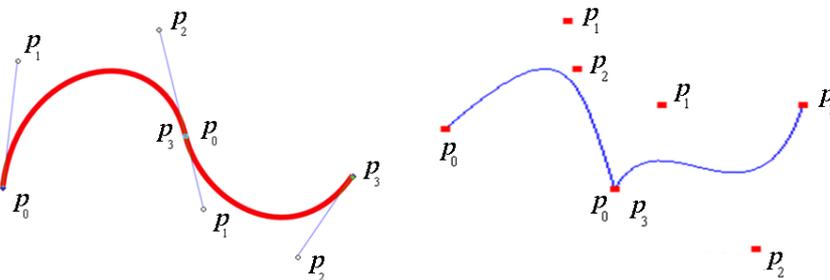


Figura 2-3 Continuidad entre curvas de Bezier concatenadas.

Propiedad 4: Una curva de Bezier está contenida por la envoltura convexa definida por los puntos de control. Esta propiedad se cumple porque los polinomios de Bernstein son siempre positivos y la suma de todos ellos es igual a uno. Si la curva de Bezier siempre está contenida en la envoltura convexa. Esto nos permite saber que la curva está contenida en una región determinada.

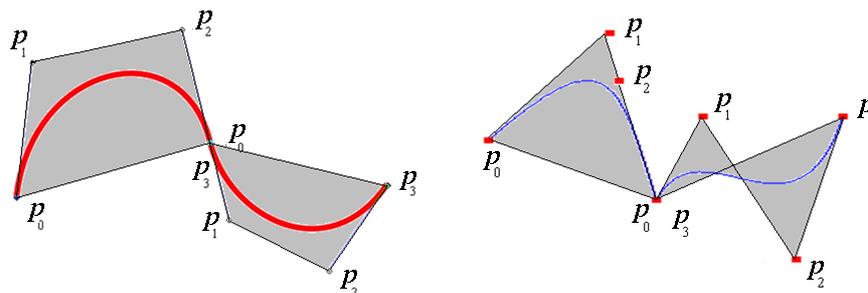


Figura 2-4 Envoltura convexa.

2.3.3 Derivabilidad e integrabilidad de las curvas de Bezier.

Dado que las curvas de Bezier son funciones paramétricas continuas, estas son derivables e integrables. En este sentido, la derivada de la curva de Bezier es otra curva de Bezier que se conoce como *Hodograph*, [40]. Dada una curva de bezier;

$$\mathbf{a}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \cdot B_{n,i}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \cdot \binom{n}{i} \cdot t^i \cdot (1-t)^{n-i} \quad (2.15)$$

su derivada es;

$$\mathbf{a}'(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \cdot B_{n,i}'(t) = \sum_{i=0}^n n \cdot (B_{n-1,i-1}(t) - B_{n-1,i}(t)) \cdot \mathbf{p}_i = \sum_{i=0}^{n-1} (n \cdot (\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i)) \cdot B_{n-1,i}(t) \quad (2.16)$$

Haciendo el cambio de variable $\mathbf{q}_i = n \cdot (\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i)$ la curva derivada resulta;

$$\mathbf{a}'(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{q}_i \cdot B_{n-1,i}(t) \quad (2.17)$$

Como resultado, la curva de Bezier derivada es otra curva de Bezier pero de grado $(n-1)$. Esta queda definida por los puntos de control: $\{\mathbf{q}_0, \dots, \mathbf{q}_{n-1}\} = \{n \cdot (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0), \dots, n \cdot (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1})\}$, ver Figura 2-5.

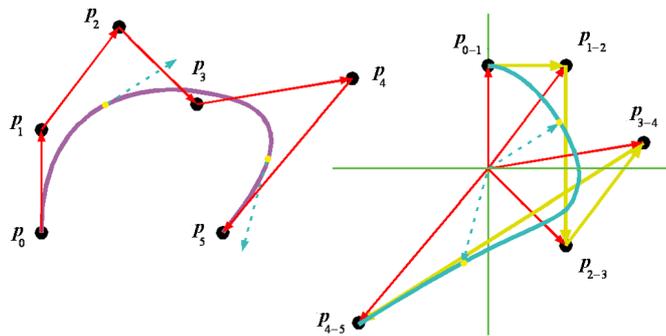


Figura 2-5 Curva de Bezier (Izquierda). Derivada "Hodograph" (Derecha)

La integral de una curva de Bezier nos determina el área que queda por debajo de la curva. Así pues, en [40] se considera como aproximación, el área encerrada por el polígono que forman los puntos de control, esto es;

$$A = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \quad (2.18)$$

De esta forma se tiene que:

$$\int_0^1 \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \cdot B_{n,i}(t) dt = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \Rightarrow \int_0^1 B_{n,i}(t) dt = \frac{1}{n+1} \quad (2.19)$$

Para obtener una buena aproximación de la integral, esta operación se suele ligar al algoritmo de De Casteljaú, ver Apdo 2.3.4, ya que nos permite subdividir la curva recursivamente de forma que tengamos más puntos de control que nos definan la curva.

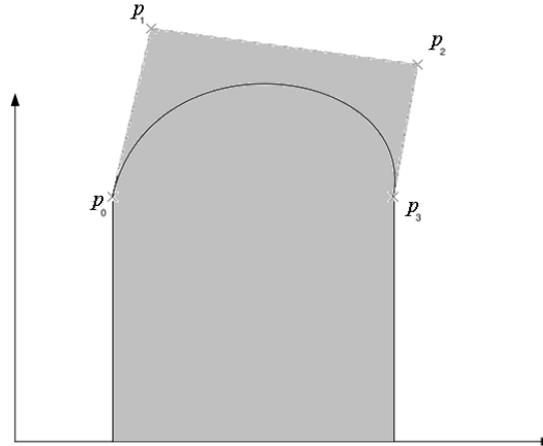


Figura 2-6 Integral de una curva de Bezier

2.3.4 Algoritmo De Casteljaú.

El algoritmo De Casteljaú es un algoritmo recursivo cuya aplicación fundamental es la de subdividir una curva de Bezier. Dado un punto de la curva, definido por un valor del parámetro intrínseco, cada segmento que une los puntos de control se subdivide en dos en función del valor de dicho parámetro. Así pues, dado dos puntos de control, $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1$, el punto intermedio se computa como;

$$\mathbf{p}_{01} = \mathbf{p}_0 + t \cdot (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) = (1-t) \cdot \mathbf{p}_0 + t \cdot \mathbf{p}_1 \quad (2.20)$$

El algoritmo De Casteljaú, se aplica recursivamente en función del orden de la curva de Bezier. En la Figura 2-7 (Izquierda) se muestra un ejemplo para una curva de Bezier de orden $n=2$. Seleccionando $t=0.5$, la curva de Bezier queda dividida en dos curvas del mismo orden donde la primera curva está definida por los puntos de control $\{\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_{01}, \mathbf{p}_{01-12}\}$, y la segunda por los puntos de control $\{\mathbf{p}_{01-12}, \mathbf{p}_{12}, \mathbf{p}_2\}$. En la Figura 2-7 (Derecha) se muestra otro ejemplo para $n=4$, $t=0.7$.

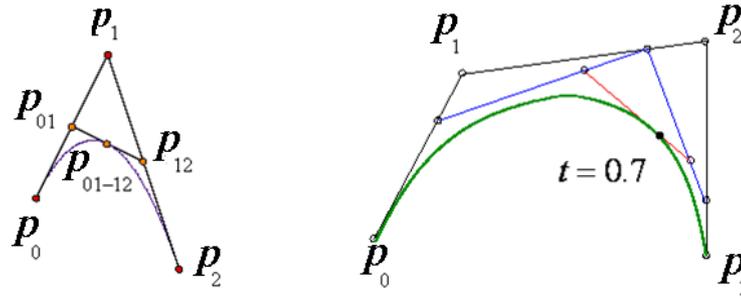


Figura 2-7 Ejemplos del algoritmo de De Casteljau.

2.3.5 Subir o bajar de grado una curva de Bezier

Existen aplicaciones donde puede ser interesante elevar o reducir el grado de una curva de Bezier. Para elevar el grado, simplemente necesitamos introducir un nuevo punto de control mediante la siguiente formula, [40];

$$\mathbf{q}_i = \frac{i}{n+1} \cdot \mathbf{p}_{i-1} + \left(1 - \frac{i}{n+1}\right) \cdot \mathbf{p}_i; \quad 1 \leq i \leq n \quad (2.21)$$

Para mantener la forma de la curva, el primer y último punto de control se mantiene invariante. El nuevo conjunto de puntos de control es: $\{\mathbf{q}_0 = \mathbf{p}_0, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_n, \mathbf{q}_{n+1} = \mathbf{p}_n\}$.

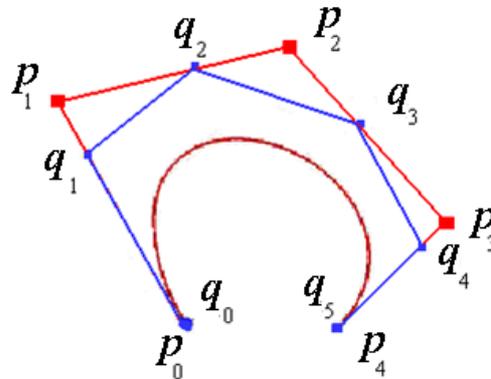


Figura 2-8 Elevar de grado de una curva de Bezier

Así como el proceso de aumento de grado se puede realizar de forma exacta, sin cambiar la forma de la curva, en el caso de la reducción de grado esto no es del todo posible, siendo un tema de estudio en la actualidad. En [41], dada una curva de Bezier $\mathbf{a}(t)$ de grado n cuyos puntos de control son, $\{\mathbf{p}_0, \dots, \mathbf{p}_n\}$, se quiere obtener una curva de Bezier de grado $n-1$ con n puntos de control, $\{\mathbf{q}_0, \dots, \mathbf{q}_{n-1}\}$. Hay que suponer que la curva $\mathbf{a}(t)$ se ha obtenido elevando el grado. Así pues, utilizando la formula (2.21) se tiene que;

$$\mathbf{p}_i = \frac{i}{n} \cdot \mathbf{q}_{i-1} + \frac{n-i}{n} \cdot \mathbf{q}_i; i = 0, \dots, n \quad (2.22)$$

A partir de esta expresión, se pueden obtener dos formulas recursivas que nos calculan los puntos de control \mathbf{q}_i . Estas son;

$$\mathbf{q}_i = \frac{n \cdot \mathbf{p}_i - i \cdot \mathbf{q}_{i-1}}{n-i}; i = 0, 1, \dots, n-1, \quad \mathbf{q}_{i-1} = \frac{n \cdot \mathbf{p}_i - (n-i) \cdot \mathbf{q}_i}{i}; i = n, n-1, \dots, 1 \quad (2.23)$$

2.3.6 Cerrar una curva de bezier

Una curva de Bezier es cerrada si cumple $\alpha(0) = \alpha(1)$. Exigiendo esta condición, tenemos que la curva cerrada tiene continuidad C^0 en el punto de unión, primer y último punto de control, ver Figura 2-9 (Izquierda). Para conseguir continuidad C^1 en el punto de unión, es necesario que las derivadas en ese punto coincidan, es decir, $\alpha'(0) = \alpha'(1)$, ver Figura 2-9 (derecha). Para ello simplemente tenemos que condicionar que los vectores tangentes en ambos puntos coincidan o sean paralelos, ver Apdo. 2.3.2, propiedad 3.

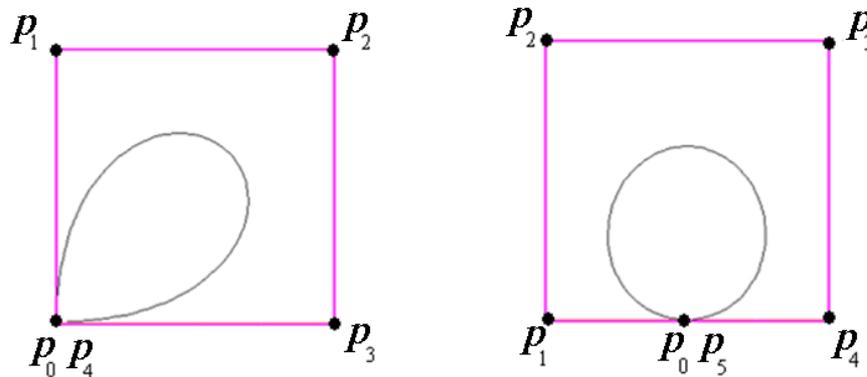


Figura 2-9 Curva de Bezier cerrada.

2.4 Uso de técnicas CAGD en simulación por elementos finitos

El uso de las técnicas CAGD en procesos LCM no esta extendido, siendo tema de investigación, sobre todo aplicado a la mejora de la simulación por elementos finitos. Su principal uso es en la definición precisa de las fronteras, tanto del frente de avance como del contorno del molde. El objetivo de esta parametrización es minimizar los errores en la discretización. La relevancia de una representación precisa del dominio y de los limites ha sido descrita por varios autores, ver por ejemplo [42], [43]. Si se adopta una formulación discontinua de la técnica de Galerking, “Discontinuous garlerking (DG)”, se produce una importante perdida en la precisión, ver [44]. Este problema no es exclusivo de los métodos de

Galerkin discontinuos, también se han identificado en el contexto de los métodos basados en el volumen de los elementos finitos, *Finite Volume methods (FV)*, ver [45]. Así pues los investigadores se han centrado en representar de forma exacta la geometría para minimizar estos errores. En [46], se propone lo que se conoce como, análisis isogeométrico “*isogeometric analysis*”. El objetivo es considerar la representación exacta de la geometría, independientemente de la discretización espacial. Sin embargo, el cómputo de esta estructura de análisis es muy elevado. Por ello, se plantea considerar solamente la parametrización de las fronteras como una curva paramétrica, mientras que en el resto de la superficie, se considera la clásica interpolación por elementos finitos, preservando lo máximo posible la eficiencia computacional. En [47], la curva paramétrica elegida es la NURBS, bautizando este método como NEFEM (NURBS-Enhanced Finite Element Method). En este trabajo, el contorno del objeto se considera una NURBS, mientras que en el interior se mantienen elementos finitos estándar. En [48] se propone definir el frente de avance utilizando los nodos que componen el elemento finito como los puntos de control de una curva de Bezier de orden 2, ver Figura 2-10.

FE Nodes as control points

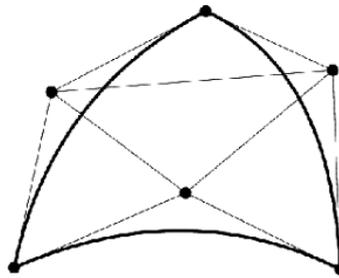
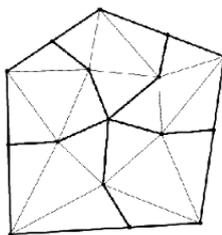


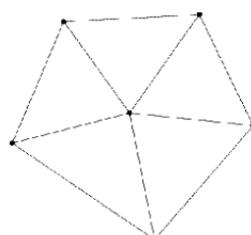
Figura 2-10 Nodos de los elementos finitos como puntos de control.

Para poder realizar esta operación, son necesarios los nodos de 5 elementos finitos. Así pues, dada una malla fija, se construye lo que se denomina, malla de control (Control mesh), definida por las líneas que unen los puntos de control de cada una de las Bezier, ver Figura 2-11 (Izquierda).

Control Mesh



Logical Mesh



Curved Bezier Mesh

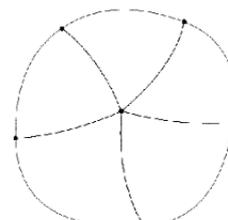


Figura 2-11 Estructura para trabajar con la malla Bezier

A partir de ella, se construye lo que denominan malla lógica, uniendo los puntos de control iniciales y finales de cada una de las curvas de Bezier, Figura 2-11(Centro). Como resultado se obtiene lo que se denomina en [48], malla de Bezier, Figura 2-11(Derecha). Para la obtención de la mejor malla de control se utiliza la triangulación de Delaunay, es decir, los nodos de la malla de bezier no tienen por que coincidir con la malla de control. El desplazamiento de esta malla se realiza moviendo los nodos o puntos de control de la curva. Como resultado, se consigue minimizar el efecto del diente de sierra.

2.5 Deformación de curvas paramétricas mediante vectores

En realidad, aunque en [48] mejoran la representación del frente de avance, no deja de ser una aproximación. Para conseguir una solución exacta del frente de avance, deberíamos de considerar el frente de avance como una curva paramétrica, haciendo que esta avance de la misma forma que resina. Si analizamos el método de simulación por elementos finitos, en cada elemento se resuelve la Ley de Darcy. Como resultado, se obtiene por cada elemento, un vector velocidad que indica la dirección y velocidad del trasiego de flujo entre un elemento lleno y su vecino. Así pues, estos vectores deberían de mover o desplazar la curva paramétrica que represente el frente de avance, al igual que lo hacen con la resina.

Desafortunadamente, las técnicas de modificación de curvas paramétricas mediante vectores han sido propuestas recientemente, donde en la actualidad todavía sigue siendo un tópico en investigación. La primera propuesta acerca de cómo deformar una curva paramétrica con vectores fue realizada en [49]. En este trabajo se proponían dos métodos para variar la curvatura de una NURBS, uno variando los puntos de control y otro modificando los pesos. En [50], se proporcionaron operadores de forma para forzar a la curva o superficie a asumir determinados valores en derivada, para unos valores intrínsecos determinados. En [51], [52] se presenta una aproximación para modificar una NURBS alterando los pesos y los puntos de control simultáneamente. En [53], [54], se desarrollo una metodología para la modificación de las NURBS mediante restricciones geométricas. En [55] se discute la posibilidad de utilizar algoritmos de optimización mediante restricciones basados en la norma de los coeficientes discretos, focalizándose en la modificación de una Bezier. En [56] se propone la interpolación con restricciones utilizando cúbicas racionales. En [57] proponen un método de deformación de la curva de Bezier, basado en la optimización con restricciones. En particular, se utilizan los multiplicadores de Lagrange para obtener la deformación de la curva. Este método es ideal para trabajar con funciones de varias variables que nos interese maximizar o minimizar, sujeta a ciertas restricciones. Mediante esta técnica se reduce el problema restringido en n variables en uno sin restricciones de $n + 1$ variables, cuyas ecuaciones pueden ser resueltas. Esta técnica de optimización introduce una nueva variable escalar desconocida, el multiplicador de

Lagrange, para cada restricción y forma una combinación lineal involucrando los multiplicadores como coeficientes. En [57], se propone modificar la curva tipo Bezier con una función mínimo, forzando a que la solución genere un área mínima, mínima distancia entre las dos curvas de Bezier, inicial y deformada. En [57], también se introduce el concepto de punto objetivo, es decir, trasladar un punto concreto de la curva de Bezier definido por el parámetro intrínseco. En la curva de Bezier deformada, este punto tiene el mismo parámetro intrínseco que en la curva inicial. Esto permite definir un vector de deformación o desplazamiento de un número determinado de puntos de la curva inicial. Inspirados en este trabajo, en el presente capítulo se profundiza en la idea propuesta en [57] mediante el uso de los multiplicadores de Lagrange. Previo a la definición de la solución adoptada, vamos a definir el teorema de los multiplicadores de Lagrange;

Teorema de los Multiplicadores de Lagrange

Sean $f : U \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : U \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ funciones C^1 con valores reales. Sean $X_0 \in U$ y $g_i(X_0) = c$, y sean $S = \{X \in \mathbb{R}^n : g_i(X) = c, 1 \leq i \leq m\}$. Supongamos que $\text{rango}(\nabla g_i(X_0)), 1 \leq i \leq m$ es máximo. Si $f|_S$, que denota “ f restringida a S ”, alcanza en X_0 un máximo o un mínimo local en S , entonces existen unos números reales $\lambda_i, 1 \leq i \leq m$ tal que:

$$\nabla f(X_0) = \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot \nabla g_i(X_0) \tag{2.24}$$

Para aplicar el teorema se construye una función $L(X)$, función Lagrangiana, de la siguiente forma:

$$L(X) = f(X) - \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(X) \tag{2.25}$$

donde se buscarán los puntos críticos de esta función para buscar la solución, que se obtiene al resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \nabla L(X) = 0 \\ g_i(X) = 0, 1 \leq i \leq m \end{cases} \tag{2.26}$$

2.6 Deformación de la Bezier mediante vectores

Para que la deformación de curvas paramétricas, en particular curvas de Bezier, sea una representación fidedigna del frente de avance, es necesario que esta se realice mediante vectores, Figura 2-12.

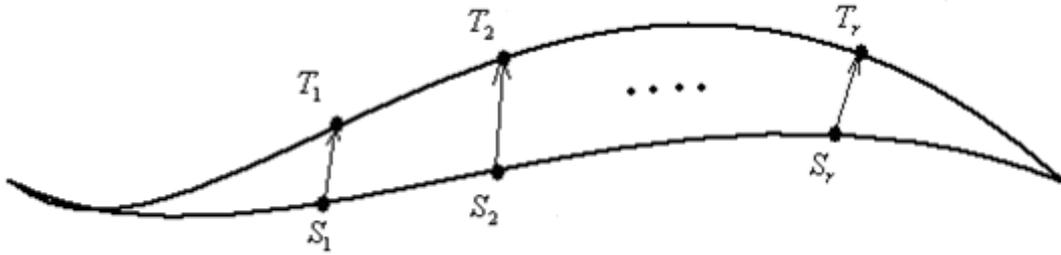


Figura 2-12 Deformación de una curva paramétrica con vectores.

Así pues, dada una curva de Bezier, $\alpha(t) \in \mathbb{R}^2$, de orden n , y dados unos puntos iniciales, “start points” de la curva de Bezier, $\mathbf{S} = [\mathbf{S}_1 = \alpha(t_1) \cdots \mathbf{S}_r = \alpha(t_r)]$, el objetivo es conseguir una curva de Bezier que pase por los puntos destino, “Target points”, $\mathbf{T} = [\mathbf{T}_1 = \mathbf{S}_\varepsilon(\alpha(t_1)) \cdots \mathbf{T}_r = \mathbf{S}_\varepsilon(\alpha(t_r))]$, definiendo un vector $\mathbf{v} = [(\mathbf{T}_1 - \mathbf{S}_1) \cdots (\mathbf{T}_r - \mathbf{S}_r)]$. Para conseguirlo, es necesario calcular el desplazamiento de cada punto de control de la curva original, $\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}} = [\boldsymbol{\varepsilon}_0 \cdots \boldsymbol{\varepsilon}_n]$, que deben de sufrir para poder cumplir estas exigencias, esto es;

$$\alpha(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \cdot B_{n,i}(t) \rightarrow \mathbf{S}_\varepsilon(\alpha(t)) := \sum_{i=0}^n (\mathbf{p}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i) \cdot B_{n,i}(t) \quad (2.27)$$

Para poder obtener el vector de desplazamiento, $\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}$, se va a utilizar, al igual que en [57], la optimización con restricciones de los multiplicadores de Lagrange. La función a minimizar, al igual que en [57], es la distancia entre las dos curvas, original y deformada. Esta distancia se puede formular como el área generada por el vector desplazamiento $\boldsymbol{\varepsilon}$, ya que es la distorsión provocada a la curva original;

$$\|\mathbf{S}_\varepsilon(\alpha(t)) - \alpha(t)\|_2^2 = \left\| \sum_{i=0}^n \boldsymbol{\varepsilon}_i \cdot B_{n,i}(t) \right\|_2^2 = \left(\sum_{i=0}^n \boldsymbol{\varepsilon}_i B_{n,i}(t) \right)^2 \quad (2.28)$$

donde $\|\cdot\|_2$ denota la norma euclídea. La función objetivo a minimizar sería;

$$\min_{\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}} \int_0^1 \left\| \sum_{i=0}^n \boldsymbol{\varepsilon}_i \cdot B_{n,i}(t) \right\|_2^2 dt = \min_{\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}} \int_0^1 \left(\sum_{i=0}^n \boldsymbol{\varepsilon}_i B_{n,i}(t) \right)^2 dt \quad (2.29)$$

La deformación de curvas paramétricas mediante esta definición tiene una limitación en el número de vectores que pueden tenerse en cuenta. Esta limitación va sujeta al orden de la curva. Dada una curva de Bezier de orden n , solo pueden tenerse en cuenta en la deformación, $n-1$ vectores. Se podrían tener en cuenta más, pero el sistema resultante sería sobredeterminado y la solución sería aproximada. Incrementar el orden es una solución posible, pero su aumento por encima de $n=10$, genera problemas de estabilidad, [40]. En este caso, la solución adoptada es la concatenación de múltiples curvas de Bezier de orden bajo. Con esto, la curva queda formada por múltiples curvas unidas, $\boldsymbol{\alpha} = [\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \dots, \boldsymbol{\alpha}_k]$. Así pues, la función de coste se convierte en;

$$\min_{\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(1)} \dots \boldsymbol{\varepsilon}^{(k)}}} \int_0^1 \sum_{l=1}^k \left\| \sum_{i=0}^n \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(l)} \cdot B_{n,i}(t) \right\|_2^2 dt = \min_{\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(1)} \dots \boldsymbol{\varepsilon}^{(k)}}} \sum_{l=1}^k \int_0^1 \left(\sum_{i=0}^{n_l} \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(l)} B_{n_l,i}(t) \right)^2 dt \quad (2.30)$$

Donde $\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(l)}}$ son los vectores desplazamiento de la curva l . En cada curva $\boldsymbol{\alpha}_l / 1 \leq l \leq k$ se van a desplazar una cantidad de puntos, r_l , siempre manteniendo que $r_l \leq n-1$. Esta restricción se define como;

$$\mathbf{T}_1^{(l)} - S_{\varepsilon}(\boldsymbol{\alpha}_l(t_1^{(l)})) = 0, \dots, \mathbf{T}_k^{(l)} - S_{\varepsilon}(\boldsymbol{\alpha}_l(t_k^{(l)})) = 0 \quad (2.31)$$

Para evitar oscilaciones en los extremos de las curvas concatenadas, se impone una restricción de mantenimiento de la tangencia entre la curva original y la deformada;

$$\boldsymbol{\alpha}'_1(0) - S_{\varepsilon}(\boldsymbol{\alpha}'_1(0)) = 0, \boldsymbol{\alpha}'_k(1) - S_{\varepsilon}(\boldsymbol{\alpha}'_k(1)) = 0 \quad (2.32)$$

Esta restricción solo implica que la tangencia entre la curva original y la deformada en los extremos será la misma, pudiendo reescribir la derivada primera en los extremos como;

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}'_1(0) &= n_1 \cdot [\mathbf{p}_1^{(1)} - \mathbf{p}_0^{(1)}] & S_{\varepsilon}(\boldsymbol{\alpha}'_1(0)) &= n_1 \cdot [(\mathbf{p}_1^{(1)} + \boldsymbol{\varepsilon}_1^{(1)}) - (\mathbf{p}_0^{(1)} + \boldsymbol{\varepsilon}_0^{(1)})] \\ \boldsymbol{\alpha}'_k(1) &= n_k \cdot [\mathbf{p}_{n_k}^{(k)} - \mathbf{p}_{n_k-1}^{(k)}] & S_{\varepsilon}(\boldsymbol{\alpha}'_k(1)) &= n_k \cdot [(\mathbf{p}_{n_k}^{(k)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{n_k}^{(k)}) - (\mathbf{p}_{n_k-1}^{(k)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{n_k-1}^{(k)})] \end{aligned} \quad (2.33)$$

donde operando obtenemos;

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}'_1(0) - S_{\varepsilon}(\boldsymbol{\alpha}'_1(0)) = 0 &\Rightarrow n_1 \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_1^{(1)} - \boldsymbol{\varepsilon}_0^{(1)}) = 0 \\ \boldsymbol{\alpha}'_k(1) - S_{\varepsilon}(\boldsymbol{\alpha}'_k(1)) = 0 &\Rightarrow n_k \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{n_k}^{(k)} - \boldsymbol{\varepsilon}_{n_k-1}^{(k)}) = 0 \end{aligned} \quad (2.34)$$

En los puntos de concatenación, también tenemos que garantizar continuidad C^0 y C^1 . La continuidad C^0 se garantiza como;

$$\mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_1(1)) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_2(0)) = 0, \dots, \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_{k-2}(1)) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_{k-1}(0)) = 0 \quad (2.35)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_l(1)) &= \mathbf{p}_{n_l}^{(l)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{n_l}^{(l)} \\ \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_{l+1}(0)) &= \mathbf{p}_0^{(l+1)} + \boldsymbol{\varepsilon}_0^{(l+1)} \end{aligned} \quad (2.36)$$

y para garantizar la continuidad C^1 ;

$$\mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_1(1)) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_2(0)) = 0, \dots, \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_{k-2}(1)) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_{k-1}(0)) = 0 \quad (2.37)$$

donde cada término es;

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_l(1)) &= n_l \cdot [(\mathbf{p}_{n_l}^{(l)} - \mathbf{p}_{n_{l-1}}^{(l)}) + (\boldsymbol{\varepsilon}_{n_l}^{(l)} - \boldsymbol{\varepsilon}_{n_{l-1}}^{(l)})] \\ \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_{l+1}(0)) &= n_{l+1} \cdot [(\mathbf{p}_1^{(l+1)} - \mathbf{p}_0^{(l+1)}) + (\boldsymbol{\varepsilon}_1^{(l+1)} - \boldsymbol{\varepsilon}_0^{(l+1)})] \end{aligned} \quad (2.38)$$

Con todas las restricciones definidas, el lagrangiano se define como;

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\varepsilon}_i) &= \int_0^1 \sum_{l=1}^k \left\| \sum_{i=0}^n \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(l)} B_{n_l,i}(t) \right\|_2^2 dt + \sum_{l=1}^k \sum_{j=1}^{n_l} \langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{T}_j^{(l)} - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_l(t_j^{(l)})) \rangle + \langle \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\alpha}'_1(0) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_1(0)) \rangle + \\ &+ \langle \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\alpha}'_k(1) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_k(1)) \rangle + \sum_{l=1}^{k-1} \langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_l(1)) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_{l+1}(0)) \rangle + \sum_{l=1}^{k-1} \langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_l(1)) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_{l+1}(0)) \rangle \end{aligned} \quad (2.39)$$

donde $\langle \cdot, \cdot \rangle$ denota el producto escalar. Sabiendo que

$$\langle \mathbf{X}, \mathbf{Y} \rangle = \sum_{i=1}^n x_i y_i = \mathbf{Y}^T \mathbf{X}, \quad \|\mathbf{X}\|_2^2 = \langle \mathbf{X}, \mathbf{X} \rangle = \mathbf{X}^T \mathbf{X} \quad (2.40)$$

Podemos reescribir el lagrangiano como;

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\varepsilon}_i) &= \sum_{l=1}^k \int_0^1 \left(\sum_{i=0}^n \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(l)} B_{n_l,i}(t) \right)^T \left(\sum_{i=0}^n \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(l)} B_{n_l,i}(t) \right) dt + \sum_{l=1}^k \sum_{j=1}^{n_l} \langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{T}_j^{(l)} - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_l(t_j^{(l)})) \rangle + \langle \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\alpha}'_1(0) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_1(0)) \rangle \\ &+ \langle \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\alpha}'_k(1) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_k(1)) \rangle + \sum_{l=1}^{k-1} \langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_l(1)) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_{l+1}(0)) \rangle + \sum_{l=1}^{k-1} \langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_l(1)) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_{l+1}(0)) \rangle \end{aligned} \quad (2.41)$$

Si consideramos que:

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=0}^n \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{(l)} B_{n_i,i}(t) \right)^T \left(\sum_{i=0}^n \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{(l)} B_{n_i,i}(t) \right) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n (\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{(l)})^T \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_j^{(l)} B_{n_i,i}(t) B_{n_i,j}(t) = \\ & = \text{vec}(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(l)})^T \mathbf{B}_{n_i}(t) \mathbf{B}_{n_i}(t)^T \text{vec}(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(l)}) \end{aligned} \quad (2.42)$$

donde;

$$\mathbf{B}_{n_i}(t)^T = [B_{n_i,0}(t) \cdots B_{n_i,n_i}(t)], \quad \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(l)} = [\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_0^{(l)} \cdots \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n_i}^{(l)}], \quad \text{vec}(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(l)}) = \text{vec}([\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_0^{(l)} \cdots \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n_i}^{(l)}]) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{0,x}^{(l)} \\ \varepsilon_{0,y}^{(l)} \\ \vdots \\ \varepsilon_{n_i,x}^{(l)} \\ \varepsilon_{n_i,y}^{(l)} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Así pues, la función lagrangiana queda definida como;

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\varepsilon}_i) = & \sum_{l=1}^k \text{vec}(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(l)})^T \left(\int_0^1 \mathbf{B}_{n_i}(t) \mathbf{B}_{n_i}(t)^T dt \right) \text{vec}(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(l)}) + \sum_{l=1}^k \sum_{j=1}^{r_l} \langle \boldsymbol{\lambda}_j, \mathbf{T}_j^{(l)} - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_l(t_j^{(l)})) \rangle + \langle \boldsymbol{\lambda}_1, \boldsymbol{\alpha}'_1(0) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_1(0)) \rangle + \\ & + \langle \boldsymbol{\lambda}_k, \boldsymbol{\alpha}'_k(1) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_k(1)) \rangle + \sum_{l=1}^{k-1} \langle \boldsymbol{\lambda}_l, \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_l(1)) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}_{l+1}(0)) \rangle + \sum_{l=1}^{k-1} \langle \boldsymbol{\lambda}_l, \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_l(1)) - \mathbf{S}_\varepsilon(\boldsymbol{\alpha}'_{l+1}(0)) \rangle \end{aligned} \quad (2.44)$$

donde las variables a resolver del sistema son;

$$L = L(\text{vec}(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(1)}), \dots, \text{vec}(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)}), \boldsymbol{\lambda}) \quad (2.45)$$

siendo $\boldsymbol{\lambda}$ los multiplicadores de lagrange que acompañan a cada restricción. El número de estos viene dado por la expresión;

$$\sum_{l=1}^k r_l + 1 + 1 + (k-1) + (k-1) \quad (2.46)$$

Con todo esto, el sistema que se debe de resolver queda definido como;

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \text{vec}(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(l)})} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

Operando, se obtiene un sistema lineal de la forma, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{b}$, siendo \mathbf{A} una matriz cuadrada, \mathbf{X} el vector de las incógnitas y \mathbf{b} el término independiente. El vector de incógnitas queda definido como;

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \text{vec}(\underline{\underline{\boldsymbol{\xi}}^{(l)}}) \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

El termino independiente como;

$$\mathbf{b}^T = [\mathbf{0}, \mathbf{v}^{(1)} \dots \mathbf{v}^{(k)}, \mathbf{0}, \mathbf{C}] \quad (2.49)$$

donde el vector $\mathbf{v}^{(l)}$ se define como;

$$\mathbf{v}^{(l)} = [(\mathbf{T}_1^{(l)} - \mathbf{S}_1^{(l)}) \dots (\mathbf{T}_{n_l}^{(l)} - \mathbf{S}_{n_l}^{(l)})], \quad (2.50)$$

y el vector \mathbf{C} contiene las restricciones de continuidad de cada unión;

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_{0,(2,1)}, \mathbf{C}_{1,(2,1)}, \dots, \mathbf{C}_{0,(k,k-1)}, \mathbf{C}_{1,(k,k-1)}] \quad (2.51)$$

Donde cada cada componente se define como;

$$\mathbf{C}_{0,(l,(l-1))} = \mathbf{p}_0^{(l)} - \mathbf{p}_{n_l}^{(l-1)}, \quad \mathbf{C}_{1,(l,(l-1))} = n_{l-1} \cdot (\mathbf{p}_{n_{l-1}-1}^{(l-1)} - \mathbf{p}_{n_l}^{(l-1)}) + n_l \cdot (\mathbf{p}_1^{(l)} - \mathbf{p}_0^{(l)}) \quad (2.52)$$

La matriz \mathbf{A} queda pues definida por el siguiente sistema de bloques;

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} & \mathbf{A}_{14} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{31} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{41} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

donde el bloque \mathbf{A}_{11} , compuesto por k -subbloques y cuya dimensión es, $\mathbf{A}_{11} \in (n_1 + n_2 + \dots + n_k + k) \times (n_1 + n_2 + \dots + n_k + k)$, queda definido de la forma;

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11}^{(1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{11}^{(2)} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{A}_{11}^{(k)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_{11}^{(l)} = \int_0^1 \mathbf{B}_{n_l}(t) \mathbf{B}_{n_l}^T(t) dt \quad (2.54)$$

y cada a_{ij} del bloque $\mathbf{A}_{11}^{(l)}$ se resuelve como, [58];

$$\int_0^1 B_{n_l,i}(t) B_{n_l,j}(t) dt = \frac{n_l!}{i!(n_l-i)!} \cdot \frac{n_l!}{j!(n_l-j)!} \cdot \frac{(2n_l-i-j)!}{(i+j+1)(i+j+2)\dots(2n_l+1)} \quad (2.55)$$

El bloque \mathbf{A}_{21} de la matriz \mathbf{A} , compuesto por k -subbloques, y cuya dimensión es; $A_{21} \in (r_1 + r_2 + \dots + r_k) \times (n_1 + n_2 + \dots + n_k + k)$, corresponde al número de restricciones por filas que impone el vector \mathbf{T} . Este queda definido de la forma;

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{21}^{(1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{21}^{(2)} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{A}_{21}^{(k)} \end{pmatrix}, \mathbf{A}_{21}^{(l)} = \begin{bmatrix} B_{n_l,0}(t_1^{(l)}) & \dots & B_{n_l,n_l}(t_1^{(l)}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n_l,0}(t_{r_l}^{(l)}) & \dots & B_{n_l,n_l}(t_{r_l}^{(l)}) \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

El bloque \mathbf{A}_{31} de la matriz \mathbf{A} son las filas asociadas a las restricciones que van a mantener la tangencia con el punto inicial y final de las curvas concatenadas con dimensión $\mathbf{A}_{31} \in 2 \times (n_1 + n_2 + \dots + n_k + k)$. Este bloque queda definido como;

$$\mathbf{A}_{31} = \begin{pmatrix} -n_1 & n_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & -n_k & n_k \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

El bloque \mathbf{A}_{41} de la matriz \mathbf{A} es el encargado de mantener la continuidad y derivabilidad en los puntos de unión de las curvas y cuya dimensión es $A_{41} \in (2k - 2) \times (n_1 + n_2 + \dots + n_k + k)$;

$$\mathbf{A}_{41} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{41}^{(1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{41}^{(2)} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{A}_{41}^{(k-1)} \end{pmatrix}, \mathbf{A}_{41}^{(l)} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & n_{l-1} & n_{l-1} & -n_l & -n_l & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.58)$$

El bloque \mathbf{A}_{12} de la matriz \mathbf{A} contiene los coeficientes de la derivada de la función Lagrangiana asociados a los multiplicadores de Lagrange que acompañan a las restricciones impuestas por el vector \mathbf{T} . La dimensión de cada bloque es $A_{12} \in (n_1 + n_2 + \dots + n_k + k) \times (r_1 + r_2 + \dots + r_k)$; y queda definido como;

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{12}^{(1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{12}^{(2)} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{A}_{12}^{(k)} \end{pmatrix}, \mathbf{A}_{12}^{(l)} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{2} B_{n_l,0}(t_1^{(l)}) & \dots & \frac{-1}{2} B_{n_l,0}(t_{r_l}^{(l)}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{-1}{2} B_{n_l,n_l}(t_1^{(l)}) & \dots & \frac{-1}{2} B_{n_l,n_l}(t_{r_l}^{(l)}) \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

El bloque \mathbf{A}_{13} de la matriz \mathbf{A} contiene los coeficientes de la derivada de la función Lagrangiana asociados a los multiplicadores de Lagrange que acompañan las restricciones que

mantienen la tangencia en el punto inicial y final. La dimensión de esta matriz es $\mathbf{A}_{13} \in (n_1 + n_2 + \dots + n_k + k) \times 2$ y se define como;

$$\mathbf{A}_{13}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & -n_k/2 & n_k/2 \\ -n_1/2 & n_1/2 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

El bloque \mathbf{A}_{14} de la matriz \mathbf{A} contiene los coeficientes de la derivada de la función Lagrangiana asociados a los multiplicadores de Lagrange que acompañan las restricciones que mantienen la continuidad y derivabilidad en los puntos donde unimos las curvas. La dimensión de esta matriz es $\mathbf{A}_{14} \in (n_1 + n_2 + \dots + n_k + k) \times (2k - 2)$ y queda definida como;

$$\mathbf{A}_{14} = \begin{pmatrix} A_{14}^{(1)} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & A_{14}^{(k-1)} \end{pmatrix}, \quad (A_{14}^{(l)})^T = \begin{bmatrix} 0 & \dots & -\frac{n_l}{2} & \frac{n_l}{2} & \frac{n_{l+1}}{2} & -\frac{n_{l+1}}{2} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

donde la posición de cada coeficiente en cada subbloque $A_{14}^{(l)}$, condiciona la ecuación lineal del cálculo de desplazamiento del punto de control que nos garantiza la continuidad y derivabilidad.

En la siguiente figura se muestra un ejemplo del resultado que se obtendría. En este ejemplo se han concatenado 6 curvas de Bezier de orden $n=3$ y 1 Bezier de orden $n=4$.

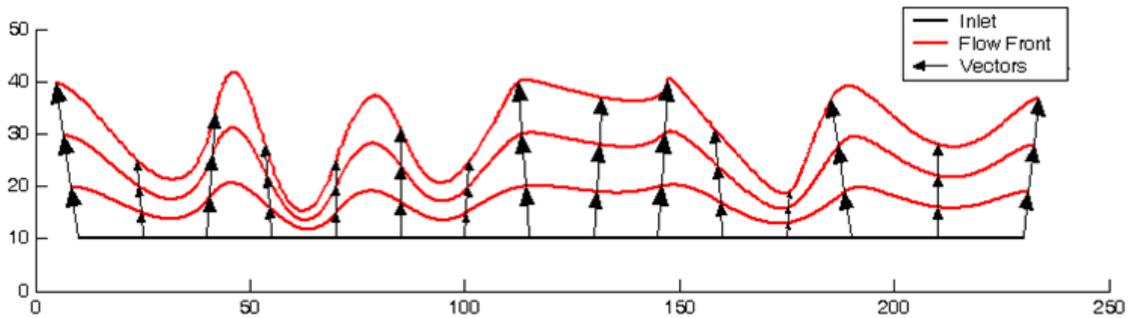


Figura 2-13 Ejemplo del resultado de la deformación paramétrica mediante vectores.

Aunque el sistema matemático parece muy aparatoso, en realidad es extremadamente eficiente ya que, una vez definidas las condiciones iniciales, número de Bezier y el vector \mathbf{S} , solo se necesita computar on-line, durante la simulación;

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \quad (2.62)$$

Donde A^{-1} también se puede introducir precomputada. Para terminar de definir completamente esta herramienta necesitamos obtener los vectores velocidad de cada elemento finito para poder computar la deformación. De la simulación se obtiene un vector velocidad situado en el centroide de cada elemento finito. Para poder captar el vector velocidad correspondiente en cada caso, vamos a utilizar la metodología propuesta en [59]. En este trabajo se propone una técnica para hacer evolucionar partículas sobre una simulación. El objetivo de este trabajo es determinar la edad del flujo, a través del tiempo que lleva cada partícula dentro del molde. Así pues, en cada instante de tiempo se introducen partículas de edad cero que se desplazan por la geometría discretizada. Para que estas partículas se muevan, en [59] toman el vector velocidad del elemento finito donde esta situada la partícula. La nueva posición de la partícula se computa como;

$$\mathbf{x} = \mathbf{x} + \bar{\mathbf{v}}\Delta t \quad (2.63)$$

donde \mathbf{x} es la posición actual de la partícula, $\bar{\mathbf{v}}$ es la velocidad obtenida del elemento finito donde esta situada la partícula y Δt es el incremento temporal utilizado en la simulación. En nuestro caso, vamos a utilizar la misma técnica para definir el vector \mathbf{T} a partir de la posición de los puntos definidos en el vector \mathbf{S} . Cada punto de tomara el vector velocidad del elemento finito que lo contenga. Con esto, el vector \mathbf{T} se computa como;

$$\mathbf{T} = [S_1 + \bar{v}_1\Delta t, S_2 + \bar{v}_2\Delta t, \dots, S_r + \bar{v}_r\Delta t] \quad (2.64)$$

En la Figura 2-14 se muestra un esquema de la metodología propuesta.

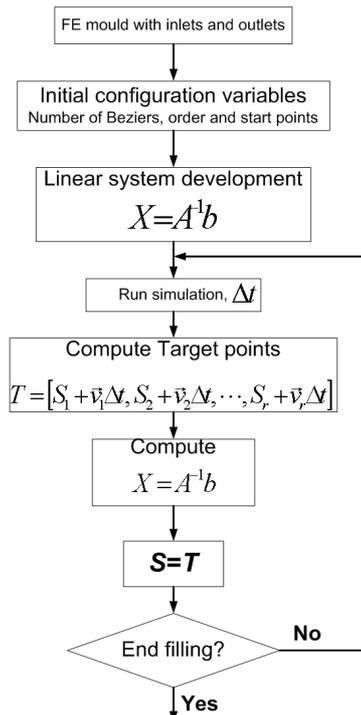


Figura 2-14 Esquema del algoritmo propuesto

En la Figura 2-15 se muestra un ejemplo de aplicación. En este ejemplo se ha utilizado un rectángulo donde el inyector esta colocado a la izquierda mientras que el vacío se coloca a la derecha. En la parte central, se ha colocado una zona de diferente permeabilidad para provocar cambios en el frente de avance. En Figura 2-15 (bajo) se muestra el resultado de la simulación de este ejemplo.

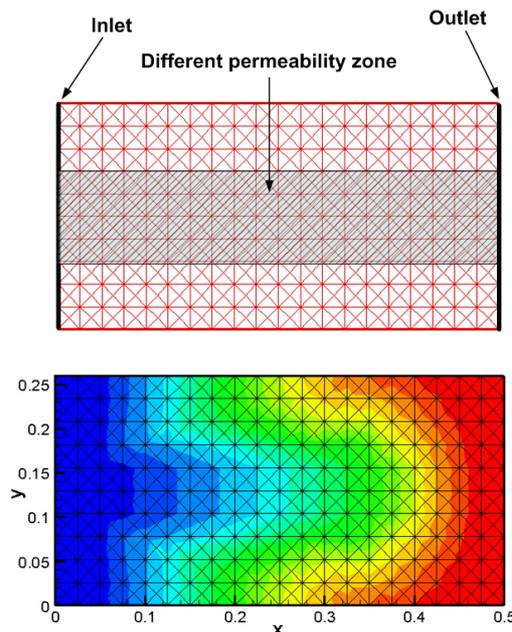


Figura 2-15 Ejemplo propuesto. Rectángulo con zona de diferente permeabilidad (arriba). Resultado de la simulación (abajo).

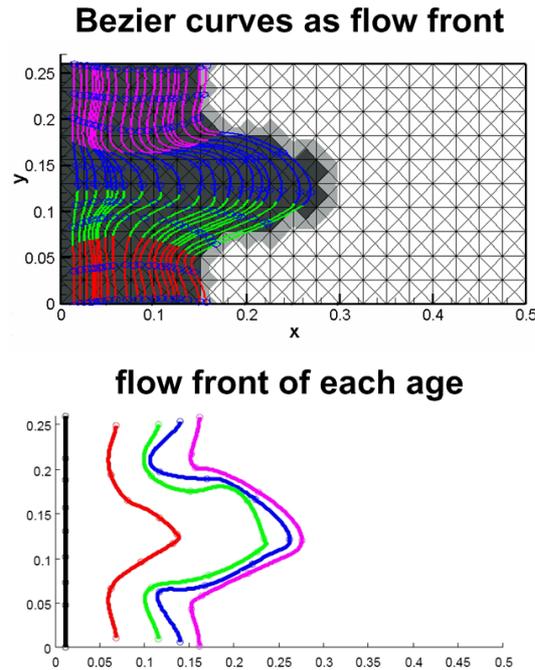


Figura 2-16 Evolución del frente de avance paramétrico (arriba). Evolución del frente de avance para cada edad (abajo).

En la Figura 2-16 (arriba) se muestra la evolución del frente de avance simulado, color gris, superpuesto con las curvas de Bezier que representan el frente de avance. En este ejemplo se han seleccionado 4 curvas de Bezier de orden $n=3$. Mediante esta técnica también se puede obtener cual sería el frente de avance en función de la edad. Para ello, en cada instante de tiempo se introduce, al igual que en [59], una nuevo grupo de curvas de Bezier que evolucionan. La edad de cada una de ellas evoluciona como $E=E+\Delta t$. En la Figura 2-16 (bajo) se muestran los frentes de avance para las diferentes edades.

2.7 Formulación del frente de avance mediante técnicas de aproximación

El método propuesto en los apartados anteriores se ha basado en la deformación de una curva paramétrica tipo Bezier mediante los vectores velocidad obtenidos de la simulación por elementos finitos. En realidad, también se puede conseguir una aproximación aceptable mediante técnicas de aproximación. Estas técnicas se basan en obtener una aproximación a curva paramétrica de un conjunto de puntos discretos mediante técnicas convencionales tipo mínimos cuadrados, [40]. Esta técnica se puede usar cuando necesitamos definir el frente de avance como una curva paramétrica y no dispongamos de los vectores, sino de la nube de puntos que lo forman. Este hecho ocurre cuando estamos monitorizando llenados reales, como por ejemplo con una cámara, ver capítulo siguiente. En ese caso, no se dispone de vectores

velocidad, se dispone de una nube de puntos que se sabe que forman parte del frente de avance. Así pues, dada una nube de puntos, \mathbf{m} , como la de la Figura 2-17, lo primero que tenemos que hacer es obtener la mejor distribución del parámetro intrínseco que sea posible.

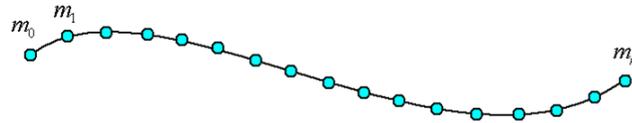


Figura 2-17 Nube de puntos que forman el frente de avance.

Para ello la técnica mas usada es utilizar la relación entre la distancia total al unir los puntos con el vecino mas cercano y la distancia al origen. Así pues, el parámetro intrínseco se puede definir de forma aproximada como;

$$t_i = \frac{\sum_{k=1}^i (\mathbf{m}_k - \mathbf{m}_{k-1})}{\sum_{k=1}^m (\mathbf{m}_k - \mathbf{m}_{k-1})} \quad \text{donde para } \begin{cases} i = \mathbf{m} \Rightarrow t = 1 \\ i = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases} \quad (2.65)$$

El segundo paso es escribir una ecuación lineal para cada punto \mathbf{m}_i , y para cada parámetro intrínseco asociado a ese punto, t_i , de la forma;

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{C}_0 \cdot B_{n,0}(t_i) + \mathbf{C}_1 \cdot B_{n,1}(t_i) + \dots + \mathbf{C}_n \cdot B_{n,n}(t_i) \quad (2.66)$$

Agrupando todas las ecuaciones resultantes se obtiene un sistema de ecuaciones lineales normalmente sobredimensionado de la forma;

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_0 \\ \mathbf{m}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{m}_m \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} B_{n,0}(t_0) & B_{n,1}(t_0) & \cdots & B_{n,n}(t_0) \\ B_{n,0}(t_1) & B_{n,1}(t_1) & \cdots & B_{n,n}(t_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n,0}(t_m) & B_{n,1}(t_m) & \cdots & B_{n,n}(t_m) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{C}_0 \\ \mathbf{C}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_n \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

que se puede agrupar como $\mathbf{m} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{C}$. A partir de esta expresión, la ubicación de los puntos de control se obtiene como, [40];

$$\hat{\mathbf{C}} = (\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{m} \quad (2.68)$$

En la Figura 2-18 se muestran ejemplos de varios casos posibles de formas de frentes de avance. En este ejemplo se ha utilizado una curva de Bezier de orden $n=9$.

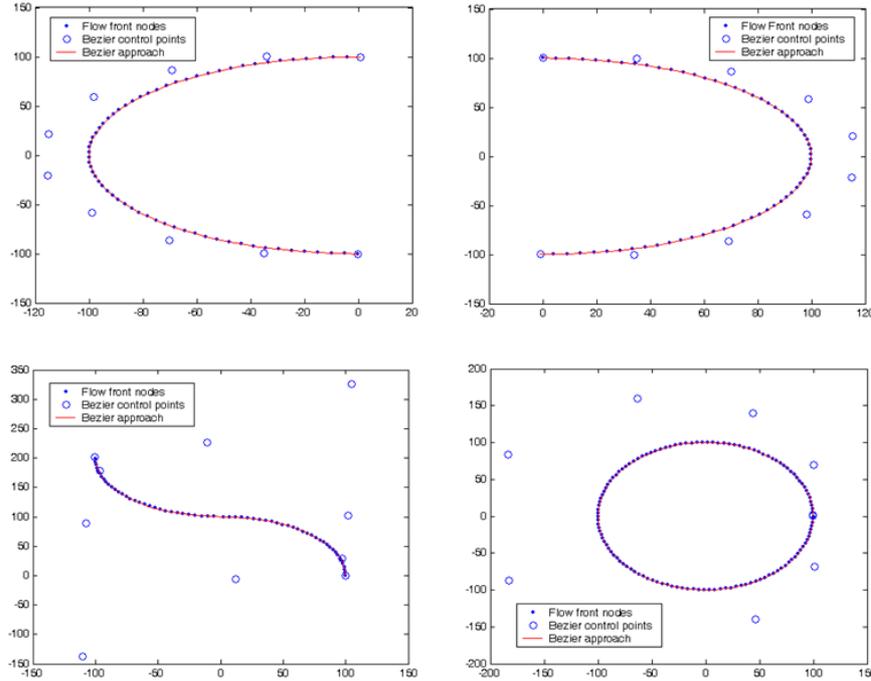


Figura 2-18 Ejemplos de técnicas de aproximación para la representación del frente de avance.

2.8 Puntos representativos del frente de avance

Una de las principales cualidades del uso de curvas paramétricas en la representación del frente de avance es que podemos disponer de una representación continua de este mediante unos pocos puntos de control. Esto produce una reducción drástica de la información necesaria para definirlo. Sin embargo, los puntos de control que lo representan no pertenecen al frente. Esto es debido a que las curvas paramétricas, y en particular las curvas de Bezier, no pasan por ninguno de los puntos de control, excepto por el primero y por el último. En la literatura, no se ha encontrado ninguna curva paramétrica de estas características, ni tampoco como redefinirlas para que los puntos de control pasen por ella. La forma de conseguir que los puntos de control pasen por la propia curva es bastante simple, ya que solo tenemos que proyectarlos sobre ella mediante el uso de la matriz de proyección. Para poder realizar esta operación, debemos de seleccionar el parámetro intrínseco de la curva sobre el cual se van a proyectar los puntos de control.

$${}^* \mathbf{C} = {}^* \mathbf{B} \cdot \mathbf{C}, \text{ donde } {}^* \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B_{n,0}(t_0) & B_{n,1}(t_0) & \cdots & B_{n,n}(t_0) \\ B_{n,0}(t_1) & B_{n,1}(t_1) & \cdots & B_{n,n}(t_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n,0}(t_n) & B_{n,1}(t_n) & \cdots & B_{n,n}(t_n) \end{pmatrix} \quad (2.69)$$

Donde \mathbf{C}^* son los puntos de control proyectados. Los puntos de control originales son siempre recuperables desde los puntos de control proyectados mediante;

$$\mathbf{C} = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{C}^* \quad (2.70)$$

Garantizando que siempre podemos disponer de la representación original de la curva. En la siguiente figura se muestran unos ejemplos de la proyección de los puntos de control que pasan por la curva. En estos ejemplos, el parámetro intrínseco se ha distribuido de forma homogénea.

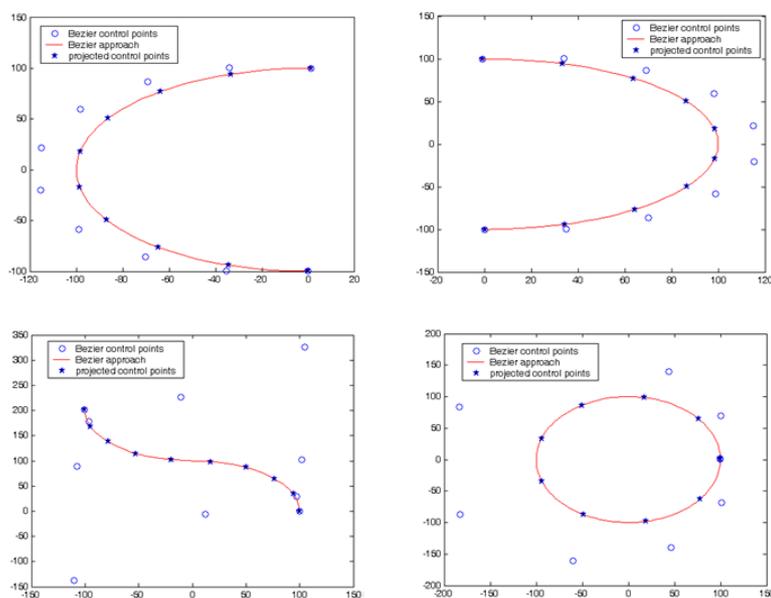


Figura 2-19 Puntos de control que pasan por la propia curva de Bezier.

2.9 Conclusiones y trabajos futuros

En el presente capítulo se han presentado varias herramientas matemáticas para representar de forma analítica el frente de avance. En particular, esta representación esta basada en un tipo concreto de curva paramétrica, la curva de Bezier. La elección de esta curva esta basada en varios conceptos. El primero es el sentido físico que tienen los coeficientes de esta representación, ya que son puntos reales en el espacio de edición de la curva. En segundo lugar, esta curva tiene un bajo tiempo de cómputo en comparación con otros tipos de curvas paramétricas que tienen en sus puntos de control, el mismo sentido físico que los de la Bezier. Así pues, la primera herramienta presentada pretende desplazar una, o varias curvas concatenada como si del frente de avance se tratara. Para ello se utilizan los vectores velocidad obtenidos de la simulación por elementos finitos con malla fija. Para la deformación con vectores se mejora una de las últimas técnicas propuestas para ello,[57], incluyendo la

posibilidad de concatenar un número ilimitado de curvas garantizando continuidad C^1 . El algoritmo propuesto está basado en los multiplicadores de Lagrange sujeto a restricciones. Como resultado, se obtiene la capacidad de desplazar las curvas de Bezier, y convertirse en el frente de avance de la simulación. Esta herramienta tiene un bajo coste computacional ya que, una vez definida, solo hay que resolver un sistema de ecuaciones lineales para cada instante de tiempo, cuyo coste es reducido.

Cuando no se dispone de la capacidad de simular, sino que se dispone de una nube de puntos, como es el caso de la monitorización de llenados reales, se pueden utilizar técnicas de aproximación que nos permitan obtener también la representación analítica del frente con curvas de Bezier. La técnica propuesta en este capítulo para este propósito está basada en utilizar mínimos cuadrados.

Mediante cualquiera de las dos técnicas propuestas, se obtiene una representación analítica del frente de avance donde, solo son necesarios un número reducido de puntos de control para representarlo. El principal inconveniente de esta representación viene dado porque, los puntos de control no pertenecen a la curva, sino que están fuera de ella. Para poder solventar este inconveniente, los puntos de control son proyectados sobre la misma curva mediante la matriz de proyección. Esta matriz, al ser invertible, permite recuperar los puntos de control originales y no perder la representación original de la curva de Bezier.

Las ventajas que nos puede aportar disponer de la representación analítica del frente de avance son nuestra línea de investigación futura. En el presente capítulo se ha presentado como obtener el frente de avance para cada tiempo de incubación o edad de las partículas que se introducen en el molde en un determinado instante de tiempo.

Capítulo 3

Sensorización de moldes LCM de pared flexible mediante técnicas de visión artificial.

3.1 Introducción

En el presente capítulo se propone el uso de la visión artificial como sensor de los procesos LCM cuyo contramolde es transparente o traslucido, RI, VARTM y RTM-Light. Esta propuesta se debe a que a través del contramolde podemos sensorizar el movimiento de flujo. Esta técnica de sensorización aporta grandes ventajas a la hora de sensorizar el molde, ya que se puede configurar de tal forma que ofrezca información del llenado, de la misma forma que la ofrece una simulación, es decir, información nodal de los elementos finitos. Para conseguir sensorizar un molde de esta forma, los píxeles de la cámara se asocian formando elementos finitos. Para convertir los píxeles en nodos, simplemente necesitamos saber su posición en el espacio. Para una geometría 2D esta operación se realiza mediante proyección. Sin embargo, cuando la geometría a sensorizar es compleja, se hace necesario el uso de múltiples cámaras y de dispositivos adicionales para determinar la ubicación espacial de los píxeles. En el presente capítulo se propone el uso de un láser telemétrico y un proyector. La elección de estos dispositivos es debida a que, adicional al posicionamiento de los píxeles, podemos medir el grosor antes y después de aplicar el vacío, así como proyectar resultados de simulaciones, algoritmos de optimización, etc. En este capítulo también se introduce el uso de las cámaras térmicas para monitorizar el curado y poder sacar conclusiones sobre su homogeneidad. Estas

cámaras nos permiten sensorizar el molde igual que las cámaras convencionales, pero ofreciéndonos información de la temperatura en cada nodo. Las aportaciones de este capítulo se han publicado en [87], [88], [89], [97].

3.2 Introducción a la visión artificial

La visión artificial, y las cámaras en particular son dispositivos que muestrean la cantidad de luz que hay en una escena. Estos dispositivos son ampliamente utilizados en la industria para la inspección de calidad, así como en multitud de aplicaciones, cámaras de vigilancia, Web cams, robótica, etc., [69]. Las cámaras contienen un chip compuesto por una matriz de sensores lumínicos. Dependiendo de la tecnología usada para desarrollarlos, estos se pueden dividir en dos grupos, los CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor) y CCD (Charge Coupled Device). El primero utiliza la tecnología de semiconductores como sensores de iluminación. El segundo utiliza condensadores que se cargan en función de la iluminación recibida. La principal diferencia entre ambas tecnologías es que las cámaras CMOS tienen un coste de fabricación mucho menor que las cámaras CCD, debido a que la tecnología necesaria para su fabricación es la misma que la tecnología utilizada para fabricar los procesadores de los PCs. Esto implica que se utilizan las mismas máquinas para fabricar ambos componentes, haciendo que su coste de fabricación sea mucho mas bajo. Desafortunadamente, las cámaras CMOS producen un ruido aleatorio en los sensores, generando píxeles saturados, puntos blancos, de forma aleatoria en la imagen, [69]. Por esta razón, las cámaras CMOS no se suelen utilizar en aplicaciones industriales, y tampoco deberían de utilizarse en procesos LCM como en [36].

En una cámara, la luz entra a través de una lente u óptica donde el CCD actúa como muestreador lumínico, ver Figura 3-1 (izquierda). Este sensor, matriz de sensores lumínicos, Figura 3-2 (izquierda), muestrea la cantidad de luz que impacta sobre el CCD. La cámara devuelve un valor numérico, usualmente $[0...255]$, a través de un convertor A/D (Analógico/Digital). Estas medidas, píxeles, se suelen enviar a un PC para que sean procesadas.

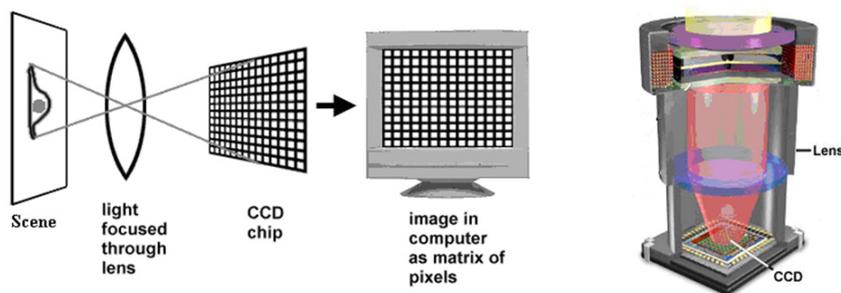


Figura 3-1 Sistemas de visión artificial.

El sensor CCD tiene una forma rectangular cuyo tamaño está normalizado, 1/3", 1/2", 2/3". También esta estandarizado el número de píxeles contenidos en este sensor, 640x480, 1400x1000, 1600x1200, etc.

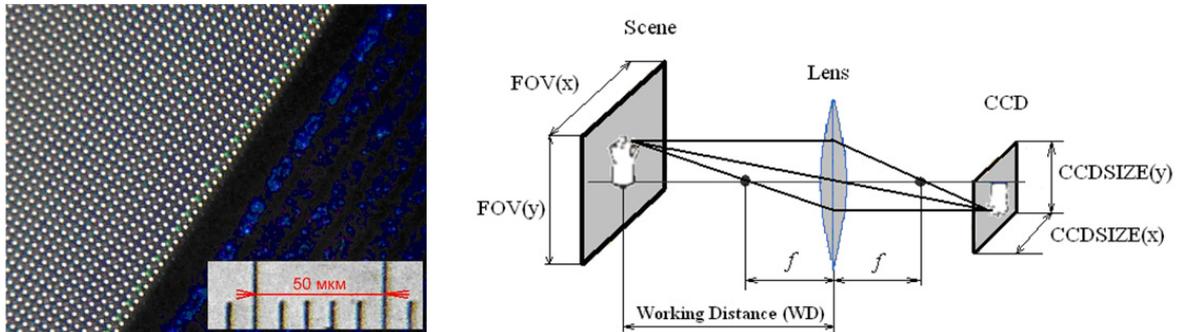


Figura 3-2 Imagen del CCD (izquierda.). Relación CCD, escena (Derecha).

Mediante los parámetros de la cámara podemos conocer las dimensiones reales del objeto muestreado, si el CCD esta paralelo a la escena, Figura 3-2 (derecha), ya que simplemente se necesita calcular el factor de escala. Este se puede calcular mediante el uso de la distancia focal, distancia entre el punto focal y la lente (f), la distancia de trabajo (WD), distancia entre la lente y la escena, o usando las dimensiones del campo de trabajo ($FOV(x),(y)$) y las dimensiones del CCD ($CCDSIZE(x),(y)$), [69]. En el caso de que la cámara requiera muestrear escenas 3D, se hace necesario el uso de dispositivos adicionales que nos permitan calibrar la posición real de los píxeles sobre la escena. Para este propósito existen numerosas técnicas, luz estructurada, Figura 3-4, utilizando un láser, Figura 3-3 (izquierda), o utilizando patrones conocidos colocados en la escena, Figura 3-3 (derecha).

Los patrones de calibración son objetos colocados en la escena cuyas dimensiones son conocidas a priori. En el ejemplo de la Figura 3-3 (derecha), la dimensión de la retícula es conocida, permitiendo conocer cual su posición en el espacio en cada momento.

El uso del láser tiene dos variantes, la primera es que el láser solo sea utilizado como emisor de un patrón de luz. En este caso, conocida la posición relativa entre el láser y la cámara, la línea o punto emitido por el láser actúa como un plano cortante de la pieza. La intersección entre el plano formado por el láser y plano formado por el píxel donde se detecta el láser y la óptica nos permite calcular su ubicación en el espacio. En el caso de utilizar un láser telemétrico, este en si mismo ya nos determina directamente la posición del píxel. La principal ventaja que nos ofrece el uso del láser telemétrico es disponer de una mayor precisión en la posición de los píxeles sobre la escena Esta precisión que puede llegar a ser micrométrica.

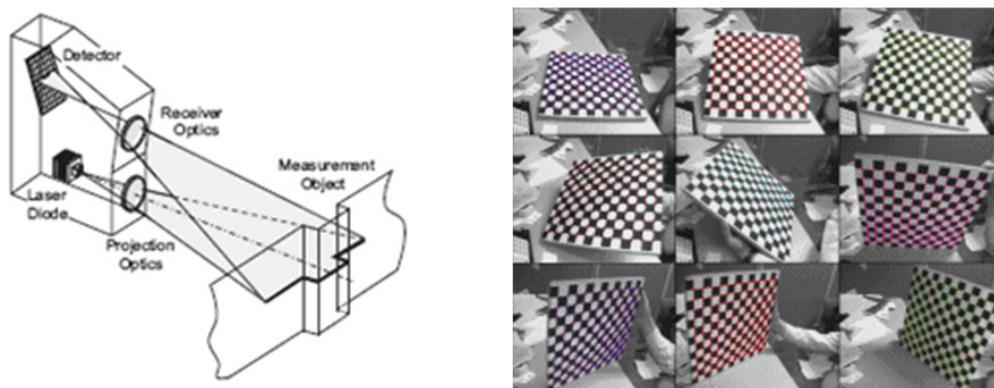


Figura 3-3 Triangulación mediante láser (izquierda). Patrones de calibración (derecha).

La proyección de patrones lumínicos sobre la escena es también una técnica muy utilizada para estos casos. Así pues, a través de un proyector se ubican patrones conocidos sobre la escena. Un proyector no es más que una cámara pero en configuración inversa, es decir, en vez de captar la iluminación de la escena, la emite. La forma y tamaño de los patrones emitidos, cuya geometría y dimensión esta controlada por el proyector, determina cuales son las coordenadas de los píxeles sobre el espacio.

También existe la posibilidad de utilizar como dispositivo adicional, cámaras adicionales. En este caso, la triangulación de la posición de los píxeles en el espacio viene determinada por el conocimiento de la posición relativa entre las cámaras, y varios puntos comunes situados en la escena, que puedan ser detectados por todas las cámaras. El problema viene cuando queremos saber que píxeles son comunes sin necesidad de interactuar sobre la escena. A este problema se le conoce como “*estereovisión*”, [69]. En la actualidad, no existen algoritmos fiables a la hora de asociar los píxeles sin necesidad de interactuar, siendo un tópico en investigación en visión artificial.

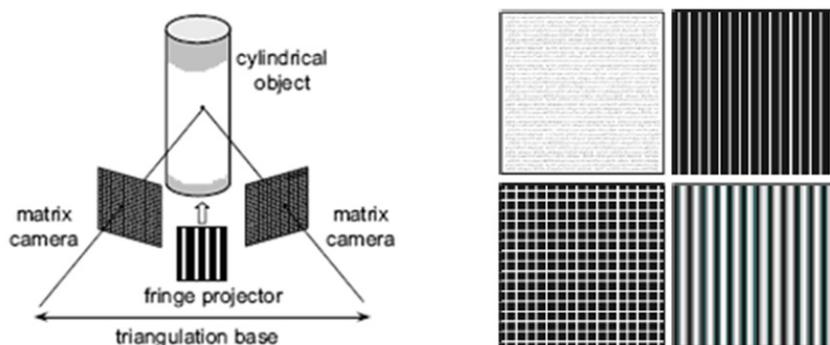


Figura 3-4 Reconstrucción 3D con patrones (izquierda). Patrones (derecha).

El uso de sistemas de visión artificial en procesos LCM esta restringido a procesos de contramolde semirígidos o flexible. Esto es debido a que estos pueden ser traslucidos o

transparentes, permitiendo observar el movimiento del flujo a través de ellos. Así pues, este tipo de sensores ha sido introducido recientemente en este tipo de procesos,[22],[36],[70]. En estos trabajos, la cámara se usa como una matriz de sensores de presencia de flujo. En [22],[36], la visión artificial se usa como sensor de los sistemas de control on-line. En [70], dos cámaras previamente calibradas se usan para medir las variaciones de espesor producidas en los procesos VI debidos a los cambios de presión local. En [22] se establece una correspondencia aproximada entre los píxeles y los nodos de la malla utilizada en la simulación on-line, “Proxy simulator”, del sistema de control. En [36] la cámara se utiliza como sensor de presencia de flujo, considerando los píxeles en la escena como sensores puntuales, al igual que en [70].

En los trabajos propuestos hasta la fecha mediante el uso de sistemas de visión artificial, no se explotan todas las ventajas que estos sistemas, y los dispositivos adicionales, pueden aportar al diseño, control y sensorización de este tipo de procesos.

3.3 Técnica numérica para la discretización del espacio con visión artificial

Hasta la fecha, los píxeles de la cámara han sido definidos como sensores puntuales de presencia de flujo, [22],[36],[70]. Sin embargo, si consideramos el sensor CCD de la cámara como una matriz de nodos, estos se pueden relacionar entre si de la misma forma que se relacionan los nodos de la malla utilizada en la simulación por elementos finitos. Mediante la relación entre píxeles, sería posible definir cualquier tipo de geometría de elemento finito, triángulo cuadrado, hexágono, etc. Lo habitual, es utilizar elementos finitos triangulares en la simulación. Así pues, sin pérdida de generalidad, en este capítulo nos focalizaremos en este tipo de elementos finitos, ver Figura 3-5.

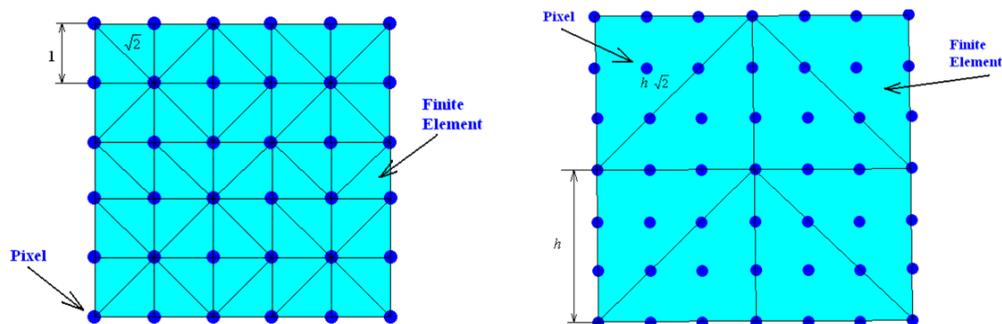


Figura 3-5 Elementos finitos sin agrupar píxeles (izquierda). Agrupándolos (derecha).

En la definición de una malla sobre el CCD de la cámara es posible seleccionar el nivel de precisión de los elementos. El nivel de precisión más alto implica considerar que todos los píxeles sean nodos, Figura 3-5 (izquierda). A partir de ahí, se puede considerar que varios píxeles estén dentro de cada elemento finito definido por un grupo reducido de píxeles, Figura 3-5 (derecha). La definición de píxeles a elementos finitos es simple. Dado un CCD con P, Q píxeles, Figura 3-6 (izquierda), y conociendo la forma típica de definir los elementos finitos en una malla, Figura 3-6 (derecha), solo es necesario relacionar los píxeles de esa forma.

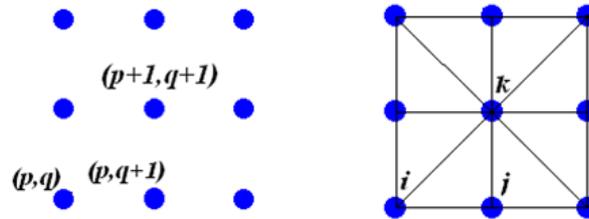


Figura 3-6 Conversión de píxeles a elementos finitos.

La mejor malla que se puede construir para la simulación por elementos finitos es una malla uniforme y simétrica. Para obtener este tipo de malla en el CCD, los píxeles se deben de asociar de forma distinta entre una columna y la adyacente, ver Figura 3-7,

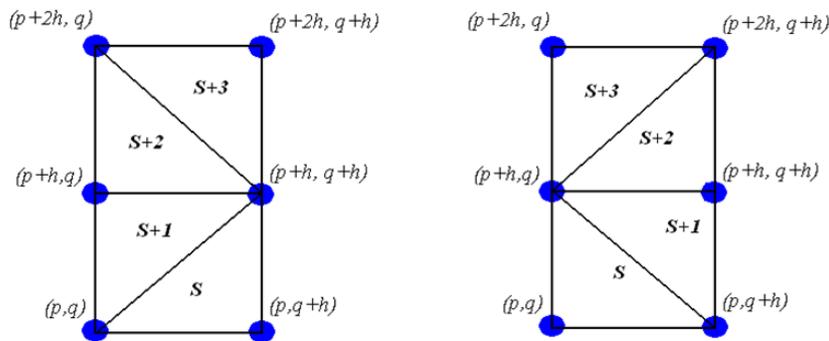


Figura 3-7 Generación de elementos finitos. Columna k (izq.), columna $k+1$ (der.).

donde h es el incremento entre los píxeles usados como nodos. Si $h=1$, todos los píxeles serán nodos de la malla resultante, ver Figura 3-5. La siguiente tabla formula cada elemento finito en función de este parámetro y su posición en el CCD con respecto a sus vecinos;

	Columna k	Columna $k+1$
FE_s	$(p, q), (p, q + h), (p + h, q + h)$	$(p, q), (p, q + h), (p + h, q)$
FE_{s+1}	$(p + h, q), (p, q), (p + h, q + h)$	$(p + h, q), (p, q + h), (p + h, q + h)$
FE_{s+2}	$(p + 2 \cdot h, q), (p + h, q), (p + h, q + h)$	$(p + h, q), (p + h, q + h), (p + 2h, q + h)$
FE_{s+3}	$(p + 2 \cdot h, q), (p + h, q + h), (p + 2 \cdot h, q + h)$	$(p + h, q), (p + 2h, q + h), (p + 2h, q)$

Tabla 3.1 Definición de los elementos finitos mediante asociación de píxeles.

Los píxeles que están dentro de cada elemento finito se asocian con el elemento finito que los contiene mediante una tabla. El algoritmo necesario para generar una malla simétrica en el CCD de la cámara se resume en la siguiente figura.

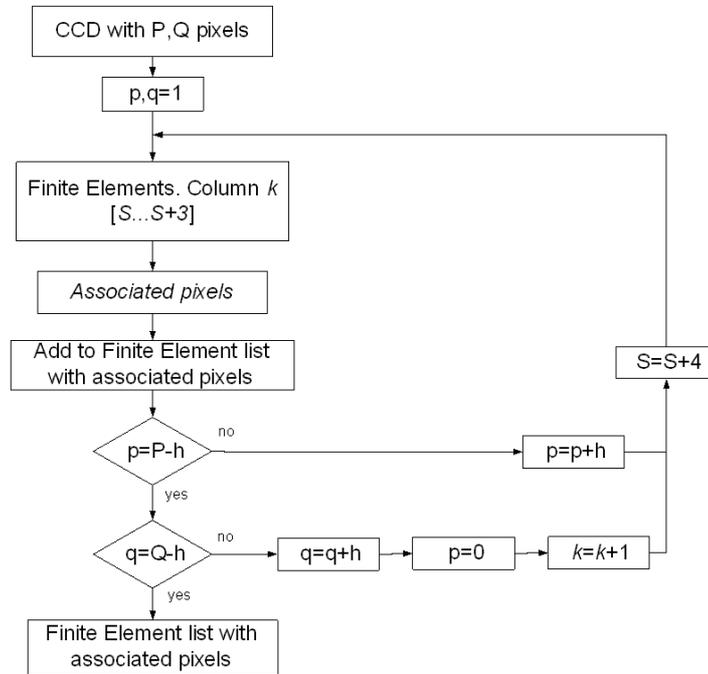


Figura 3-8 Algoritmo de mallado con una cámara.

Este algoritmo establece una malla adimensional en el sensor, CCD de la cámara. La dimensión de los elementos finitos es $\sqrt{2} \cdot h$ en la diagonal de cada elemento finito y h en la dirección vertical y horizontal, ver Figura 3-5. El valor de h depende de la distancia entre los sensores en el CCD, obtenido de la hoja de características, y del número de píxeles usados en el elemento finito. Si colocamos una geometría 2D, en paralelo con el CCD, la malla adimensional se puede proyectar sobre la escena, obteniendo el mallado de la escena. En el ejemplo mostrado en la Figura 3-9 se ha utilizado una cámara con 640x480 píxeles, seleccionado $h=10$.

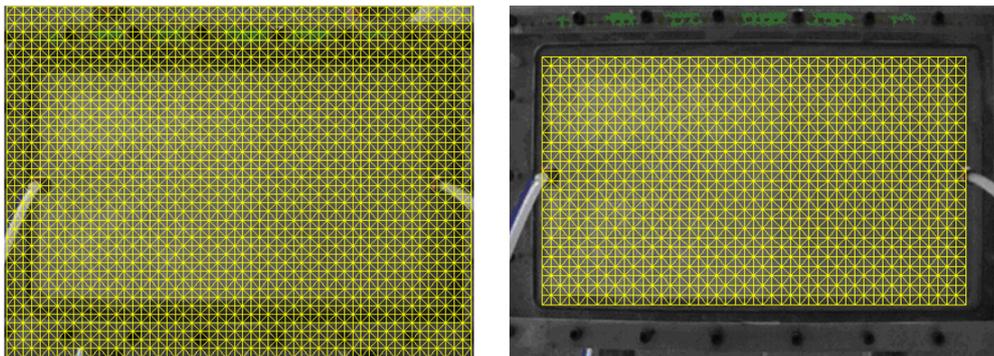


Figura 3-9 Discretización de la escena (izquierda). Discretización del molde (derecha)

Esta discretización del molde nos permite sensorizarlo como si de una simulación se tratara, donde los píxeles contenidos en cada elemento finito se usan para medir de forma precisa la fracción volumétrica ocupada en cada instante de tiempo por el fluido.

Si en vez de utilizar la cámara como mallador de la geometría, preferimos utilizar una discretización previamente realizada, simplemente tenemos que asociar los píxeles que corresponden a cada elemento finito. El siguiente subapartado explica este proceso.

3.4 Discretización del espacio con elementos finitos y su asociación con los píxeles de la cámara.

En el apartado anterior, se discretiza una geometría situada en el espacio, utilizando directamente los píxeles como nodos donde, la relación entre estos nos permite definir elementos finitos. También es posible establecer el proceso inverso, es decir, dado un mallado concreto del molde, relacionar los píxeles con los elementos finitos predefinidos. Para ello, tenemos que conocer cual es la posición del molde en la escena. En visión artificial, la técnica para localizar cualquier objeto en una imagen se conoce como “*matching*”. Existen múltiples técnicas para localizar un objeto en una imagen, mediante su geometría, el contorno del objeto, su área, etc., [69], ver Figura 3-10.



Figura 3-10 Matching de objetos en una imagen

Una vez se ha localizado la geometría en la escena, los píxeles que están dentro de cada elemento finito se pueden asociar con cada uno de ellos. El algoritmo para computar esta asociación se muestra en la Figura 3-11.

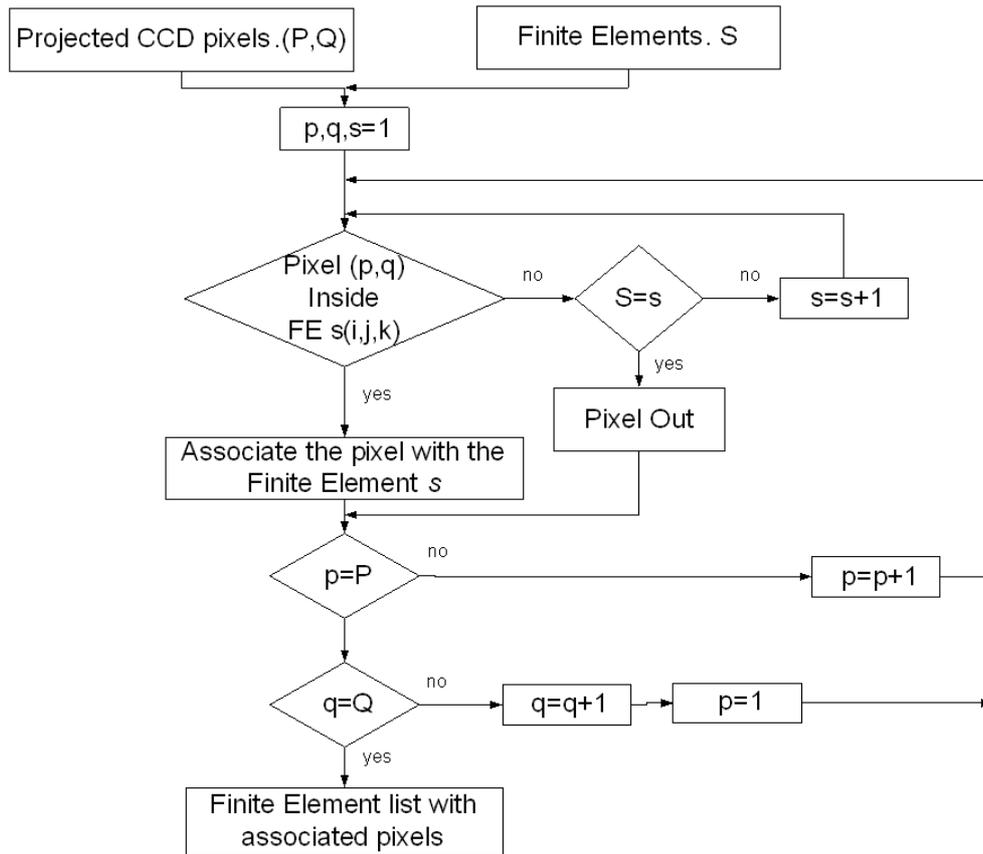


Figura 3-11 Algoritmo de asociación de los píxeles con cada elemento finito.

En este caso, los píxeles contenidos nos miden, como en el subapartado anterior, la fracción volumétrica que ocupa el flujo en cada elemento finito, obteniendo de la misma forma una monitorización del llenado del molde como si de una simulación se tratara. En la siguiente figura se muestra un ejemplo del algoritmo anterior donde se han utilizado los obstáculos, en este caso dos círculos, para localizar el molde en la imagen y realizar la asociación.

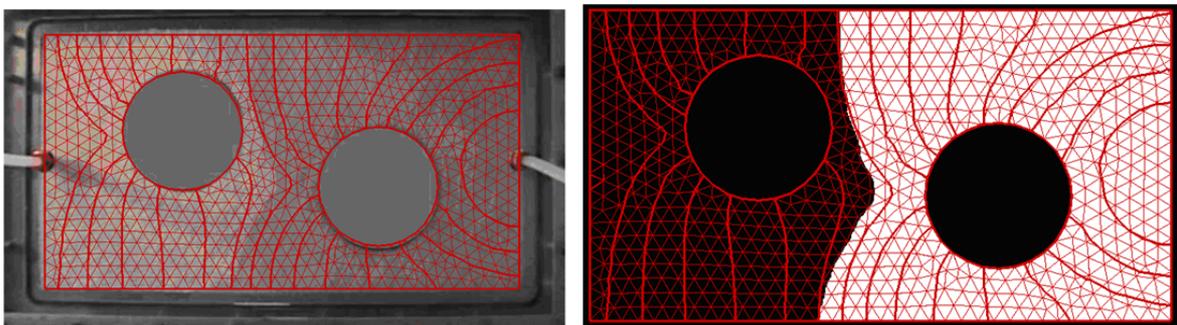


Figura 3-12 Ejemplo de la asociación de píxeles con Elementos finitos predefinidos en el molde

Tanto en el caso de malla predefinida como en el caso de generar la malla con la cámara, es bastante simple determinar que píxeles pertenecen a la zona mojada y que píxeles no. Esto es debido a la diferencia de tonalidad de color existente entre ambas zonas. Esto nos permite

utilizar un umbralizado de la imagen para determinar que píxeles pertenecen a cada zona. El umbralizado es un algoritmo básico en visión artificial donde solo se necesita imponer el nivel de tonalidad de la frontera, en nuestro caso entre la zona seca y la mojada.

En el caso de generar la malla con la cámara, seleccionando $h=1$, el sistema solo será capaz de determinar si el elemento finito esta lleno o vacío. Sin embargo, si seleccionamos un valor superior, podremos determinar la fracción volumétrica de cada uno de ellos, ver Figura 3-13.

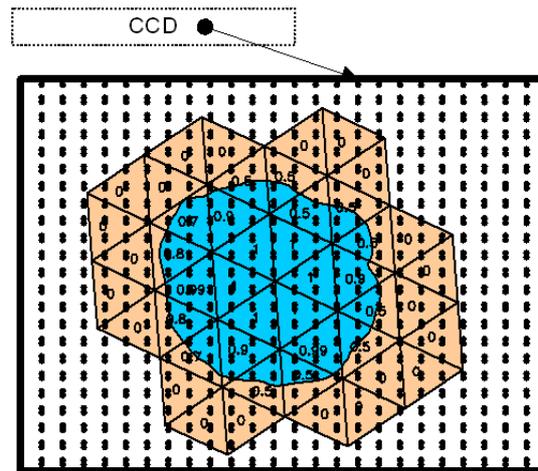


Figura 3-13 Cómputo de la fracción volumétrica de cada elemento finito

Una de las principales ventajas de este sistema de sensorización es que podemos utilizar la malla obtenida por la cámara, ó la predefinida, para simular el proceso. Esto nos permite comparar los resultados de la simulación con la posición actual del frente. Focalizando nuestra atención en la Figura 3-12, el flujo se esta desplazando mas rápido por la parte inferior del molde, tomando como referencia el resultado de la simulación.

3.5 Discretización del espacio con visión artificial para geometrías 2.5D

Como se explico en la introducción de este capitulo, los sistemas de visión artificial necesitan de dispositivos adicionales en el caso trabajar con geometrías 2.5D. En los procesos LCM de contramolde flexible, y en particular en los procesos VI, este es el caso mas usual, ya que los moldes a infundir son el casco de un barco, el ala de un avión, etc. Para este tipo de casos, se hace necesario el uso de múltiples cámaras, y sus correspondientes dispositivos adicionales para poder ubicar los píxeles en el espacio.

El uso de los dispositivos adicionales nos permite otorgar al sistema de visión artificial un gran de numero de utilidades adicionales. Por ejemplo, si utilizamos un láser telemétrico unido

con una cámara, podemos obtener con gran precisión, la posición de los nodos sobre el molde. Los láseres telemétricos son usados en procesos LCM para analizar como varía la permeabilidad en función de los cambios de presión local, [71]. En el mercado, existen lo que se conoce como digitalizador 3D, que esta compuesto por ambos dispositivos, cámara y láser telemétrico incorporados en el mismo dispositivo, ver Figura 3-14.



Figura 3-14 Digitalizador VIVID 910 de Konika Minolta utilizado en la experimentación

En este dispositivo la cámara, arriba, y el láser telemétrico, abajo, permiten digitalizar un objeto con gran precisión. Este dispositivo permite escanear un objeto de 1 m^2 con una precisión de $\pm 0.5 \text{ mm}$ en los tres ejes. Como resultado, otorga una imagen 3D compuesta por 640×480 puntos. En [71] utilizan este dispositivo para analizar la dependencia del grosor y la permeabilidad en la preforma sometida a presiones. En nuestro caso, este sistema nos permite definir completamente los elementos finitos tridimensionales mostrados en la Figura 1-9. Dado un molde colocado sobre la escena, este se discretiza mediante el láser telemétrico y la cámara, obteniendo los elementos finitos sobre el molde, en la Figura 1-9, la posición de los nodos $1, 2, 3$. Seguidamente se coloca la preforma, y volvemos a realizar otro escaneado del molde, esta vez con la preforma colocada. La nueva posición de los nodos/píxeles sobre la escena nos determina la altura de los nodos, h_1 , h_2 y h_3 respectivamente. Una vez aplicado el vacío, se realiza otro escaneo del molde que nos permitirá saber cual es la variación del espesor al cual se ve sometido cada elemento finito permitiendo conocer, la permeabilidad existente en cada uno de ellos. El espesor no solo varía solo por este hecho, sino que además varía con el paso del flujo, tanto en la zona seca como en la mojada. Mediante el uso de este dispositivo podemos medir también el cambio de grosor al que se ve sometido cada elemento finito en cada instante de tiempo. La siguiente figura muestra un esquemático del proceso descrito.

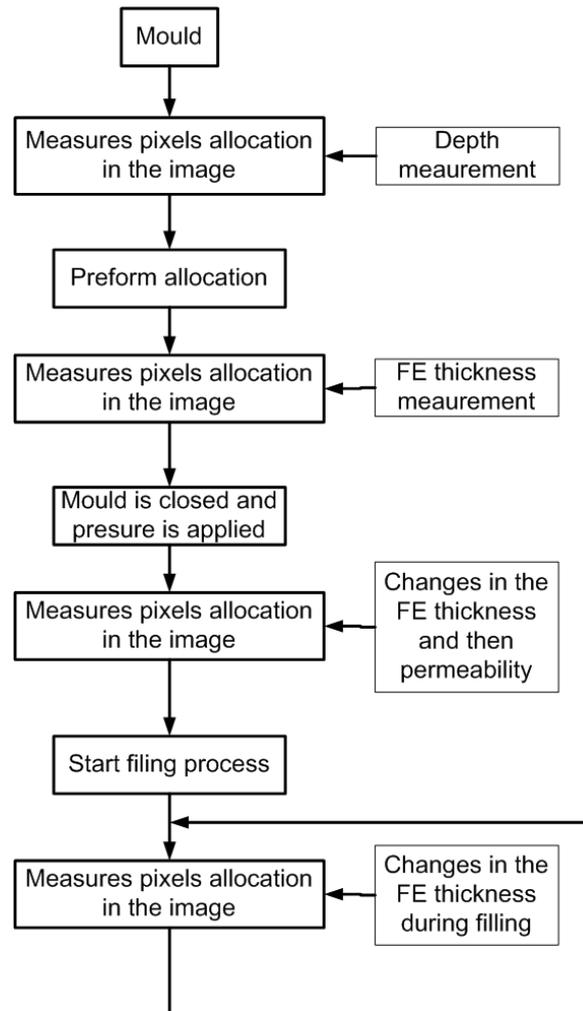


Figura 3-15 Definición del modelo de espesor variable.

En el caso de utilizar un proyector como método de reconstrucción 3D, este se puede utilizar para ayudar a los operarios al montaje de los canales de inyección óptimos y también para proyectar la posición óptima del frente de avance en cada instante de tiempo. El proyector se puede considerar como una cámara, pero con configuración inversa, es decir, en vez de captar la iluminación de la escena, proyecta iluminación sobre ella. Así pues, después de obtener el modelo mediante elementos y utilizarlo para el diseño y optimización de la estrategia óptima de llenado, los resultados pueden ser trasladados a la geometría real para ayudar a los operarios tanto al montaje de la estrategia óptima, como para la vigilancia del llenado mediante comparación con la simulación. La siguiente figura muestra un esquemático de este proceso.

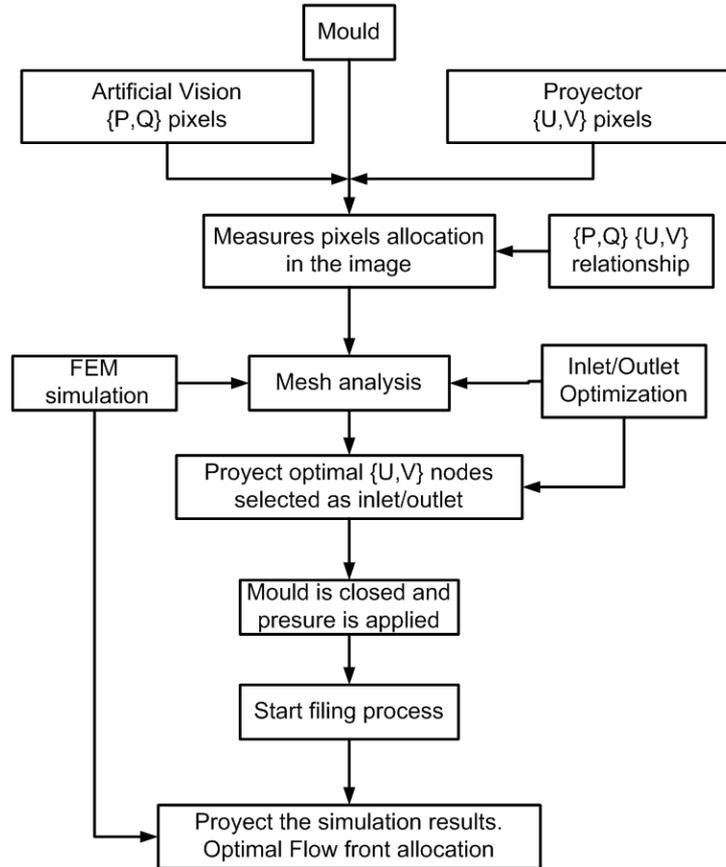


Figura 3-16 Uso del proyector en procesos LCM.

3.6 Cámaras térmicas

Las cámaras de visión artificial usualmente utilizadas en la industria, así como en los procesos LCM, son cámaras que trabajan en lo que se conoce como el espectro visible. En otras palabras, ven lo que el ojo humano sería capaz de ver. Esto es debido a la longitud de onda para los que han sido diseñadas. En particular la longitud de onda en el espectro visible esta situada en el rango de los 450-750 nanómetros. Fuera de esta longitud de onda nos podemos encontrar con dos grupos. Si trabajamos por debajo de este rango nos encontramos con los rayos ultravioleta, y si trabajamos por encima, los rayos infrarrojos. Ver Figura 3-17;

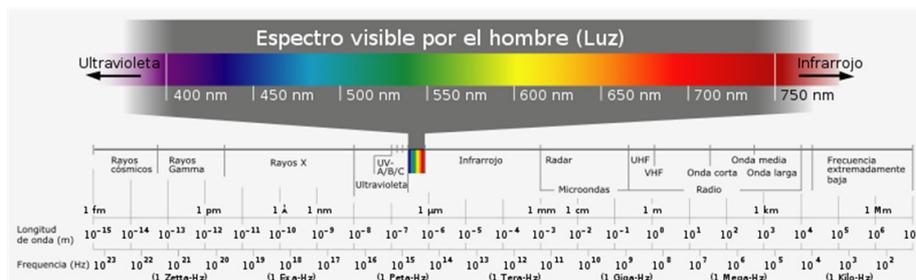


Figura 3-17 Clasificación de la longitud de onda.

Para poder captar imágenes fuera del espectro visible, existen otro tipo de cámaras que, permiten ver lo que el ojo humano no es capaz de ver. En general, las cámaras que son capaces de trabajar en todos los rangos del espectro son conocidas como cámaras multispectrales. En particular, para la aplicación de esta tecnología a procesos LCM tienen especial relevancia las cámaras que trabajan sobre el rango infrarrojo, conocidas como cámaras térmicas. Estas cámaras operan en un rango de longitud de onda por encima de los 14000 nanómetros. En el mercado, existen dos tipos de cámaras térmicas, las cámaras térmicas frías y las cámaras térmicas no frías. Las primeras están configuradas para medir temperaturas bajas, 4°K hasta 110°K. Las cámaras térmicas no frías suelen medir temperaturas en un rango que oscila entre la temperatura ambiente y temperaturas elevadas, hasta 2500°C. La única diferencia con las cámaras que trabajan en espectro visible es que los sensores son diferentes para poder captar estos espectros. Estos sensores suelen estar basados en materiales piroeléctricos y ferroeléctricos, o mediante el uso de tecnologías microbolométricas. Así pues, a la hora de obtener una discretización del espacio mediante estas cámaras, se puede utilizar la misma metodología descrita para cámaras en el espectro visible.

La sensorización de la temperatura en los procesos LCM juega un papel fundamental ya que, no solo es un parámetro a controlar debido a su influencia en la calidad final de la pieza, [24], sino que además, la viscosidad de la resina tiene una fuerte dependencia con la temperatura, [66], pudiendo provocar cambios en el comportamiento del flujo predefinido por la simulación.

3.7 Calibración de los sistemas de visión artificial

Para poder utilizar todos los componentes de la visión artificial descritos de forma simultánea, o varios de ellos, es necesario realizar una calibración previa. Para poder aplicar el algoritmo de calibración, es necesario marcar varios puntos sobre el molde que puedan ser detectados por todos los elementos, ver Figura 3-18. Previo a ello, primero es necesario definir el modelo matemático que nos permita trasladar el sistema de coordenadas real al sistema de coordenadas local de cada dispositivo.

3.7.1 Modelo matemático

En el espacio cartesiano donde está representada la geometría del molde, los puntos están representados mediante el vector $[x, y, z]^T \in \mathbb{R}^3$. En el espacio proyectivo, los puntos están representados mediante cuatro coordenadas $\lambda[x, y, z, 1]^T \in P^3$ donde λ es un número real. Esto implica que un punto en el espacio euclídeo tiene infinitas representaciones en el espacio

proyectivo. Esta representación se conoce como coordenadas homogéneas, donde dos cuádruplas representan el mismo punto, si y solo si, estas son proporcionales. Una de las ventajas de trabajar en coordenadas homogéneas es el hecho de que las transformaciones intrínsecas de la geometría proyectiva se pueden representar como;

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ \lambda' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{T}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

donde los valores $[X, Y, Z, \lambda]^T$ son las coordenadas asociadas con el sistema de referencia inicial $[X', Y', Z', \lambda']^T$. Estas coordenadas están asociadas mediante un nuevo sistema de referencia caracterizado por la matriz de escalado-rotación $\mathbf{R}_{3 \times 3}$ y la matriz de traslación $\mathbf{T}_{3 \times 1}$. En nuestro caso particular, calibración de los sistemas de visión artificial, es necesario conocer el sistema de referencia de los planos 2D que tienen las cámaras, IR y visible, y el proyector, ver Figura 3-18. A través de la formulación anterior, es simple obtener la proyección cónica de objetos 3D a planos 2D, esto es;

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ \lambda' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Así pues, el objetivo de la calibración es conocer el sistema de referencia de cada elemento, obteniendo la relación entre el sistema de referencia 3D y cada uno de los sistemas de referencia 2D. Para ello, se necesita obtener la matriz que representa las transformaciones proyectivas que permiten obtener la correspondencia entre ellos.

En nuestro caso particular, la cámara visible y el láser están colocado en la misma caja, ver Figura 3-18 permitiendo conocer este sistema de transformación mediante las dimensiones constructivas del sistema. Este sistema nos da una medida muy precisa de la posición de los píxeles sobre la escena donde el sistema de referencia global, $\{X, Y, Z\}$ esta ubicado en el láser, ver Figura 3-18. Así pues, la malla obtenida mediante la cámara se toma como referencia en nuestro sistema. Esto reduce el problema de la calibración en conocer la transformación al resto de dispositivos, la cámara térmica y el proyector. Los pasos a seguir para computarlo son;

1.- *Traslación-rotación*: Transformar los puntos desde el sistema de referencia 3D a un sistema de referencia auxiliar colocado en el mismo punto que el sistema 2D.

2.- *Proyección*: Proyectar los puntos 3D al plano 2D, sensor físico del dispositivo.

3.- *Traslación-escalado*: Cambiar el sistema de unidad, de milímetros a píxeles, y encontrar el origen de coordenadas del sistema.

Estos pasos se pueden formular como;

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ \lambda' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{2 \times 2} & T_{2 \times 1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & T_{3 \times 1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Esta expresión se puede reescribir como;

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ \lambda' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ a_9 & a_{10} & a_{11} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Donde cada parámetro $a_1 \cdots a_n$ es un grado de libertad de este tipo de transformación.

3.7.2 Cálculo de los parámetros de calibración

Una vez definido el modelo matemático, para definir completamente la transformación, es necesario calcular los parámetros $a_1 \cdots a_n$. Para ello, existen una gran variedad de métodos, ver [61]. En este caso, dada la naturaleza de los datos y la estructura de los equipamientos a calibrar, los parámetros se van a calcular mediante métodos de optimización lineales. Estos métodos nos permiten trabajar con redundancia en los datos, asegurando buenos resultados en el cómputo. El método de aproximación lineal consiste en; dado una serie de correspondencias; $(u, v)_i$ $(x, y, z)_i$, existe una única matriz A , la cual satisface la siguiente ecuación;

$$\begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ a_9 & a_{10} & a_{11} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Donde “×” representa el producto vectorial. Esta expresión representa tres ecuaciones lineales, cada una de ellas, linealmente dependientes de las otras dos. Así pues, no pueden utilizarse solas en el cálculo de los parámetros. Sin embargo, cada correspondencia nos proporciona dos restricciones lineales del proceso de calibración;

$$\begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_i \cdot x_i & -u_i \cdot y_i & -u_i \cdot z_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & z_i & 1 & -v_i \cdot x_i & -v_i \cdot y_i & -v_i \cdot z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Así pues, para el proceso de calibración serán necesarios como mínimo 6 correspondencias $(u, v)_i$ $(x, y, z)_i$ para estimar los 11 parámetros. Cuanto mayor sea el número de correspondencias, mayor redundancia tendremos en la información, pero mayor precisión tendremos en la estimación de los parámetros.

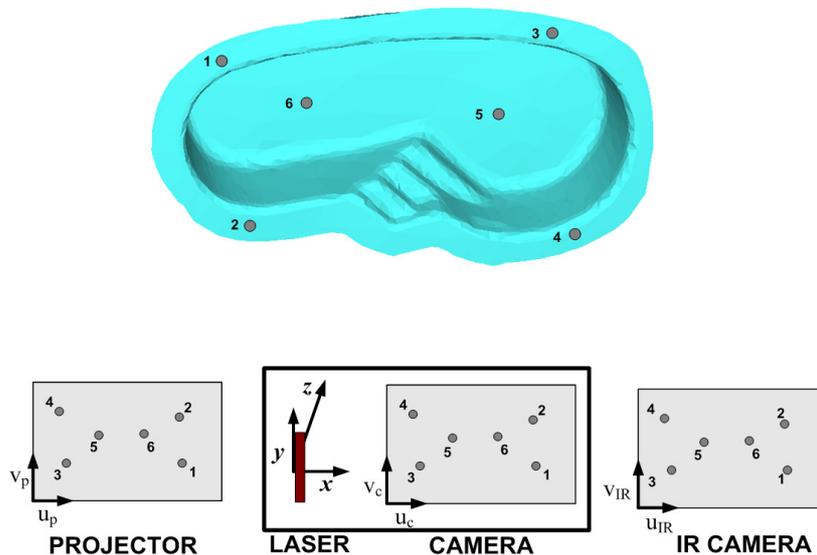


Figura 3-18 Calibración de los sistemas de visión.

3.8 Validación experimental

En este apartado se presenta un ejemplo experimental de uso del sistema de visión artificial propuesto en este capítulo. Para ello vamos a utilizar como molde, una piscina a escala 1/75,

ver Figura 3-19. Sobre la piscina, se han marcado ocho puntos numerados que serán los utilizados para la calibración del sistema.



Figura 3-19 Piscina con puntos marcados

Colocando la cámara y el láser en paralelo con el molde, se obtiene el mallado de la piscina, Figura 3-20. En este ejemplo, se ha seleccionado $h=10$, ver Apdo. 3.3.

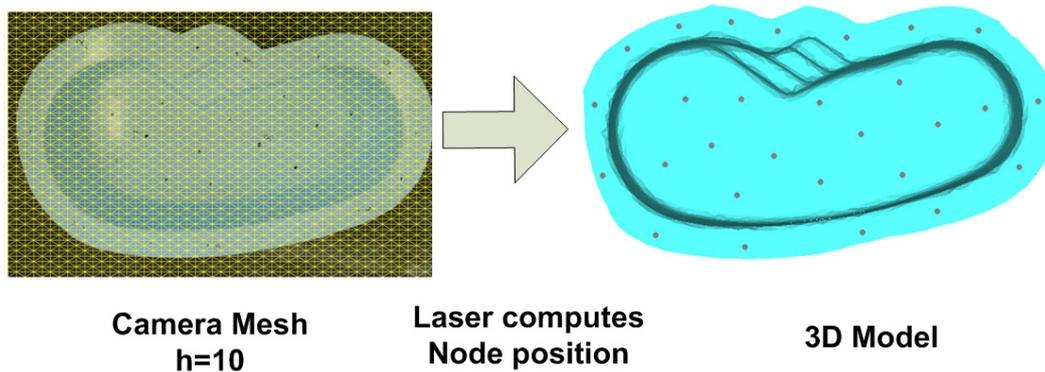


Figura 3-20 Mallado del molde.

Una vez obtenido el modelo, se procede a la calibración del proyector y de la cámara térmica. En el caso del proyector, es necesario conocer la posición de los puntos señalados en el molde en el sistema de coordenadas del proyector. Esto se puede realizar manualmente, simplemente posicionando el ratón sobre los puntos marcados. En el caso de la calibración de la cámara térmica, es necesario ubicar marcas térmicas sobre los puntos, para que esta sea capaz de detectarlos. En este caso, se ha utilizado la “huella térmica”, que es el rastro que deja un cuerpo caliente cuando se posiciona sobre uno que este más frío. De este modo, tocando durante unos segundos cada uno de los puntos con el dedo, estos se calientan y pueden ser detectados por la cámara.

En este ejemplo, el proyector se utiliza para determinar sobre el, la posición y forma óptima del inyector obtenido con el algoritmo propuesto en el Capítulo 5. Esta proyección facilita y reduce el tiempo de montaje, ver Figura 3-21.



Figura 3-21 Uso del proyector para el montaje de los canales óptimos

Una vez concluida la fase de montaje y llenado del molde, comienza la fase del curado de la resina. En este ejemplo se ha utilizado una resina de poliéster, Synolite 8488-G2, con un catalizador de Peroxido metiletilcetona, Butanox M-50, al 3% y un acelerador con un concentrado de octoato de cobalto al 6%, el cual se ha añadido a la resina en un 0.3%. En la Figura 3-22 vemos las imágenes térmicas en varios instantes de tiempo. Es interesante observar en que zonas de la geometría, existe una temperatura mas elevada que en el resto a lo largo del curado. Estas zonas son, el inyector y las esquinas del molde, donde la curvatura es mayor. Este hecho es debido a que en esas zonas, hay resina sin preforma. Así pues, al no estar mezclada con nada, la resina empieza a gelificar antes que en el resto del molde. Esta no homogeneidad en la temperatura a lo largo del curado genera tensiones mecánicas en esas zonas, provocando que la pieza final no tenga las propiedades diseñadas.

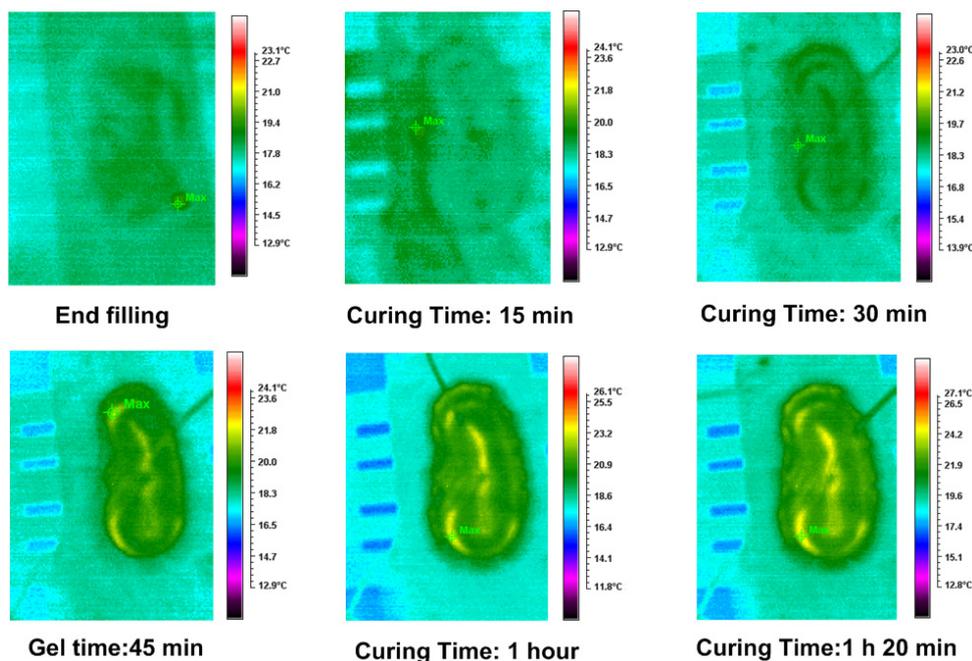


Figura 3-22 Cámara térmica para monitorizar la homogeneidad del curado de la piscina.

3.9 Conclusiones y trabajos futuros

En este capítulo se han introducido las cámaras de visión artificial en los procesos LCM de contramolde semirígido. La principal aportación, a diferencia del uso que tienen actualmente, [22],[36],[70], es el uso de los píxeles como nodos, y la asociación de estos como elementos finitos. Mediante esta técnica es posible obtener la malla que se va a sensorizar y que puede ser simulada e introducida en cualquier algoritmo de control, optimización, etc.

En los procesos LCM, y en particular en los procesos VI, las piezas que se suelen fabricar son 2.5D. En este sentido, para poder utilizar la visión artificial se hace necesario el uso de dispositivos adicionales, que nos ayuden a determinar la posición espacial de los píxeles. Existen varias técnicas que pueden ser utilizadas para este propósito y que ofrecen aplicaciones adicionales a los sistemas de visión. Por ejemplo, si se utiliza un láser telemétrico como dispositivo adicional, este nos permite obtener modelos del molde con gran precisión. Dado un molde, en la primera medida se determina la profundidad y, una vez colocada la preforma, con una segunda medida podemos conocer cual es la altura que tienen los elementos finitos en el modelo. Con una tercera medida podemos determinar cuanto ha variado el grosor de cada elemento finito debido a la aplicación del vacío. Esta medida es de especial relevancia en los procesos de contramolde flexible, ya que el cambio de grosor esta asociado a un cambio de permeabilidad. Este problema se enfatiza, debido a que durante el llenado, el grosor también cambia y por tanto, la permeabilidad. Mediante el láser telemétrico podremos tener actualizado nuestro modelo basado en elementos finitos en tiempo real, conociendo en todo momento el grosor, permeabilidad, en cada elemento finito del molde.

Si utilizamos un proyector para calcular la posición de los píxeles sobre el molde, podemos utilizar este para proyectar los resultados de la optimización, simulación, etc. Un proyector no es mas que una cámara que, en vez de estar configurada para captar iluminación de la escena, esta diseñada para emitirla. Así pues, los píxeles del proyector y de la cámara, así como los nodos de la malla obtenida, están asociados. Una vez el proceso de optimización ha concluido, el resultado, los nodos seleccionados como puertos discretos de entrada/salida, o canales de inyección o venteo, se pueden proyectar para ayudar a los operarios a su montaje, ya que, como veremos en el Capítulo 5 de esta tesis, la forma de estos puede llegar a ser compleja. También se puede utilizar el proyector para mostrar a los operarios donde debería de estar y que forma debería de tener el frente de avance en cada instante de tiempo.

El uso de cámaras térmicas nos otorga modelos basados en elementos finitos donde se conoce en tiempo real la temperatura de cada nodo. En los procesos LCM, esta información es de gran

importancia ya que la calidad final del producto va asociada a un curado homogéneo de la pieza. Además, la temperatura influye directamente en la viscosidad de la resina y puede hacer que el comportamiento del flujo sea distinto al predefinido durante el llenado.

En la presente tesis, no se exploran todas las capacidades que los sistemas de visión artificial tienen, solo alguna de ellas. Como trabajo futuro se plantea explorar todas las capacidades expuestas y buscar otras nuevas. Por ejemplo, el uso de las cámaras multiespectrales puede permitir localizar las burbujas atrapadas en la resina durante, y después del llenado. Estas burbujas atrapadas tienen un fuerte impacto en la calidad final del producto y, mediante el uso de cámaras multiespectrales, focalizadas en el espectro correcto pueden ser detectadas y cuantificadas.

Capítulo 4

Definición de un marco computacional eficiente para procesos LCM basado en espacios de configuraciones.

4.1 Introducción

En el presente capítulo, se introduce por primera vez en los procesos LCM el concepto de espacio de configuraciones, ampliamente utilizado en robótica y que es completamente desconocido en este ámbito. Estos espacios son de gran utilidad, ya que permiten representar el espacio cartesiano, donde se representa la geometría del molde, en otra representación alternativa construida mediante variables del proceso. Esto provoca una reducción la dimensión del problema, pasando de una geometría 2.5D, a una geometría 2D y 1D. El uso de estos espacios provoca que cualquier operación, ya sea algoritmo de optimización, control, etc., sea mucho más eficiente, no solo por el espacio en si, sino por que el diseño de las operaciones a realizar es mucho más simple. Los resultados de esta investigación se han publicado en [92], [93], [94] y [95]. Especial relevancia tiene la referencia [95], donde se define por primera vez el uso de los espacios de configuraciones en procesos LCM. El impacto que tendrá el uso de los espacios de configuraciones en los procesos LCM puede ser tan útil y provechoso como ha sido su aplicación en robótica. En este ámbito provocó un profundo

cambio en el desarrollo de técnicas y algoritmos, siendo uno de los conceptos mas utilizados para conseguir algoritmos eficientes actualmente.

4.2 Introducción a los espacios de configuraciones

Una de las reflexiones mas importantes que se puede extraer de las carencias de los algoritmos utilizados en procesos LCM, tanto para sistemas de control on-line como para algoritmos de optimización, es la necesidad de definir herramientas lo mas sencillas y computacionalmente eficientes. El tratamiento adecuado de la información puede permitir mejorar la comprensión de proceso y a su vez, reducir el tiempo de cómputo y facilitar el desarrollo de los algoritmos necesarios.

En otros campos como la robótica móvil, problemas similares se resuelven mediante el concepto de espacio de configuración, [62]. Este concepto trata de representar el espacio donde se computan los algoritmos, espacio cartesiano, en un espacio alternativo desarrollado mediante los parámetros a optimizar o controlar. En el caso de la robótica móvil, estos parámetros pueden ser giro del volante, velocidad del vehiculo, características del camino a seguir, etc. Por ejemplo, consideremos una factoría completamente automatizada y equipada con vehículos automatizados, AGVs (Automated Guided Vehicles), que transportan material desde un lugar a otro de la fábrica. El objetivo común es tener a todos los AGVs moviéndose simultáneamente, controlados por un algoritmo que los guía desde la posición inicial a la final. Estos robots no pueden tolerar colisión con los obstáculos o con otro AGV, convirtiendo el tiempo de reacción en crucial. La solución de este problema requiere un extraordinario esfuerzo, pensar por ejemplo en el tráfico aéreo de un aeropuerto, escenario en el que la colisión tiene que evitarse a toda costa. La solución a este complejo problema es de naturaleza topológica. Cada AGV construye un espacio de todas las posibles ubicaciones, eliminando aquellas que provocan o están cerca de la colisión. Las posiciones restantes generan caminos libres de colisiones. Para obtener un espacio lo más eficiente posible, este espacio no se define mediante coordenadas cartesianas, se define mediante parámetros de configuración del AGV, giro de las ruedas, velocidad, etc. En este espacio, un punto no tiene coordenadas $\{x,y,z\}$, sino las coordenadas de los parámetros de configuración. Este hecho implica que para alcanzar una posición sin colisión, el robot solo tiene que aplicarse a si mismo los parámetros que tiene la coordenada. Estos espacios son conocidos como espacios de configuraciones.

La aplicación de estos espacios a procesos LCM tienen ventajas similares. Por ejemplo, es posible representar cualquier llenado en una geometría mas simple, donde la posición del frente de avance nos determine directamente la información que necesitamos conocer. Por

ejemplo, distancia a un punto de interés, tiempo de llenado, tiempo de incubación, velocidad del frente, etc. El concepto de espacio de configuraciones no tiene límites, haciendo posible crear un espacio particular para cada variable de proceso o para cada aplicación en particular. La aplicación de este concepto en procesos LCM se ha llamado “*Flow Pattern Configuration Space*” (FPCS), espacio de configuraciones de patrón de flujo. El nombre es debido a que el espacio de configuraciones desarrollado para cada variable en particular predetermina un determinado comportamiento de la resina durante el llenado, patrón de flujo.

4.3 Definición topológica de los procesos LCM

Todos los moldes usados en procesos LCM están limitados por el contorno del molde. Así pues, el molde puede definirse como una región $\Omega \subset \mathfrak{R}^3$ cerrada y conectada. Suponiendo que el perímetro externo del molde ($\partial\Omega$) se puede parametrizar mediante una curva cerrada $\gamma^*(u) = (x(u), y(u), z(u))$ para $u \in [0,1]$ donde $\gamma^*(0) = \gamma^*(1)$, cumpliendo que para cualquier $u, v \in (0,1)$, si $\gamma^*(u) = \gamma^*(v)$ entonces $u = v$. El llenado del molde se puede definir como curva $\gamma : (0, T] \rightarrow C_{0,1}([0,1], \Omega)$ donde el espacio $C_{0,1}([0,1], \Omega)$ se compone de las aplicaciones inyectivas para el intervalo $[0,1]$ en el molde Ω , esto es, $\gamma_t(0) = \gamma_t(1)$, interpretando que para $\gamma(t) = \gamma_t : [0,1] \rightarrow \Omega$.

En cada instante de tiempo, $t \in [0, T]$, la curva γ_t representa el frente de avance donde $\gamma_T = \gamma^*$ representando que para $t = T$ el molde Ω esta completamente lleno y,

$$\lim_{t \rightarrow 0} \gamma_t = \gamma_0, \quad \lim_{t \rightarrow T} \gamma_t = \partial\Omega \quad (4.1)$$

donde $\gamma_0(u) = (x^*, y^*, z^*)$ es una curva que tiene valor constante, llamada punto de interés, ver Figura 4-1.

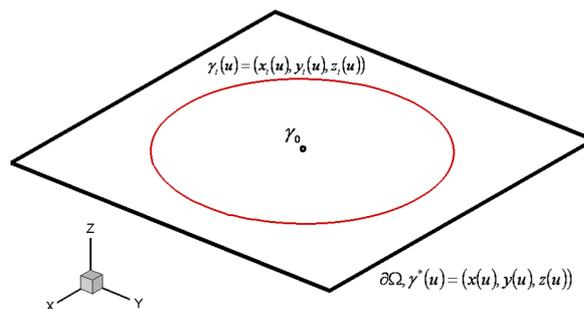


Figura 4-1 Definición matemática de los procesos LCM. Punto de interés es un punto.

En los procesos LCM donde la puerta de entrada y/o de salida es un punto, como es el caso de los procesos de contramolde rígido, RTM, la curva $\gamma_0(u) = (x^*, y^*, z^*) \forall u \in [0,1]$, pero en procesos donde la entrada/salida puede no ser un punto, como es el caso de los procesos de contramolde semirígidos, VARTM, RTM-Light, VI, $\gamma_0(u) = (x^*(u), y^*(u), z^*(u)) \forall u \in [0,1]$, cumpliendo que no es una curva simple, $\gamma_0(u) = \gamma_0(v)$ para $u \neq v$, pero es una curva cerrada, $\gamma_0(0) = \gamma_0(1)$, ver Figura 4-2.

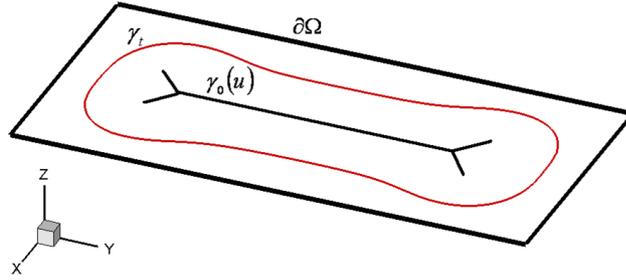


Figura 4-2 Definición matemática de los procesos LCM. Punto de interés es una curva.

4.4 Definición matemática de los espacios de configuraciones

A partir de la definición topológica de los procesos LCM desarrollada en apartado anterior, se puede observar que en cualquier proceso LCM, $\gamma_t(u) \subset \gamma_0(u)$, es decir, el frente de avance, $\gamma_t(u)$, siempre contiene al inyector, $\gamma_0(u)$. Así pues, es posible definir un cambio de la variable intrínseca como;

$$\gamma_t(u) \rightarrow \gamma_t(\theta(u)) \quad (4.2)$$

donde

$$\theta(u) = a \tan\left(\frac{y_t(u)}{x_t(u)}\right) \quad (4.3)$$

Si la geometría está en \mathfrak{R}^3 , este ángulo se calcula mediante la proyección de la curva $\gamma_t(u)$ en \mathfrak{R}^2 . Si $\gamma_0(u)$ no es un punto, $\theta(u)$ se calcula desde una posición predefinida de la curva $\gamma_0(w)$, $w \in [0,1]$. La elección de este cambio de variable intrínseca no es arbitraria, sino que es debido a que el flujo tiene forma radial desde $\gamma_0(u)$, tanto si es un punto, como si es una curva. Esta nueva parametrización cumple que;

$$\partial_u \theta_i(u) > 0 \forall u \in [0,1] \quad (4.4)$$

A través de este cambio de variable intrínseca, el molde Ω , puede ser redefinido en un espacio \mathfrak{R}^2 , como una clase de espacio polar;

$$\varphi^*(u) = (\theta^*(u), \Psi^*(u)), \gamma_0(u) = (\theta_0(u), \Psi_0(u)), \gamma_i(u) = (\theta_i(u), \Psi_i(u)) \quad (4.5)$$

donde el parámetro $\Psi(u)$ puede ser seleccionado libremente. La elección de este segundo parámetro depende del uso que se le vaya a dar al espacio resultante, pudiendo utilizar cualquier variable de los procesos LCM, o cualquier combinación de estas. En las siguientes secciones, se selecciona este parámetro en función de la distancia y, dada una simulación, mediante el tiempo de llenado.

4.5 Espacios de patrón de flujo basados en la distancia (FPDS)

La primera idea para seleccionar $\Psi(u)$ en los procesos LCM es definirla como la distancia entre el frente de avance y el inyector como;

$$\Psi(u) = d(\gamma_i(u), \gamma_0(u)) \quad (4.6)$$

Esta elección no es debida a que la distancia es la definición típica de un espacio polar, sino porque esta es una de las variables más utilizadas en la optimización y control de los procesos LCM, [18], [21], [23], [24]. Previo a la definición de estos espacios de configuraciones, se hace necesario realizar una reflexión de cuales son las técnicas para computar la distancia entre dos nodos en una malla.

4.5.1 Análisis de las distintas técnicas de la medida de la distancia a través de la discretización mediante elementos finitos

La medida de la distancia entre nodos de una malla, se usa comúnmente en procesos LCM, [18], [21], [23], [24], para diferentes propósitos. En [18], [21], la distancia entre cada nodo de la malla y el nodo inyector se utiliza como tiempo de llegada del flujo a ese nodo, mientras que en [23], [24], la distancia de los nodos que forman el frente de avance y el venteo, se usa para medir la bondad del llenado. En [23], [24], la técnica utilizada para medir la distancia, es la distancia euclídea en moldes 2D. Esta técnica de medida no es válida para geometrías 2.5D,

ver Figura 4-3 (Derecha), ya que presupone un camino del flujo fuera de la geometría del molde. Además, como se observa en la Figura 4-3, tal cual está definido, no es aplicable a procesos VI, ya que el venteo no es un punto, sino que es un canal usualmente localizado en el contorno.

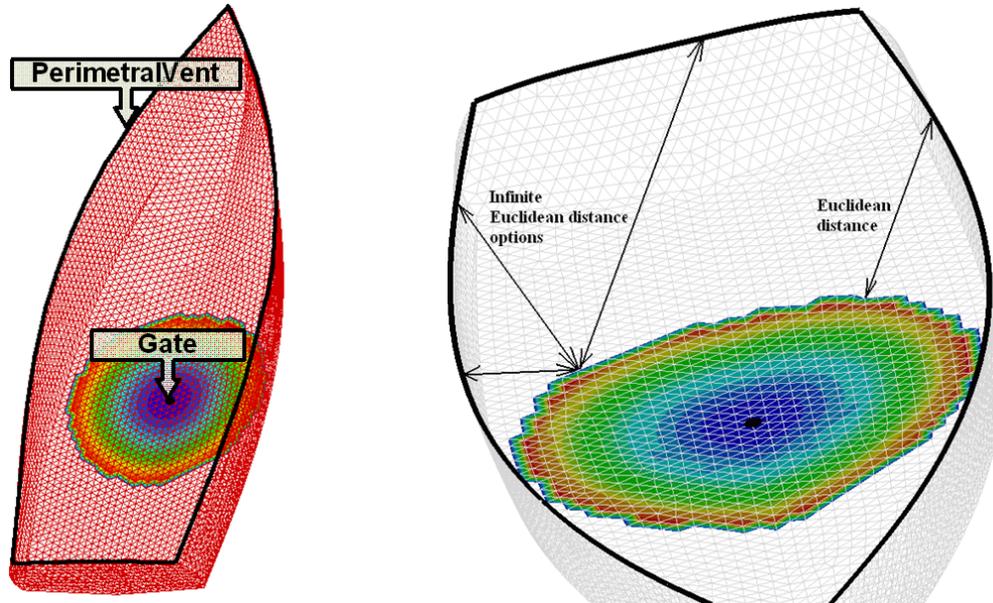


Figura 4-3 Complejidad de la medida de la distancia en moldes 2.5D complejos.

Para solucionar este problema, es necesario medir la distancia que mejor se ajuste al camino que recorrerá el flujo durante el llenado. Así pues, para obtener una medida fidedigna, se hace necesario el uso del modelo de la malla. En la literatura, se proponen dos técnicas para medir distancias sobre la malla, llamadas distancia modelo, “*model distance*” y distancia directa “*direct distance*”, [21], ver Figura 4-4.

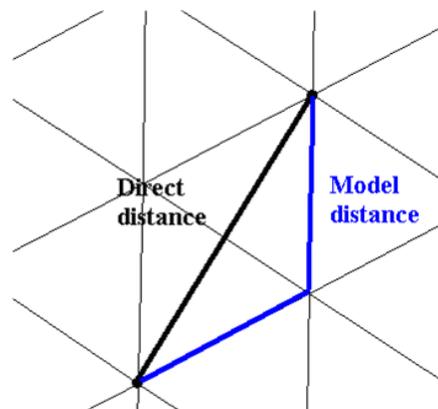


Figura 4-4 Técnicas de medida de la distancia usando la malla.

La primera opción, distancia modelo, es la técnica utilizada en [18], [21], para desarrollar los que llaman “*mesh distance based approach*”. Esta técnica mide la distancia entre dos nodos, siguiendo la conexión con los nodos vecinos, ver Figura 4-4. Esta medida se usa en [18], [21],

suponiendo que el flujo llegará primero al nodo más cercano, siendo susceptible de reemplazar a la simulación. Bajo este supuesto, el algoritmo computa primero la distancia a los nodos más cercanos al inyector. En la siguiente iteración, los nodos susceptibles de ser alcanzados por el flujo son los nodos vecinos de los anteriormente computados. La distancia de estos nodos con el inyector es, la distancia de estos, con los nodos vecinos de la iteración anterior mas, la distancia de estos con el inyector. En el caso de que el inyector no sea un punto, se escoge la distancia mínima entre el nodo a computar y todos los nodos que forman el inyector,[21]. El uso de la distancia mínima se basa en la suposición de que, es el nodo inyector más cercano el que provoca que el flujo alcance ese nodo.

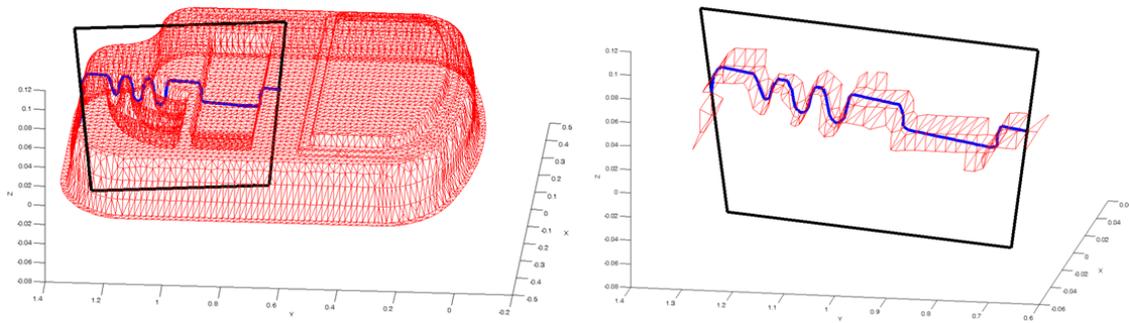


Figura 4-5 Distancia directa, geodésica.

La segunda posibilidad, es la distancia directa, ver Figura 4-5, o también conocida como distancia geodésica. En [18], [21] se dice que la distancia geodésica, es la medida adecuada para obtener una buena aproximación de la simulación. Sin embargo, esta no es usada en estos trabajos debido al excesivo coste computacional que conlleva. El cálculo de la distancia geodésica de forma eficiente es un tema de investigación en la actualidad. Así pues, existen publicaciones que contradicen lo mencionado en [18], [21]. Por ejemplo, en [64], [65], se propone una metodología para computar las distancias geodésicas de una forma exacta y eficiente. Por ejemplo, las distancias geodésicas del David de Miguel Ángel, compuesta por 400K FE, se calculan en 75.13 seg., usando un Pentium M, 1.6Ghz. Este método busca cual es el camino mas corto para cruzar cada elemento finito evolucionando por los nodos vecinos. Después de esto, el algoritmo vuelve atrás para computar la distancia geodésica de forma exacta.

Así pues, para la obtención de la distancia en los espacios de configuraciones propuestos en esta tesis, cuando la geometría sea 2.5D, se utilizara la distancia geodésica computada con el algoritmo propuesto en [64], [65], mientras que para geometrías 2D, se utilizara la distancia euclídea.

4.5.2 Definición de los espacios de patrón de flujo basados en distancia

Como se explico en el apartado anterior, si el molde esta definido en \mathfrak{R}^2 , y $\gamma_0(u)$ es un punto, la distancia se calcula mediante la distancia euclidea de la forma clásica como;

$$\Psi(u) = d(\gamma_t(u), \gamma_0(u)) = \|\gamma_t(u), \gamma_0(u)\|_2 \quad (4.7)$$

En el caso de que geometría del molde esta definida en \mathfrak{R}^3 , se utiliza la distancia geodésica;

$$\Psi(u) = g(\gamma_t(u), \gamma_0(u)) \quad (4.8)$$

Si $\gamma_0(u)$ no es un punto, en \mathfrak{R}^2 se usa la mínima distancia;

$$\text{Min}\{d(\gamma_t(u), \gamma_0(u)) \forall u \in [0,1]\} \quad (4.9)$$

mientras que si el molde esta definido en \mathfrak{R}^3 ;

$$\text{Min}\{g(\gamma_t(u), \gamma_0(w)) \forall w \in [0,1]\} \quad (4.10)$$

Para moldes definidos en \mathfrak{R}^3 , o cuando $\gamma_0(u)$ no es un punto, puede ser interesante computar otro espacio \mathfrak{R}^2 , de la forma;

$$\begin{aligned} u &= \{d, g\} \cdot \cos(\theta) \\ v &= \{d, g\} \cdot \sin(\theta) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Los espacios resultantes de esta operación se les ha llamado, espacios de patrón de flujo basados en distancia, “*Flow Pattern Distance Spaces*” (FPDS). A la representación del espacio polar se le llama FPDS-1D. La representación en el espacio \mathfrak{R}^2 se le llama FPDS-2D. En la Figura 4-6 y Figura 4-7 se muestran dos ejemplos de la transformación. En la Figura 4-6 se muestra un cuadrado donde $\gamma_0(u)$ es un aspa mientras que en la Figura 4-7 se muestra un bote donde $\gamma_0(u)$ es un punto. En ambos casos, $\gamma_0(u)$ se transforma a un punto en el FPDS-2D y en una línea recta colocada en el origen para el FPDS-1D. Como se observa en el caso de la embarcación, Figura 4-7, el llenado desde un punto genera circunferencias pero sobre una geometría laminar 2.5D. En el FPDS-2D, ya son circunferencias sobre un plano

mientras que en el FPDS-1D, esa circunferencia se representa mediante una línea recta. Este comportamiento se mantiene mientras el flujo no entre en contacto con el contorno del molde, $\partial\Omega$.

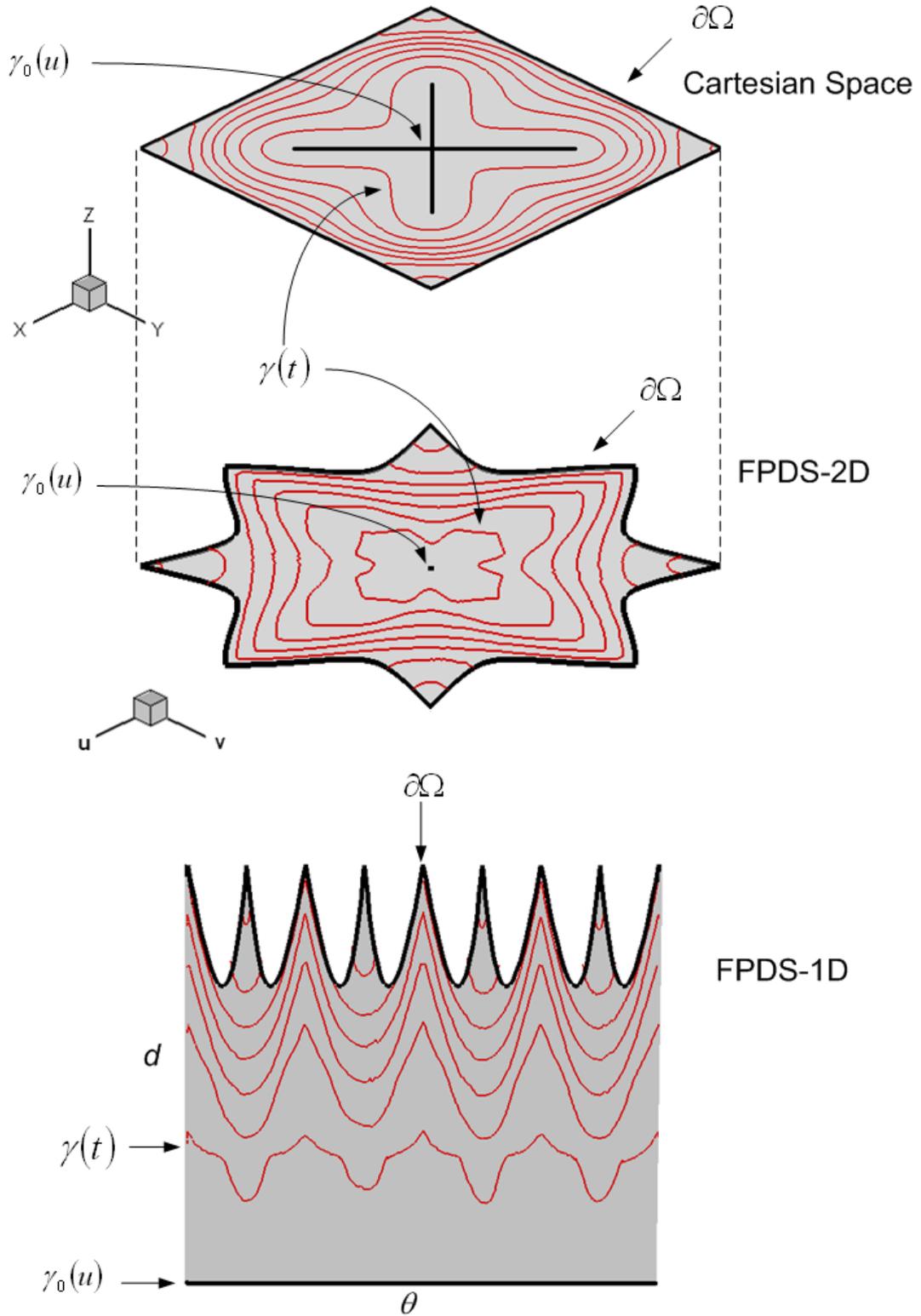


Figura 4-6 Ejemplo de FPDS-2D y FPDS-1D, para un molde cuadrado con inyector no puntual en aspa.

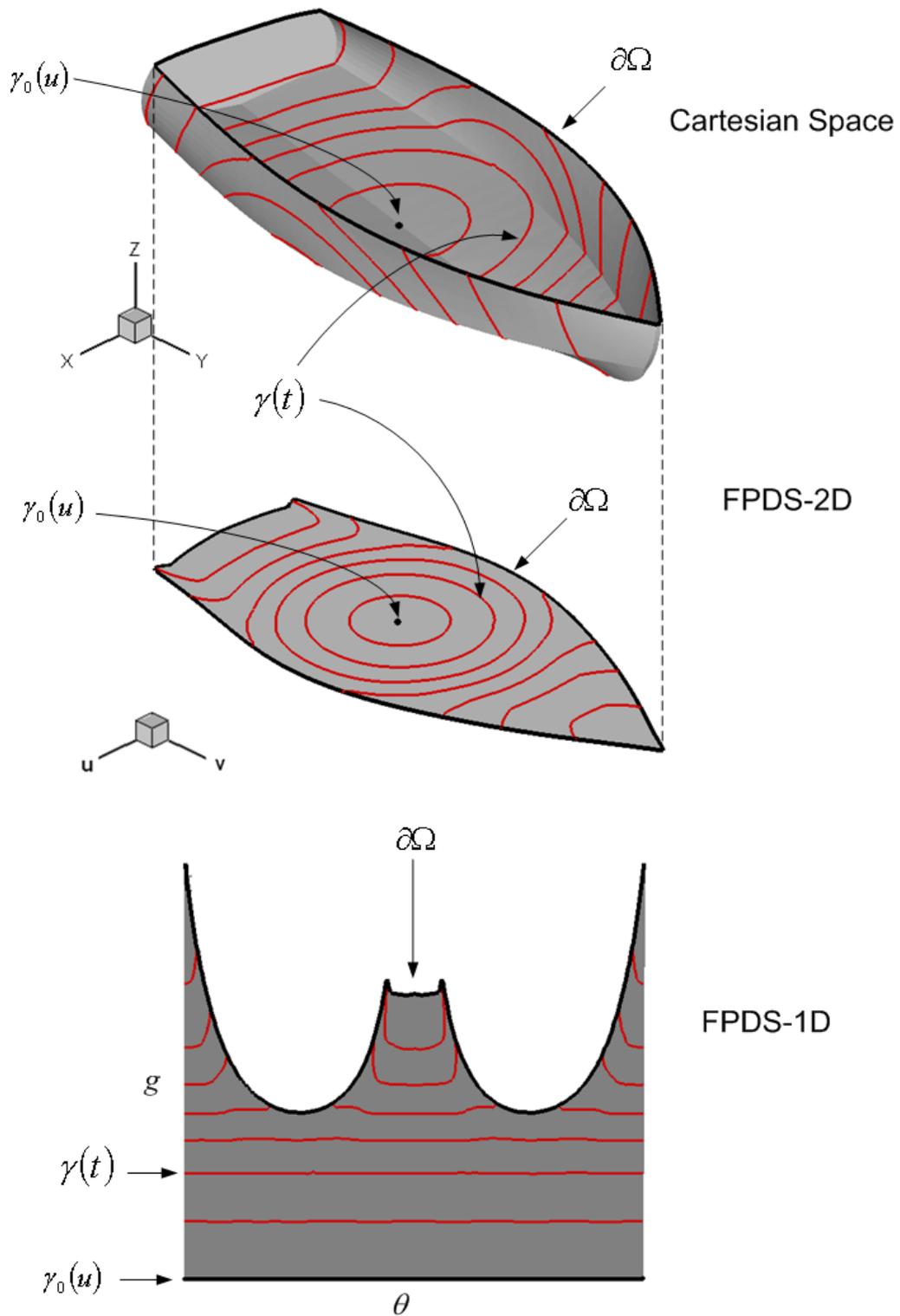


Figura 4-7 Ejemplo de FPDS-2D y FPDS-1D, para una embarcación con inyector puntual.

Existen dos formas de construir un FPDS, una de forma continua y otra de forma discreta, mediante la malla. En el siguiente apartado se definen ambas posibilidades.

4.6 Técnicas de cómputo de los espacios de configuraciones

En general, en los procesos LCM se suele trabajar con espacios discretizados mediante Elementos Finitos (FE). Sin embargo, como se demuestra en [46], [47], [48], una representación continua del dominio minimiza los errores de la discretización. El inconveniente de trabajar con espacios continuos es el elevado coste computacional de estos frente a los discretos. Sin embargo, en la presente tesis vamos a definir como construir los espacios de configuraciones mediante ambas posibilidades.

4.6.1 Espacios de configuraciones basados en patrón de flujo continuos

En [46], se propone un análisis isogeométrico donde, todo el dominio, Ω , esta representado de forma continua mediante superficies paramétricas. En particular, se utilizan superficies NURBS que representan todo el dominio. En [47], reducen esta representación al contorno ya que, el cómputo en el espacio continuo parametrizado propuesto en [46] es extremadamente ineficiente. En este sentido, definen el contorno mediante NURBS mientras que en el interior de la geometría, mantienen la discretización. Similar concepto se aplica en [48], donde también se basan en una malla de elementos finitos, pero tratando de representar el frente de avance de forma continua.

Aunque se podría definir una transformación a espacio de configuraciones basados en patrón de flujo global, de todo el dominio, en realidad, para procesos LCM, la información nos la aporta principalmente la posición del frente de avance en cada instante de tiempo y el contorno. Así pues, vamos a definir la transformación continua a espacios de patrón de flujo sobre estos elementos, manteniendo así la eficiencia computacional. Como se comprobó en el Capítulo 2, es posible representar el frente de avance mediante una o varias curvas paramétricas concatenadas, en particular curvas de Bezier. También se expuso en el Capítulo 2 como obtener la representación paramétrica mediante una nube de puntos/nodos, permitiendo continuizar un espacio discreto. Mediante cualquiera de estas técnicas, es posible representar el frente de avance y el contorno con curvas paramétricas. Sin pérdida de generalidad, vamos a definir esta transformación, suponiendo que el frente de avance y el contorno están representados mediante una curva de Bezier. Para poder realizar el cambio a espacio de configuraciones, el primer paso a realizar es un cambio de la variable intrínseca. Si recordamos la definición del frente de avance y del contorno,

$$\partial\Omega(u), \gamma_i(u) \quad \forall u \in [0,1] \quad (4.12)$$

En la definición de espacio de configuraciones, apartado 4.4, la representación del frente de avance y del contorno requiere de un cambio de la variable intrínseca de la forma;

$$\gamma_i(u) \rightarrow \gamma_i(\theta(u)), \partial\Omega(u) \rightarrow \partial\Omega(\theta(u)) \quad (4.13)$$

Del mismo modo, la representación en espacio de configuraciones basadas en patrón de flujo de una curva de Bezier simplemente requiere de un cambio en la variable intrínseca, esto es;

$$\alpha(t) = \sum_{i=0}^n P_i \cdot B_{n,i}(t) \rightarrow \gamma_i(u), \partial\Omega(u) = \sum_{i=0}^n P_i \cdot B_{n,i}(u(\theta)) \text{ donde } t, u(\theta) \in [0,1] \quad (4.14)$$

Una vez definido el frente de avance y el contorno en forma polar, solo nos queda representar los puntos de control que lo definen en el espacio de configuraciones basado en patrón de flujo, $P_i = [\theta_i, \Psi_i]$. Para computar su posición, no es posible utilizar su posición en el espacio euclídeo ya que, los puntos de control pueden estar fuera del dominio Ω , provocando errores en la conversión. Así pues, debemos de utilizar la proyección de los puntos de control sobre la curva descrito en el Capítulo 2, apartado 2.8. Mediante estos puntos de control proyectados, ya es posible obtener la posición de los puntos de control dentro del dominio Ω mediante;

$${}^*C = \mathbf{B} \cdot {}^*C, \text{ donde } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B_{n,0}(u_0(\theta)) & B_{n,1}(u_0(\theta)) & \cdots & B_{n,n}(u_0(\theta)) \\ B_{n,0}(u_1(\theta)) & B_{n,1}(u_1(\theta)) & \cdots & B_{n,n}(u_1(\theta)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n,0}(u_n(\theta)) & B_{n,1}(u_n(\theta)) & \cdots & B_{n,n}(u_n(\theta)) \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Y donde el parámetro libre de los FPCS, se computa sobre los puntos de control de la curva en el espacio euclídeo. Una vez obtenidas las coordenadas de estos puntos de control en el espacio de configuraciones, simplemente debemos de aplicar;

$$C = \mathbf{B}^{-1} \cdot {}^*C \quad (4.16)$$

Y obtendremos la representación en espacio de configuraciones de la curva de Bezier. Esta metodología para trasladar curvas paramétricas a espacio de configuraciones es extensible a superficies, simplemente introduciendo una nueva base de Bernstein como se indica en la ecuación (2.8). El parámetro intrínseco de esta nueva base será la parametrización del parámetro libre, $\psi(v)$. Sin embargo, estos espacios continuos no son útiles debido a su elevado coste computacional. Existe una opción, a medio camino entre la definición del

dominio de forma continua y discreta que nos puede ser de mucha utilidad, y es la malla de alambre, “*wireframe*”. En este caso, el dominio continuo esta discretizado mediante múltiples curvas paramétricas, llamadas *isolineas*, que unen puntos determinados de la geometría. En general, los programas CAGD representan estas *isolineas* mediante *NURBS*. Si definimos los puntos inicial y final de las *isolineas* como la posición del inyector y venteo respectivamente, tenemos que estas representan a las geodésicas requeridas para el cómputo del FPDS. Así pues, si disponemos de este tipo de mallado, la longitud de cada *isolínea*, así como su posición angular nos proporcionan directamente el FPDS basado en *isolíneas*. En la Figura 4-8 se muestra un par de ejemplos de este tipo de mallado de la embarcación.

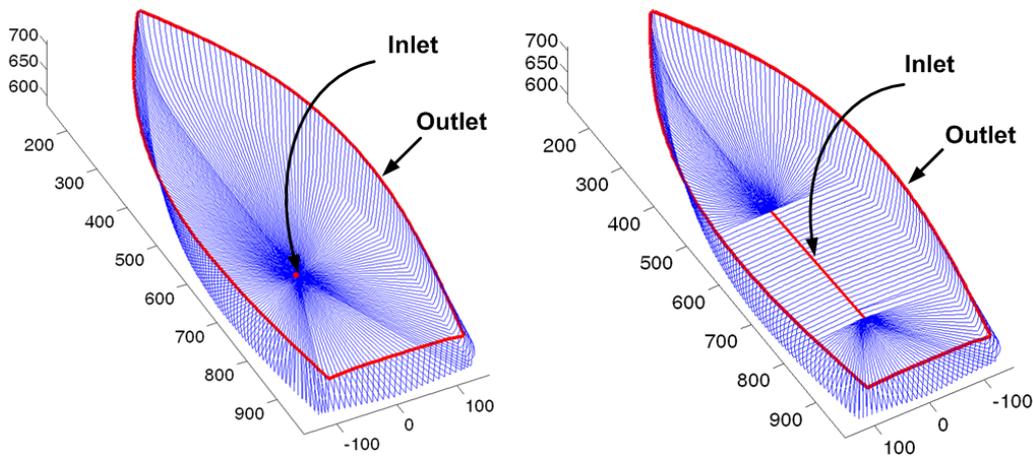
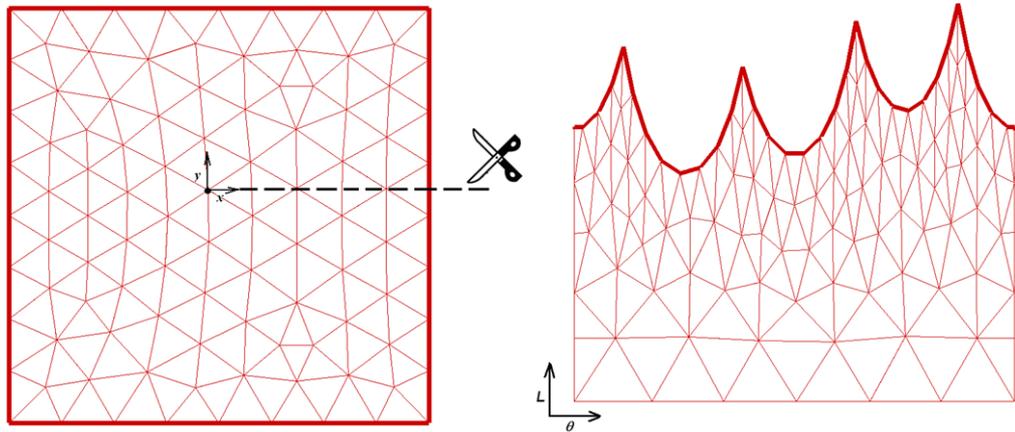


Figura 4-8 Mallado con *isolineas*. Cada *isolínea* es la geodésica entre el inyector y el venteo

4.6.2 Espacio de configuraciones basados en patrón de flujo discretizado con elementos finitos

En los procesos LCM, suele ser común utilizar la discretización del espacio mediante elementos Finitos lineales debido a que, a través de ella, se obtiene una simulación lo suficientemente precisa con un bajo coste computacional. En general, en la industria, y también entre los investigadores, es el método mas utilizado. Por esta razón, en la presente tesis se trabajará sobre la malla, excepto en aquellos casos donde la representación continua nos proporcione ventajas a señalar.

El concepto introducido por los FPCS cuando se trabaja con la malla, y se obtiene por ejemplo el FPDS-1D, es como si el molde fuera cortado con unas tijeras en la dirección del eje *x*, ver Figura 4-9.



a) Espacio Cartesiano

b) Espacio de configuraciones, FPDS-1D

Figura 4-9 Espacio de configuraciones. El molde se corta en la dirección del eje x.

En esta acción de corte, los elementos finitos que están colocados en esta dirección se dividen en dos elementos finitos. Si observamos el ejemplo de la Figura 4-10, los elementos finitos afectados son [1,2,3,4,5]. Para hacer la subdivisión, se deben generar nuevos nodos ficticios que solo existen en el espacio de configuraciones.

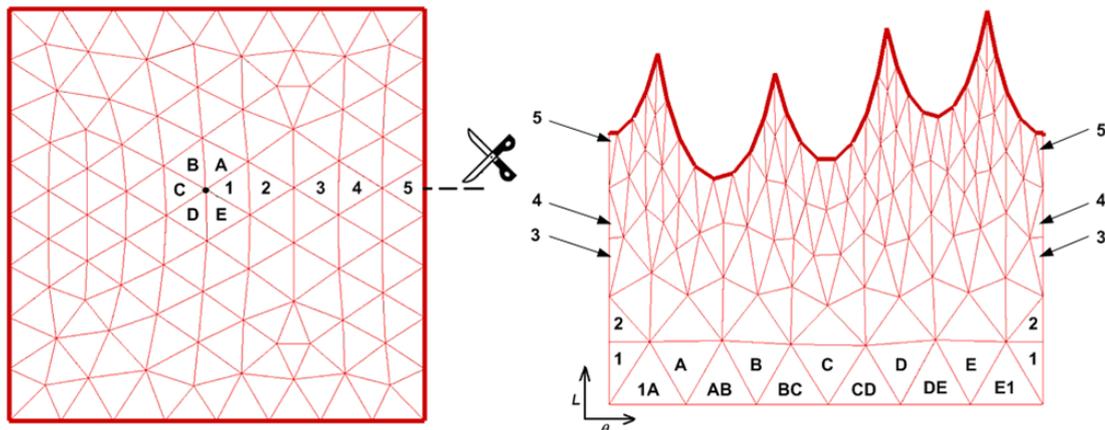


Figura 4-10 FE en el espacio cartesiano (izquierda). FE en el espacio de configuraciones (derecha).

Los elementos finitos que contienen el punto de interés también se ven afectados. En el ejemplo de la Figura 4-10, los elementos finitos afectados son [1,A,B,C,D,E]. En este caso, el nodo del punto de interés se replica en el espacio de configuraciones entre los nodos que forman el elemento finito que lo contiene. La longitud de estos nodos ficticios es cero y el ángulo es la media de los otros dos nodos que forman el elemento finito. Para finalizar la definición del espacio, se generan nuevos elementos finitos entre el nodo creado y los otros dos que contenían al nodo interés. En el ejemplo de la Figura 4-10, los nodos creados son [1A,AB,BC,CD,DE,E1].

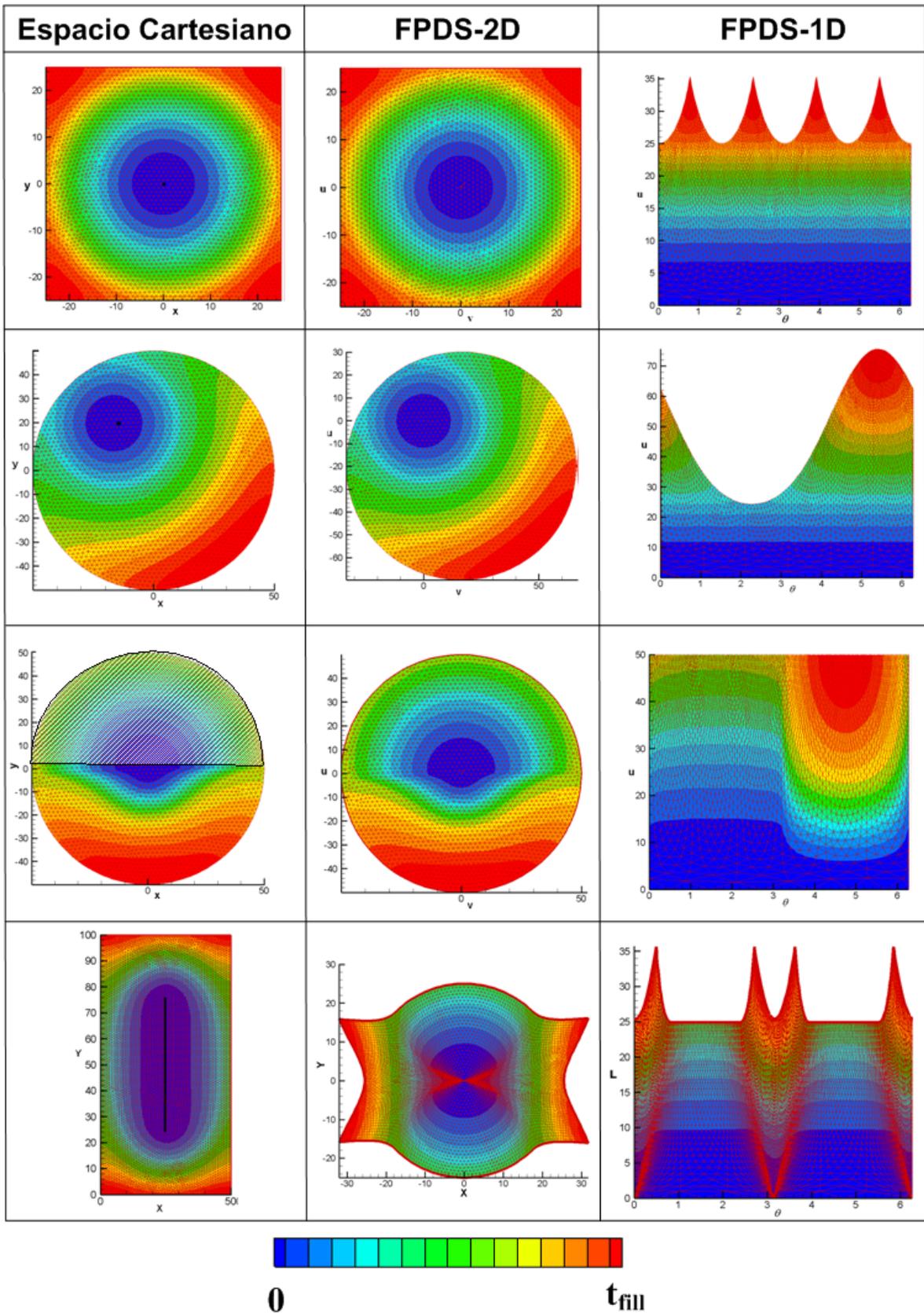
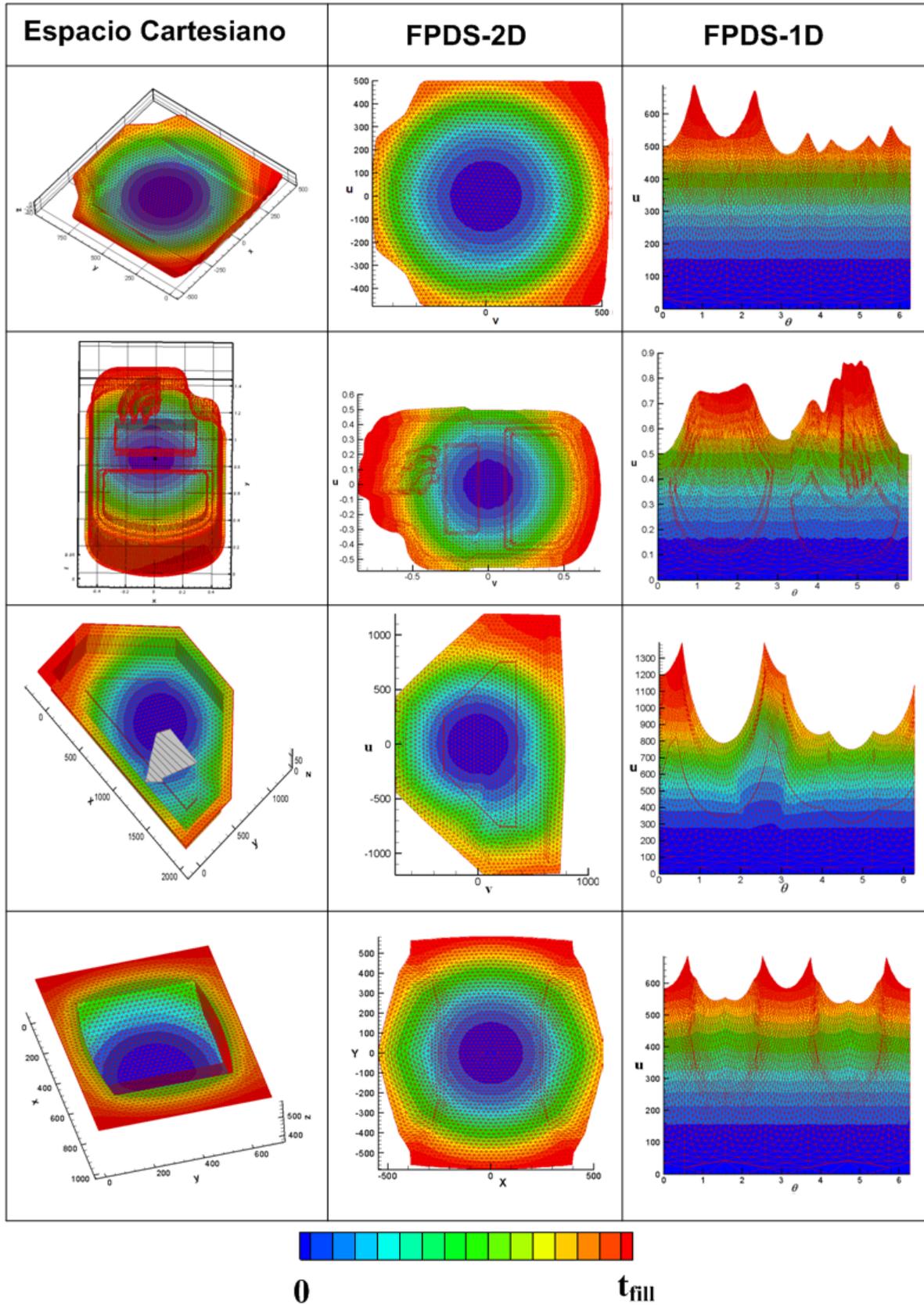


Figura 4-11 Ejemplos de los espacios de configuraciones basados en distancia para geometrías 2D. Se muestra el tiempo de llenado de la simulación en código de colores.



Figuran 4-12 Ejemplos de Espacios de configuraciones basados en distancia para geometrías 2.5D. . Se muestra el tiempo de llenado de la simulación en código de colores.

En las Figura 4-11 y Figuran 4-12 se muestran ejemplos de FPDS-2D y 1D, desarrollados sobre la malla y, donde se ha representado también, sobre la malla resultante, el resultado de la simulación desarrollada en el espacio cartesiano. Como se puede observar en estos ejemplos, en el FPDS-2D, el comportamiento del flujo representado es radial, y en el FPDS-1D lineal. Esto es debido a que en las geometrías 2.5D, la gravedad no tiene efecto sobre el comportamiento del flujo cuando este sube o baja por las paredes del molde, comportándose de forma radial, aunque se mueva por un espacio 2.5D. Este comportamiento, conocido y expuesto en la literatura, [1], [18], [21], hace que la distancia geodésica permita definir el comportamiento radial del flujo en un plano 2D. Este hecho implica que, para el caso de geometrías 2.5D cuya preforma es isotrópica, nos sobra una dimensión, o mas concretamente, nos sobra 0.5D. En el caso de preformas no isotrópicas, como es el caso de la representación Figura 4-11, Figuran 4-12 (fila 3), la representación deja de ser radial debido a la no isotropía. También se pierde la radialidad cuando el flujo colisiona con el contorno del molde. Como ejemplo claro véase Figura 4-11 (fila 2), donde se inyectar un circulo desde un punto que no es el centro. Como podemos observar, el flujo, cuando colisiona ya no mantiene radialidad y linealidad en los FPDS resultantes.

La metodología aplicada en la generación de estos espacios discretos puede resumirse en el siguiente diagrama.

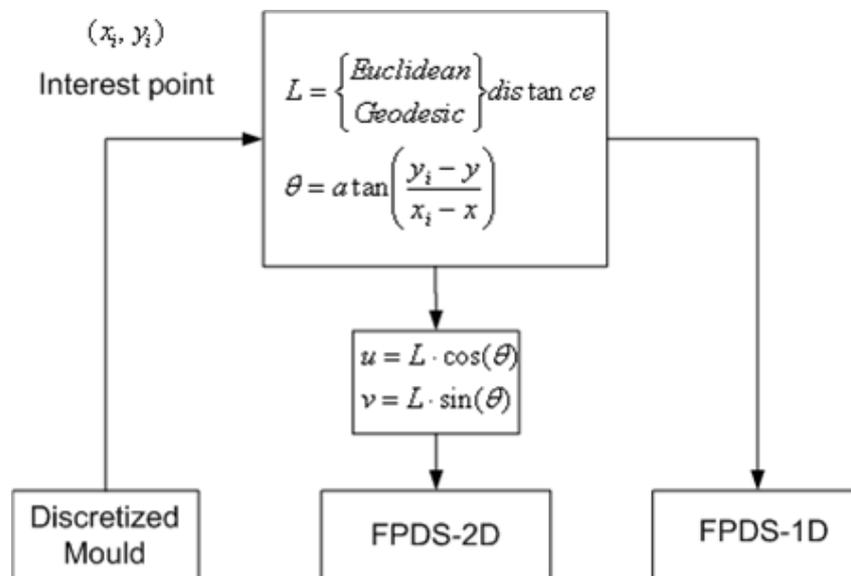


Figura 4-13 Metodología para la obtención de un FPDS.

Si, en vez de utilizar la distancia geodésica, utilizamos la distancia modelo, la geometría del espacio de configuraciones cambia, debido a las imprecisiones de la medida, ver Figura 4-14 . Así pues, el comportamiento no es radial en el FPDS-2D, y tampoco lineal en el FPDS-1D.

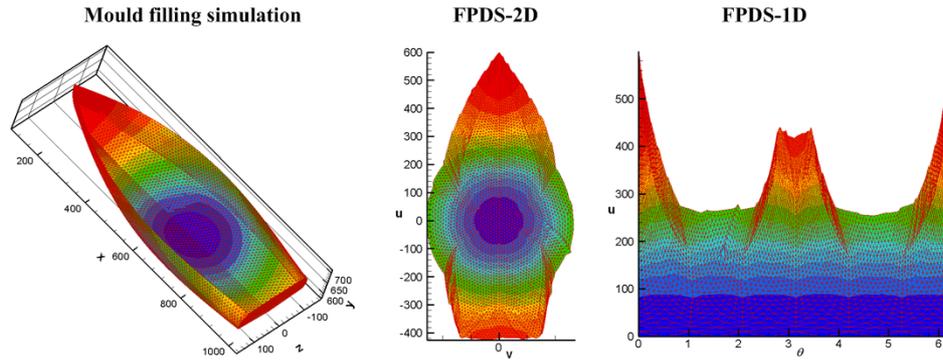


Figura 4-14 FPDS utilizando la distancia modelo en vez de la geodésica para el ejemplo del bote.

4.7 Definición de los espacios de patrón de flujo basado en tiempo

Los espacios de configuraciones basados en la distancia, FPDS nos proporcionan un espacio donde el comportamiento del flujo es radial o lineal. Este comportamiento es aproximado, ya que, solo se cumple en modelos isotrópico, mientras que el flujo no colisione con el contorno o con cualquier otro obstáculo. Así pues, los espacios de configuraciones anteriores se deben de considerar como una aproximación de este comportamiento deseado en los espacios de configuraciones resultantes. La forma de obtener un espacio de configuraciones, donde este comportamiento, radial o lineal sea exacto, independientemente de la interacción del flujo con el contorno o de las no isotropías, es mediante el uso de la simulación numérica. Seleccionando el tiempo al cual el flujo llega a cada nodo como parámetro libre, este comportamiento lo tendremos garantizado ya que, los nodos a los cuales el frente de avance llegue a la vez, se posicionaran a la misma distancia. A este tipo de espacio de configuraciones se le ha llamado, espacios de patrón de flujo basados en el tiempo, “*Flow Pattern Time Spaces (FPTS)*”. Así pues, el parámetro libre de los FPCS tenemos que seleccionarlo como;

$$\Psi(u) = f(t/\|t\|) \quad (4.17)$$

donde $\|t\|$ es la norma infinito o la norma máxima definida como;

$$\|t\|_{\infty} := \max(t) \text{ donde } t \geq 0 \quad (4.18)$$

En cada instante de tiempo, $t \in [0, T] \rightarrow \Psi(u) \in [0, 1]$, donde;

$$\lim_{t \rightarrow 0} \Psi(u) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow T} \Psi(u) = 1 \quad (4.19)$$

La representación del frente de avance, tanto en modo continuo como en discreto, es siempre una línea recta, en el espacio de configuraciones \mathfrak{R}^2 definido como, $\gamma_t(\Psi(u), \theta(u))$, FPTS-1D, ver Figura 4-15. En el otro espacio \mathfrak{R}^2 , FPTS-2D, computado como;

$$u = \Psi(u) \cdot \cos(\theta(u)), v = \Psi(u) \cdot \sin(\theta(u)) \quad (4.20)$$

el frente de avance, $\gamma_t(u, v)$, es siempre un círculo con centro en $\gamma_0(u, v)$, Figura 4-15, donde;

$$\lim_{t \rightarrow 0} \Psi(u) = 0 \rightarrow \gamma_0(u, v) = (0, 0) \quad (4.21)$$

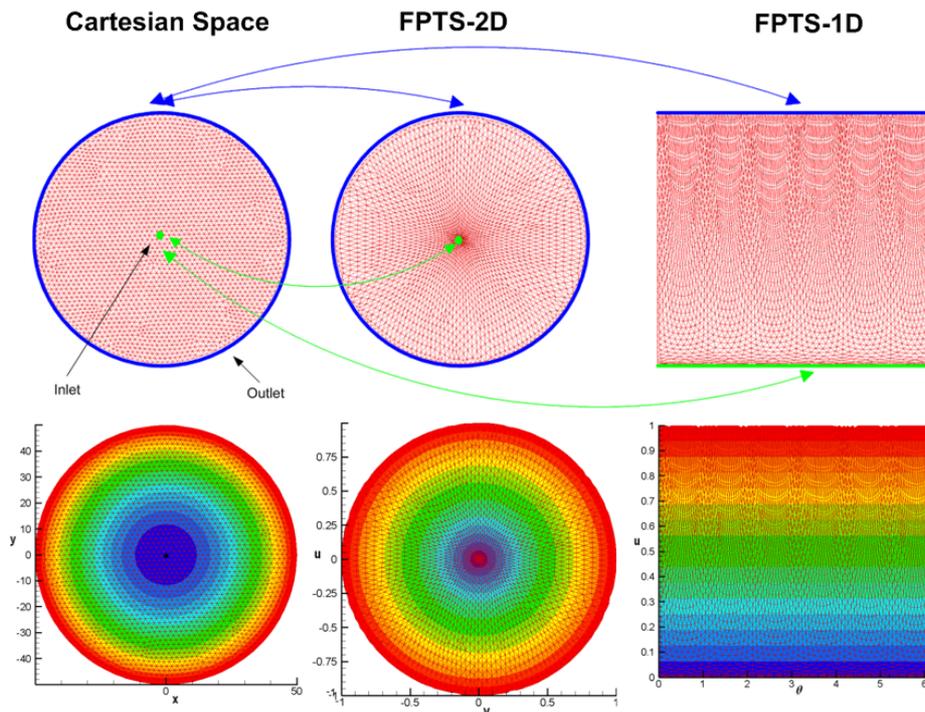


Figura 4-15 Espacios de patrón de flujo basados en el tiempo.

Debido a la propia definición de este tipo de espacios, la forma del frente de avance en el FPTS es la misma que para geometrías simples, las cuales se pueden resolver analíticamente sin la necesidad de simulación. En concreto, en el FPTS-1D, Figura 4-16 (izquierda), el frente de flujo tiene la forma de línea recta en todos los instantes de tiempo. En el FPTS-2D, Figura 4-16 (derecha), el frente de flujo tiene la forma de círculo para cualquier instante de tiempo. En ambos casos, la relación entre el tiempo y la posición del frente de avance con respecto al

inyector no es lineal. Esto implica que, en los espacios de configuraciones basados puramente en el tiempo, no sería posible utilizar la distancia euclidea como medida de distancia. El hecho de que, la relación distancia/tiempo no sea lineal, es debido a la técnica de llenado. Pensando en un llenado bidimensional, el crecimiento del radio en las cercanías del inyector no es la misma que cuando esta mas alejado. Esto implica que, para poder definir un espacio de configuraciones efectivo, donde la representación temporal se pueda utilizar como medida de la distancia, es necesario conocer la no linealidad distancia/tiempo y contrarrestarla. Para ello se van a utilizar las ecuaciones de comportamiento de flujo en los casos, unidimensional y bidimensional, analizadas para caudal y presión constantes.

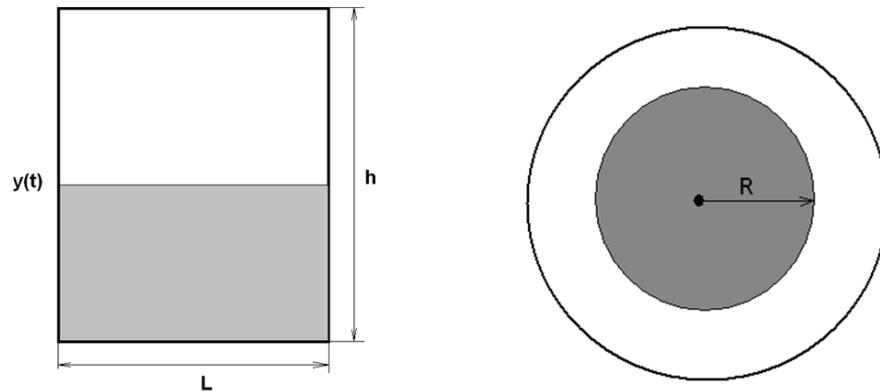


Figura 4-16 Unidimensional (izquierda). Bidimensional (derecha)

Centrando nuestra atención en el caso unidimensional, llenado a presión constante la ecuación del tiempo total de llenado es, [63],

$$t_{fill} = \frac{h^2 - x_0^2}{2 \frac{k}{\mu} P_i} \quad (4.22)$$

donde x_0 es la posición inicial del frente de avance, k es la permeabilidad de la preforma, h es la longitud del molde, μ es la viscosidad de la resina y P_i es la presión del inyector. Analizando esta ecuación en el FPTs-1D que hemos definido anteriormente, esta se puede reescribir como;

$$t_{fill} = \frac{\partial \Omega^2 - \gamma_0^2}{2 \frac{k}{\mu} P_i} \Bigg|_{t_{fill} = \|t\|} \quad (4.23)$$

Evaluando esta ecuación en un caso tipo, como puede ser el caso de un círculo con preforma isotrópica, inyectado desde el centro, siempre se cumplirá que $\gamma_o = 0$, ver Figura 4-15. También en este caso, la representación en el FPTs-1D del contorno, será $\partial\Omega = 1$, ya que el frente de avance siempre llegara a la vez al contorno, ver Figura 4-15. En cualquier caso, sea cual sea la dimensión del círculo, el tiempo de llenado, $t_{fill} = 1$, ya que $t_{fill} = \|t\|$, ver Figura 4-15. Así pues, podemos sustituir en la ecuación anterior, estos valores donde se puede deducir que;

$$1 = \frac{1^2 - 0^2}{2 \frac{k}{\mu} P_i} \rightarrow \boxed{\frac{k}{\mu} P_i = \frac{1}{2}} \quad (4.24)$$

Esto implica que, la transformación que sufren las variables del proceso, permeabilidad, viscosidad y presión, hacen que estas pierdan su sentido dimensional en el FPTs, y donde solo se conoce la relación entre ellas. En otras palabras, siguiendo con el ejemplo del círculo isotrópico de la Figura 4-15, sea cual sea la configuración de los parámetros del llenado, permeabilidad, viscosidad, presión, dimensión del círculo, etc., la representación en el FPTs-1D será siempre la misma, $\gamma_o = 0$, $\partial\Omega = 1$, $t_{fill} = 1$, dando como resultado el mismo FPTs-2D y 1D. Si aplicamos la relación de estas variables en la ecuación que relaciona la posición del frente de avance con el tiempo, [63], obtenemos que,

$$y(t) = \sqrt{x_0^2 + 2 \frac{k}{\mu} P_i t} \rightarrow \Psi_t = \sqrt{\gamma_o^2 + 2 \frac{1}{2} \frac{t}{\|t\|}} \rightarrow \boxed{\Psi_t = \sqrt{\frac{t}{\|t\|}}} \quad (4.25)$$

dando como resultado una relación no lineal espacio/tiempo raíz cuadrada.

Si nos focalizamos en el caso bidimensional con caudal constante, Q , la no linealidad distancia/tiempo es bastante más fácil de obtener. Para cada instante de tiempo el área impregnada se puede calcular como;

$$A(t) = \sum_{t=0}^t Q(\Delta t) \quad (4.26)$$

En otras palabras, la preforma impregnada en un instante de tiempo determinado, es la cantidad de resina que se ha introducido durante el tiempo de llenado. Así pues, dado que el caudal es constante podemos decir que;

$$\Delta A(\Delta t) = Q(\Delta t) \quad (4.27)$$

Es decir, el área impregnada durante un incremento de tiempo es el caudal introducido durante ese tiempo. Si ahora tomamos la ecuación del área de un círculo,

$$A = \pi \cdot R^2 \quad (4.28)$$

Podemos reescribirla como;

$$R = \sqrt{\frac{1}{\pi} \sum_{t=0}^t \Delta A(\Delta t)} \quad (4.29)$$

Como el área impregnada tiene una relación lineal con el tiempo a caudal constante, el área total del círculo tiene una relación lineal con el tiempo y podemos reescribir la ecuación anterior como;

$$R = \sqrt{\frac{1}{\pi} \|A\| \frac{t}{\|t\|}} \quad (4.30)$$

Donde $\|A\|$ es la norma infinito del área, $\|A\|_{\infty} := \max(A)$, es decir el área total a impregnar, y $\|t\|$ es la norma infinito, $\|t\|_{\infty} := \max(t)$, tiempo total de llenado. Con esto ya podemos deducir la no linealidad espacio/tiempo como,

$$\psi_t = \sqrt{\frac{\|A\|}{\pi} \frac{t}{\|t\|}} \rightarrow \psi_t = \sqrt{K \frac{t}{\|t\|}} \rightarrow \boxed{\psi_t = \sqrt{\frac{t}{\|t\|}}} \quad (4.31)$$

donde $K=1$ debido a que se debe cumplir la ecuación (4.19). Como podemos observar, la no linealidad espacio/tiempo para este caso es también la raíz cuadrada.

Si nos centramos ahora en el caso bidimensional a presión constante, la relación entre el tiempo y el radio se puede formular como, [66], [67],

$$t = \frac{\mu\phi}{2k\Delta P} \left[R^2 \ln\left(\frac{R}{r_{inj}}\right) - \frac{1}{2}(R^2 - r_{inj}^2) \right] \quad (4.32)$$

donde r_{inj} es el radio del inyector, cumpliendo que $r_{inj} > 0$. Así pues, en el FPTS, esta ecuación se puede formular como,

$$\frac{t}{\|t\|} = \frac{\mu\phi}{2k\Delta P} \left[\Psi_t^2 \ln\left(\frac{\Psi_t}{\gamma_0}\right) - \frac{1}{2}(\Psi_t^2 - \gamma_0^2) \right] \quad (4.33)$$

Desafortunadamente de esta expresión no se puede obtener una solución analítica para encontrar la no linealidad distancia/tiempo. Si reescribimos la ecuación anterior como;

$$\frac{t}{\|t\|} = K \left[\Psi_t^2 \ln\left(\frac{\Psi_t}{\gamma_0}\right) - \frac{1}{2}(\Psi_t^2 - \gamma_0^2) \right] \text{ donde } K = \frac{\mu\phi}{2k\Delta P} \quad (4.34)$$

podemos saber que $K=1$, debido a que se debe de cumplir la ecuación (4.19). También sabemos que en general, se cumple que $\gamma_0 \ll \Psi_t$. Ya que la no linealidad, no se puede obtener de forma analítica, se procederá a determinarla de forma empírica. Si seleccionamos $\gamma_0 = 0.001$, podemos simular la curva que relaciona la posición del frente normalizado, $\Psi_t/\|\Psi_t\| \in [0,1]$ con respecto al tiempo normalizado, $t/\|t\| \in [0,1]$, donde $\|\Psi_t\|_\infty := \max(\Psi_t)$ y $\|t\|_\infty := \max(t)$, ver Figura 4-17 (izquierda). Si en vez de representar el tiempo de forma lineal lo representamos como $\sqrt{t/\|t\|} \in [0,1]$, ver Figura 4-17 (derecha), podemos observar como la representación entre la posición del frente de avance y el tiempo normalizado esta muy cercana a ser lineal.

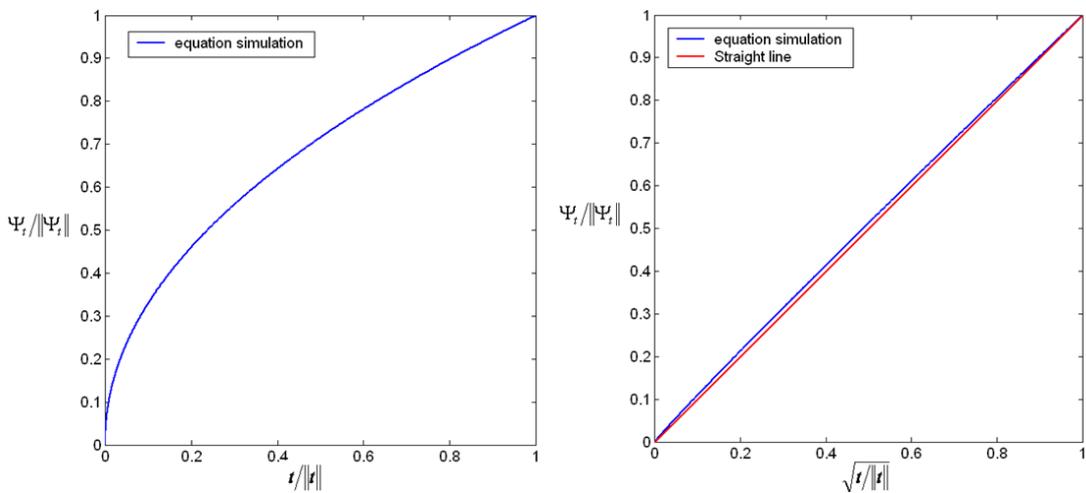


Figura 4-17 Evolución de la ecuación (izquierda). Evolución de la ecuación con la no linealidad raíz cuadrada (derecha).

Con todo esto, se puede asumir que, en el caso bidimensional a presión constante;

$$\psi_t \approx \sqrt{\frac{t}{\|t\|}} \quad (4.35)$$

Esta suposición será válida siempre que $r_{inj} \lll R$, algo que está garantizado en los procesos LCM.

Así pues, se puede concluir que la no linealidad distancia/tiempo a aplicar en los FPTs, para cualquier técnica de llenado, es la raíz cuadrada del tiempo normalizado. La aplicación de esta no linealidad, convierte el espacio temporal en un espacio euclídeo, pudiendo utilizar estos espacios en la medida de distancias. En la Figura 4-18 se muestra un molde complejo donde el inyector es un punto, mientras que en la Figura 4-19 se muestra un bote donde el inyector es una línea. Como vemos, la representación en el FPTs-2D es siempre una circunferencia con respecto al centro. Este centro representa al inyector independientemente de la forma que tenga en el espacio cartesiano. De la misma forma, en el FPTs-1D, los frentes de avance son siempre líneas rectas donde el inyector es siempre una línea recta colocada en el origen de coordenadas.

La transformación a FPTs se puede realizar indistintamente sobre la malla, o sobre la definición paramétrica del frente de avance y contorno. La necesidad de la simulación supone una gran ventaja y un gran inconveniente. Su gran ventaja es la capacidad de analizar cualquier tipo de modelo cuyo comportamiento sea posible simular, isotrópico, no isotrópico, isoterma, no isoterma, etc. La gran desventaja es el tiempo de cómputo introducido por la simulación, restándole eficacia computacional.

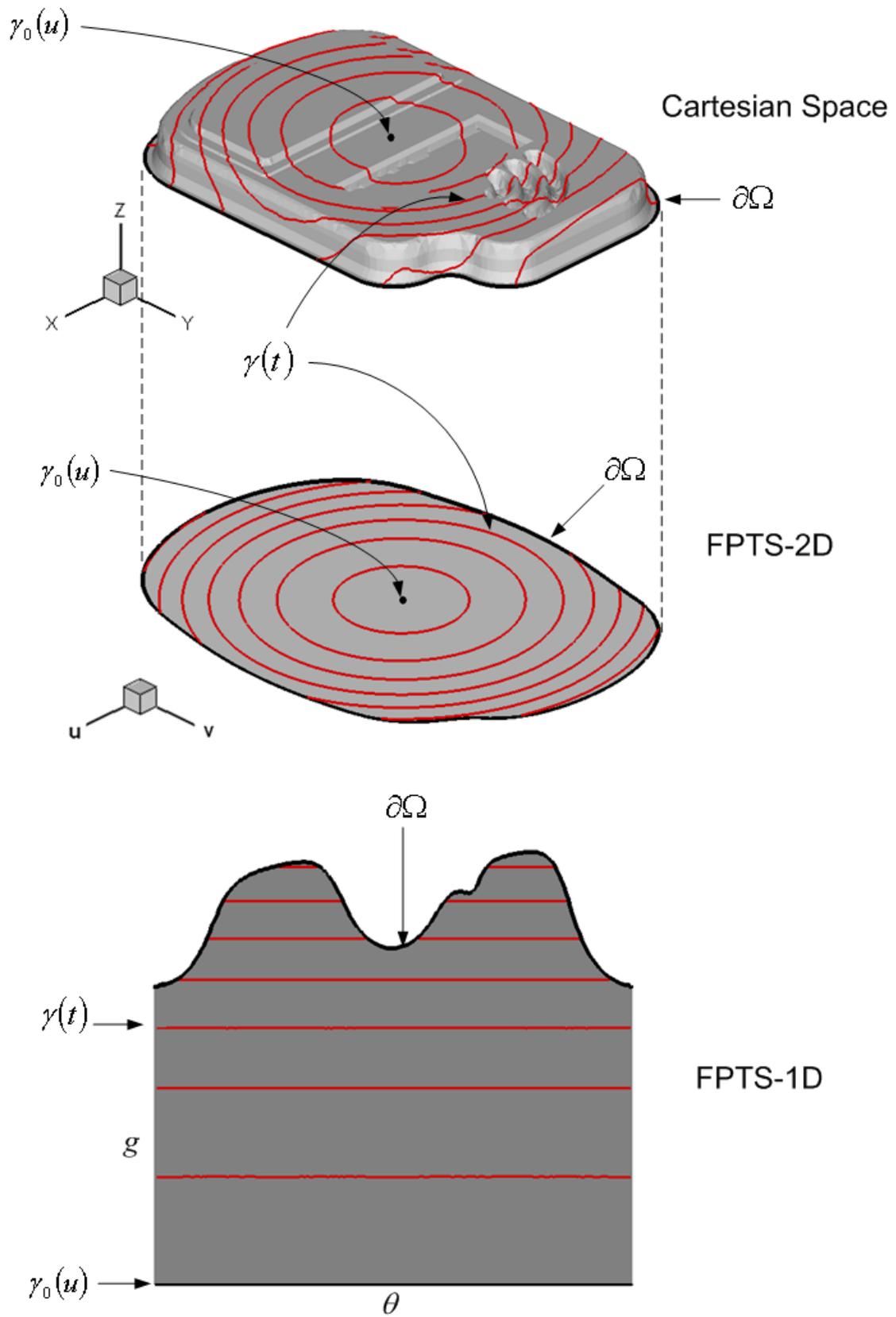


Figura 4-18 Ejemplo de los FPTS para un molde experimental.

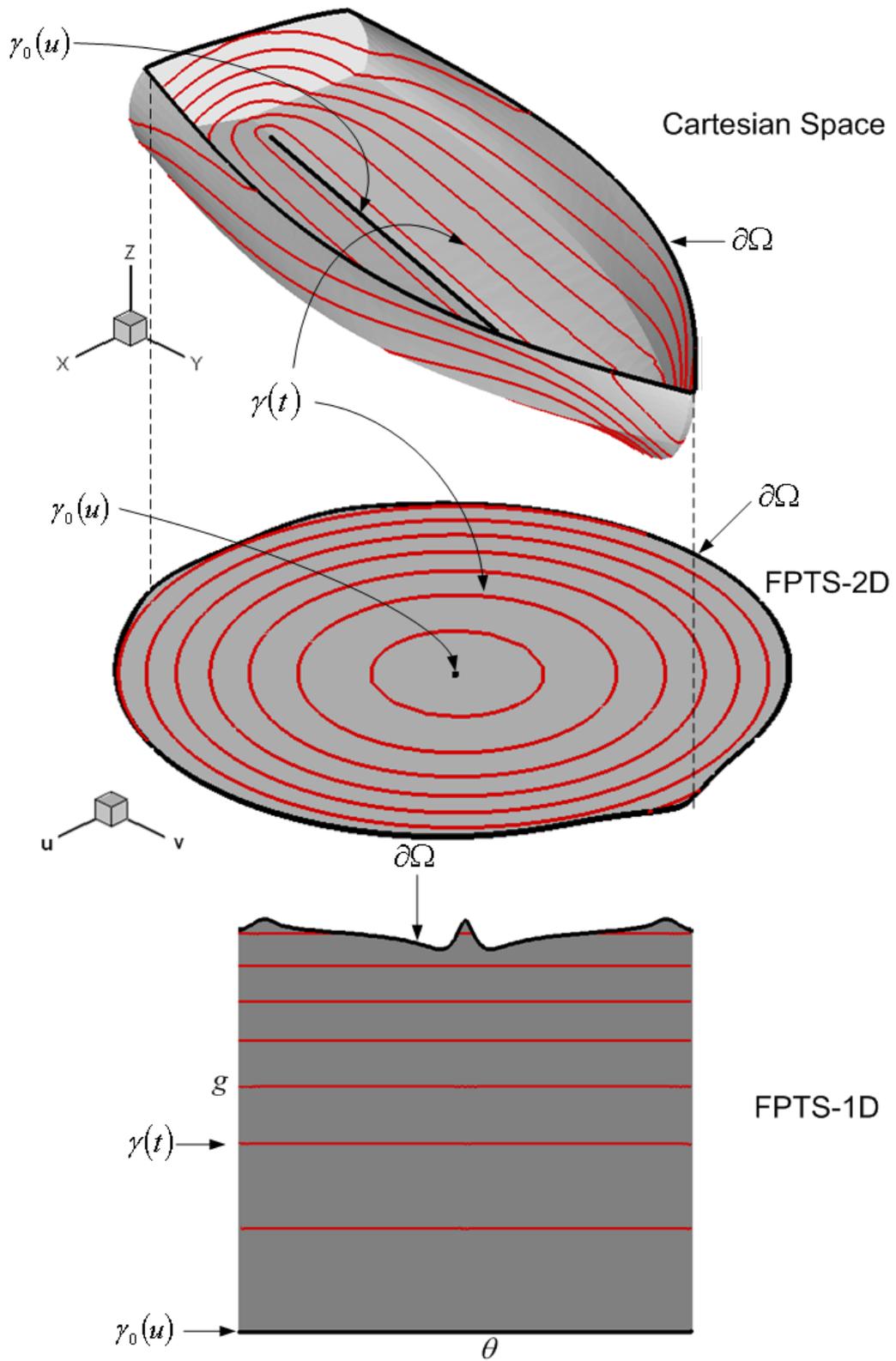


Figura 4-19 Ejemplo de los FPTS para una embarcación.

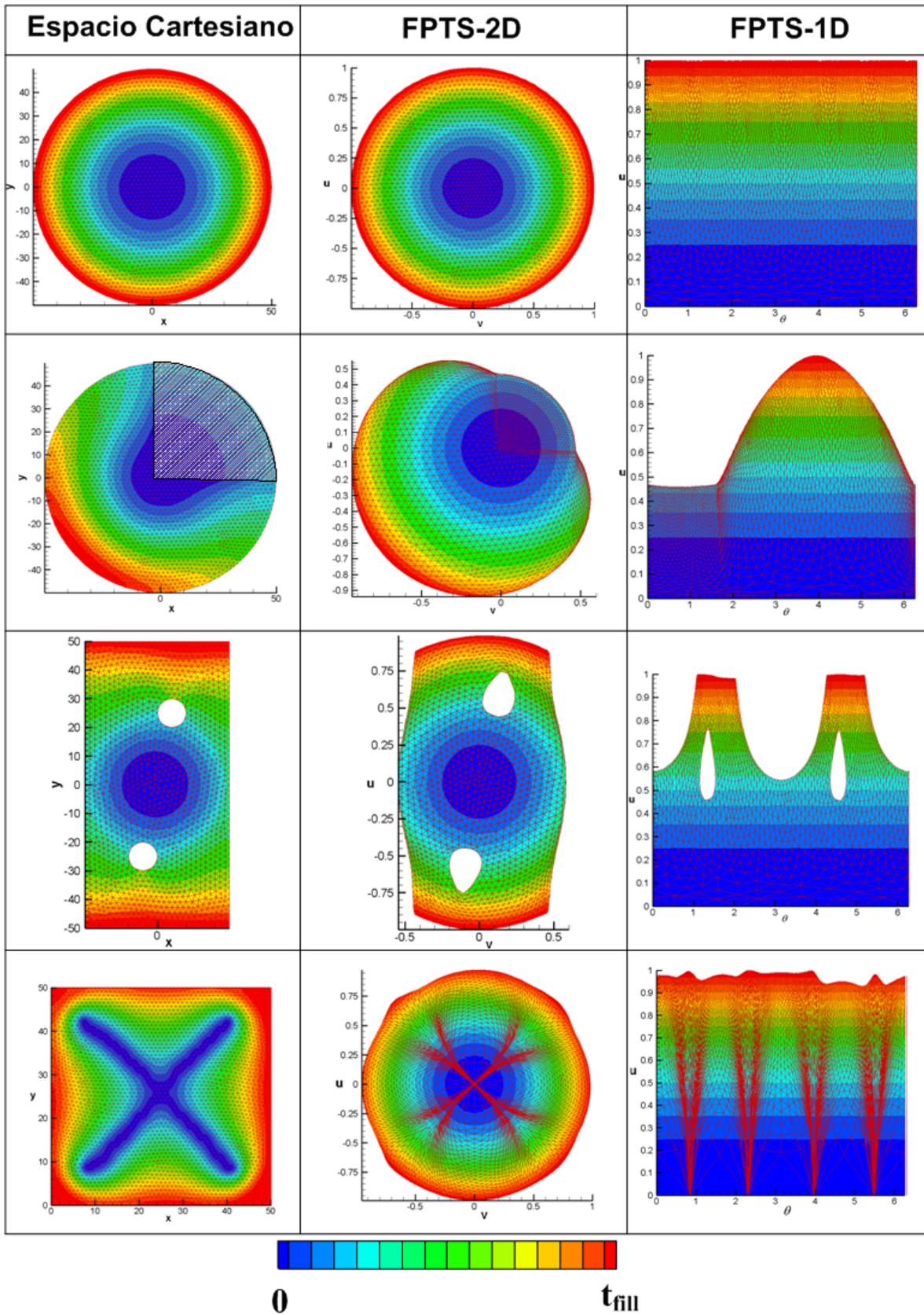


Figura 4-20 Ejemplos de FPTS para geometrías 2D. Se muestra el tiempo de llenado de la simulación en código de colores.

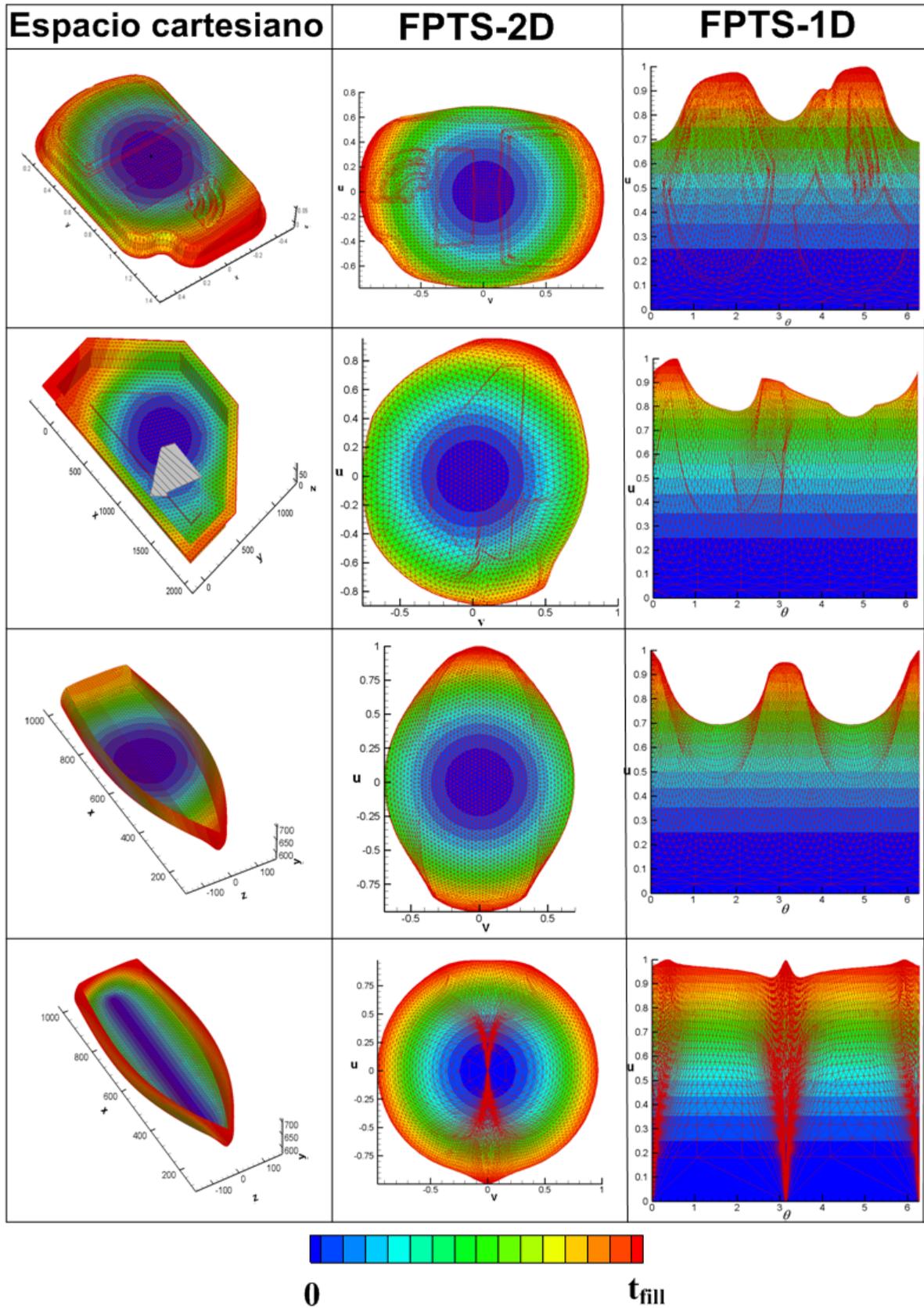


Figura 4-21 Ejemplos FPTS para geometrías 2.5D. Se muestra el tiempo de llenado de la simulación en código de colores.

En las Figura 4-20, Figura 4-21, se muestran ejemplos de la transformación discreta de este tipo de espacios realizados sobre diferentes geometrías. En estos ejemplos, se muestra superpuesta, la malla resultante con la simulación obtenida en el espacio cartesiano. En la Figura 4-20 se muestran ejemplos realizados sobre geometrías 2D. En la Figura 4-20 (Fila 1), se muestra un círculo inyectado desde el centro. Como vemos, la geometría en el FPTS-2D sigue siendo circular. En la Figura 4-20 (Fila 2) se muestra el mismo círculo, donde la zona sombreada tiene diferente permeabilidad. Como podemos observar, el la geometría circular del molde se contrae en el FPTS-2D, al igual que el FPTS-1D, en las zonas donde el flujo se desplaza más rápido. En la Figura 4-20 (Fila 3) se muestra un ejemplo donde la geometría tiene obstáculos. En la Figura 4-20 (Fila 4) se muestra un cuadrado donde el inyector es un aspa. Es interesante observar que en el espacio resultante, FPTS-2D, el contorno esta cercano a ser circular, al igual que en el FPTS-1D, una línea recta, indicándonos que el flujo esta llegando a la vez a el. En la Figura 4-21 se muestran ejemplos de estos espacios, pero para geometrías 2.5D. En la Figura 4-21 (Fila 1) se muestra un molde experimental complejo donde el inyector es un punto. En la Figura 4-21 (Fila 2) se muestra un molde experimental, pero donde la zona sombreada tiene distinta permeabilidad. En la Figura 4-21 (Fila 3 y 4) se muestra el resultado del FPTS para un bote inyectado, primero desde un punto y después desde una línea. Se observa que, al conseguir que el flujo llegue de forma más homogénea al contorno, este se vuelve mas circular.

4.8 Propiedades de los espacios de patrón de flujo

Los espacios de configuraciones utilizados en robótica móvil, así como los espacios de configuraciones propuestos en esta tesis para su uso en procesos LCM, son espacios topológicos, [68]. En particular, estos espacios son espacios métricos donde se puede definir una métrica. Esta métrica no tiene por que ser necesariamente una distancia. Así pues, un espacio métrico es un espacio topológico donde solo es necesario tener una idea de “*proximidad*”, [68]. El concepto de “*proximidad*” se define mediante una familia de puntos vecinos a cada punto, que no son necesarios en caso de realizar la transformación continua pero sí que lo son en el caso de realizar la transformación discreta. En el caso de trabajar con el dominio discreto, la familia de puntos son los nodos vecinos de cada nodo, sobre el que se realiza la transformación. Un ejemplo clásico de un espacio métrico son los espacios cartesianos, donde se define la geometría de los moldes en procesos LCM. En este caso, lo habitual es que el espacio métrico se discretize en elementos finitos con una topología particular donde los nodos y elementos finitos vecinos son conocidos.

Particularizando aun más en los espacios métricos, los espacios de configuraciones propuestos en esta tesis son espacios cociente, “*quotient spaces*” o “*identification spaces*”. Estos espacios tienen ciertas propiedades que se explican seguidamente;

Propiedad 1.- Relación entre el Espacio cartesiano y el FPCS

Una de las propiedades mas importantes de los espacios cociente es el conocimiento de donde esta cada punto, nodo, en ambos espacios, espacio cartesiano y espacio de configuraciones. Esta propiedad permite enlazar ambos espacios haciendo la transformación reversible. En el caso de disponer de un espacio continuo paramétrico, esta reversibilidad esta asociada al parámetro intrínseco. Así pues, la correspondencia entre puntos va asociada a que tengan el mismo parámetro. En el caso de trabajar con espacios discretos, la definición de un mallado por elementos finitos esta compuesto por dos tablas. La primera es una tabla numerada con las coordenadas de cada nodo. La segunda define como están conectados los nodos para formar los elementos finitos, que suelen ser triángulos, ver Figura 4-22.

Node	X	Y	Z
1	x_1	y_1	z_1
2	x_2	y_2	z_2
⋮	⋮	⋮	⋮
n	x_n	y_n	z_n

Node1	Node2	Node3
5	20	3
7	15	18
⋮	⋮	⋮
98	82	33

Figura 4-22 Definición de una malla por elementos finitos en el espacio cartesiano.

Cuando se construye un FPCS, se calcula la posición de cada nodo en el espacio de configuraciones. Así pues, se genera una nueva tabla donde la numeración de cada nodo se mantiene. Esto permite conocer la localización de cada nodo en el espacio cartesiano. La tabla de definición de elementos finitos se mantiene común a ambos, en el caso del FPCS-2D, ver Figura 4-23.

Mould in Cartesian Space																																																				
<table border="1" style="display: inline-table;"> <caption>Node Position</caption> <thead> <tr> <th>Node</th> <th>X</th> <th>Y</th> <th>Z</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>x_1</td> <td>y_1</td> <td>z_1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>x_2</td> <td>y_2</td> <td>z_2</td> </tr> <tr> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> </tr> <tr> <td>n</td> <td>x_n</td> <td>y_n</td> <td>z_n</td> </tr> </tbody> </table>	Node	X	Y	Z	1	x_1	y_1	z_1	2	x_2	y_2	z_2	⋮	⋮	⋮	⋮	n	x_n	y_n	z_n	<table border="1" style="display: inline-table;"> <caption>Finite Element connection</caption> <thead> <tr> <th>Node1</th> <th>Node2</th> <th>Node3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>5</td> <td>20</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>15</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> </tr> <tr> <td>98</td> <td>82</td> <td>33</td> </tr> </tbody> </table>	Node1	Node2	Node3	5	20	3	7	15	18	⋮	⋮	⋮	98	82	33	<table border="1" style="display: inline-table;"> <caption>Node Position</caption> <thead> <tr> <th>Node</th> <th>u</th> <th>v</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>u_1</td> <td>v_1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>u_2</td> <td>v_2</td> </tr> <tr> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> </tr> <tr> <td>n</td> <td>u_n</td> <td>v_n</td> </tr> </tbody> </table>	Node	u	v	1	u_1	v_1	2	u_2	v_2	⋮	⋮	⋮	n	u_n	v_n
Node	X	Y	Z																																																	
1	x_1	y_1	z_1																																																	
2	x_2	y_2	z_2																																																	
⋮	⋮	⋮	⋮																																																	
n	x_n	y_n	z_n																																																	
Node1	Node2	Node3																																																		
5	20	3																																																		
7	15	18																																																		
⋮	⋮	⋮																																																		
98	82	33																																																		
Node	u	v																																																		
1	u_1	v_1																																																		
2	u_2	v_2																																																		
⋮	⋮	⋮																																																		
n	u_n	v_n																																																		
<table border="1" style="width: 100%; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th>Node</th> <th>X</th> <th>Y</th> <th>Z</th> <th>Node1</th> <th>Node2</th> <th>Node3</th> <th>u</th> <th>v</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>x_1</td> <td>y_1</td> <td>z_1</td> <td>5</td> <td>20</td> <td>3</td> <td>u_1</td> <td>v_1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>x_2</td> <td>y_2</td> <td>z_2</td> <td>7</td> <td>15</td> <td>18</td> <td>u_2</td> <td>v_2</td> </tr> <tr> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> </tr> <tr> <td>n</td> <td>x_n</td> <td>y_n</td> <td>z_n</td> <td>98</td> <td>82</td> <td>33</td> <td>u_n</td> <td>v_n</td> </tr> </tbody> </table>			Node	X	Y	Z	Node1	Node2	Node3	u	v	1	x_1	y_1	z_1	5	20	3	u_1	v_1	2	x_2	y_2	z_2	7	15	18	u_2	v_2	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	n	x_n	y_n	z_n	98	82	33	u_n	v_n					
Node	X	Y	Z	Node1	Node2	Node3	u	v																																												
1	x_1	y_1	z_1	5	20	3	u_1	v_1																																												
2	x_2	y_2	z_2	7	15	18	u_2	v_2																																												
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮																																												
n	x_n	y_n	z_n	98	82	33	u_n	v_n																																												
FPCS-2D																																																				

Figura 4-23 Definición de un espacio de configuraciones (FPCS-2D) mediante elementos finitos.

En el caso de construir el espacio de configuraciones unidimensional, FPCS-1D, la tabla de posición de nodos y de elementos finitos no tiene la misma dimensión. Esto es debido a que, en el corte producido en la dirección del eje x , se introducen nodos y elementos finitos ficticios que solo existen en el espacio de configuraciones, ver Figura 4-10.

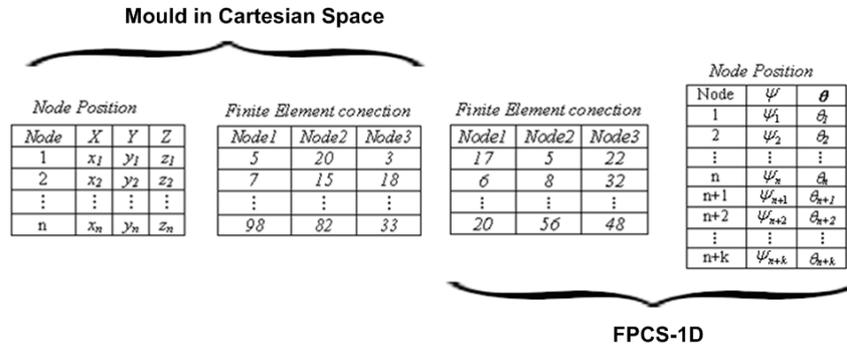


Figura 4-24 Definición de un espacio de configuraciones (FPCS-1D) mediante elementos finitos.

En este caso, la numeración de los nodos no cambia, es decir, la localización de los nodos en el espacio cartesiano son los nodos colocados en el intervalo, $[1 \dots n]$, mientras que los nodos que están en el intervalo $[n+1 \dots n+k]$, solo existen en el FPCS-1D. La tabla de conexión de los nodos en el espacio de configuraciones se modifica también, existiendo una tabla de conexión de nodos para cada espacio, ver Figura 4-24.

Propiedad 2.- Espacios Homotópicos

En topología, dos funciones continuas de un espacio topológico a otro se llaman homotópicas, (homos= identical y topos= lugar), si una puede deformarse de forma continua sobre la otra. Esta deformación se llama Homotopía entre dos curvas o funciones. Los espacios de configuraciones también pueden deformarse de forma continua entre ambos. Estos espacios deformables son un caso particular de los espacios cociente y se les conoce como espacios homotópicos. El espacio de configuraciones basado en el patrón de flujo es un espacio homotópico con el espacio cartesiano por que puede ser continuamente deformado. Por ejemplo, en la Figura 4-25, el canal de inyección se contrae a un punto en el FPCS-2D. En el segundo ejemplo, el punto de inyección se expande a una línea en el FPCS-1D. Como norma, el FPCS-2D contrae cualquier forma que tenga el inyector a un punto situado en el origen de coordenadas y el FPCS-1D transforma cualquier forma que tenga el inyector o punto de interés en una línea situada en el origen de las ordenadas.

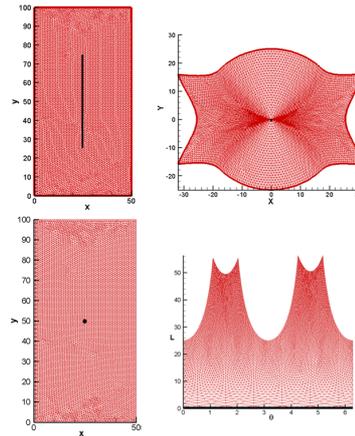


Figura 4-25 Ejemplos de homotopias en la construcción de un FPCS.

Propiedad 3.- *Discontinuidad entre espacios*

Otra propiedad particular de los espacios cociente es la discontinuidad entre ellos. Esto implica que una función continua definida en un espacio no tiene por que ser continúa en el otro y viceversa. En la Figura 4-26 se muestran ejemplos de estas discontinuidades.

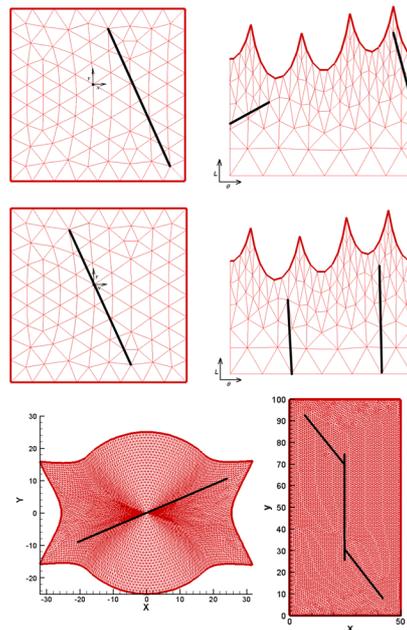


Figura 4-26 Ejemplos de discontinuidad.

Propiedad 4.- *Varianza en invarianza en la transformación a espacios de configuraciones*

Una propiedad adicional a los espacios cociente debida a las variables utilizadas en la transformación a FPCS, es la varianza e invarianza de los espacios resultantes. Por ejemplo, la geometría de un FPDS-2D, cuando el modelo esta definido en \mathfrak{R}^2 , no se ve modificada en

función del nodo seleccionado para la transformación, solo se ve modificado el origen de coordenadas, ver Figura 4-27.

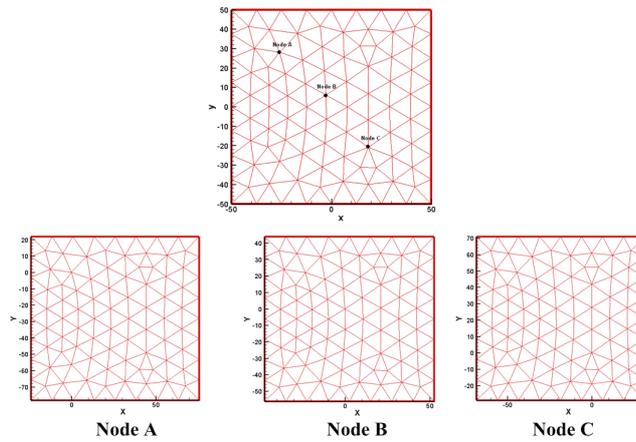


Figura 4-27 Invarianza de los FPDS- 2D para geometrías 2D.

Sin embargo, cuando la geometría del molde esta definida en \mathbb{R}^3 , la geometría resultante en el FPDS-2D, si que se ve modificada, Figura 4-28 .

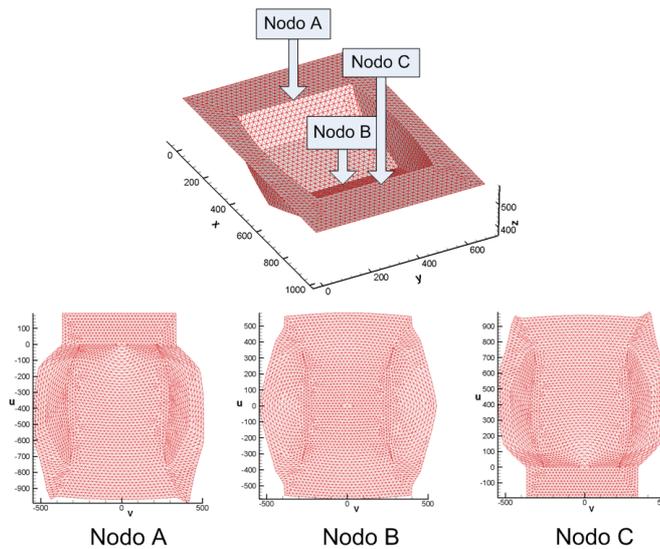


Figura 4-28 Varianza de los FPDS-2D con geometrías 2.5D.

Cuando se quiere trabajar con el FPTS, la geometría resultante es siempre dependiente del punto de transformación, independientemente de la dimensión del molde a tratar. Esto es debido principalmente, al comportamiento del flujo cuando alcanza el contorno, o un obstáculo, ya que es distinto en función del punto de transformación, ver Figura 4-29.

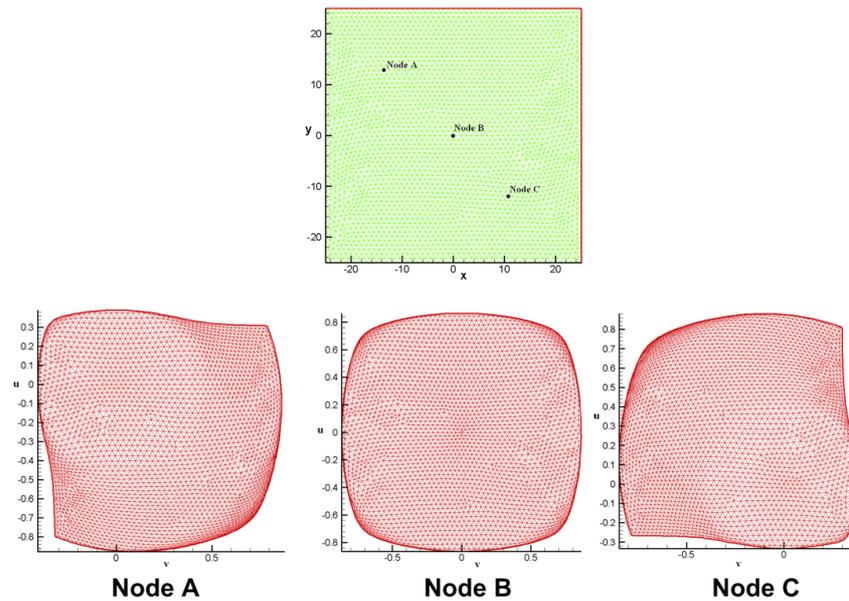


Figura 4-29 Varianza de los FPTS en función del punto seleccionado.

Propiedad 5.- Pliegues de la geometría de los espacios de configuraciones

Dada la definición de espacio de configuraciones basada en patrón de flujo, cabe la posibilidad de que se produzcan pliegues en los espacios de configuraciones resultantes. Si computamos el FPTS del ejemplo de la Figura 4-30;

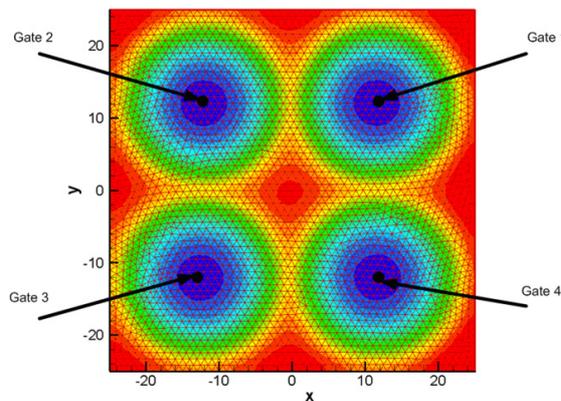


Figura 4-30 Simulación de un cuadrado desde cuatro inyectores

Obtenemos los espacios mostrados en la Figura 4-31. Como podemos observar, si mantenemos el mallado original tenemos la sensación de que el espacio se pliega sobre el centro en el caso del FPTS-2D y sobre el origen en el FPTS-1D.

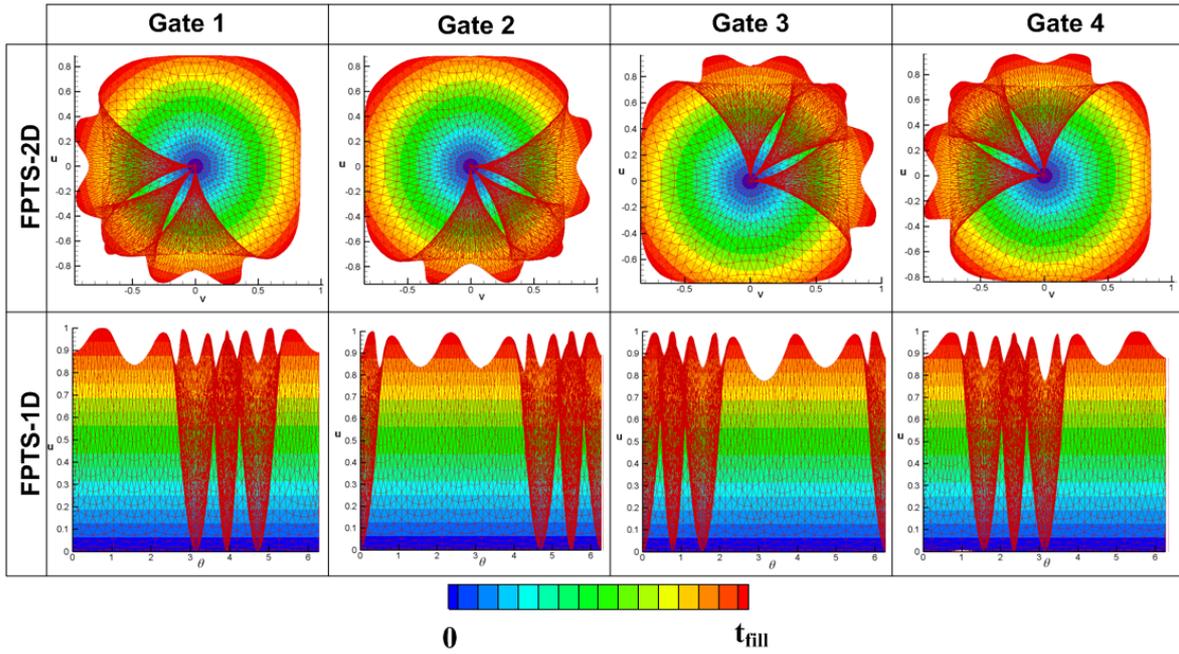


Figura 4-31 Espacios de configuraciones basados en patrón de flujo temporal visto desde cada inyector

En realidad, si no utilizamos la conexión de los nodos del espacio cartesiano, en los FPTS se están representando los nodos a los cuales el flujo llega al mismo instante de tiempo, ver Figura 4-32, mostrándonos la naturaleza monovariable de estos espacios.

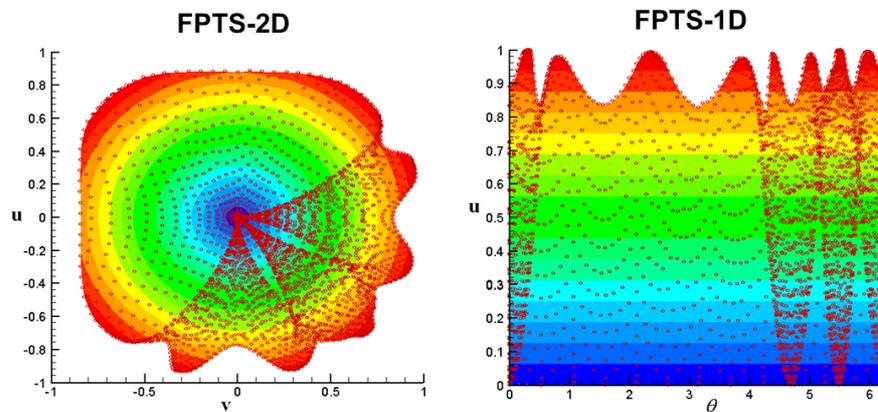


Figura 4-32 Representación del FPTS solo con nodos.

4.9 Conclusiones y trabajos futuros

En el presente capítulo se ha introducido un nuevo concepto en el tratamiento de la información en los procesos LCM, el espacio de configuraciones. Este concepto trata de representar el espacio sobre el cual trabajar, en un espacio alternativo al cartesiano representado mediante las variables del proceso. La aplicación de este concepto a los procesos LCM se le ha llamado “*Flow Pattern Configuration Spaces*” (FPCS), espacio de

configuraciones de patrón de flujo. El nombre es debido a que el espacio de configuraciones, desarrollado para cada variable en particular, predetermina un comportamiento de la resina durante el llenado, patrón de flujo. Las variables utilizadas para esta representación son dos, una fija y la otra variable. La primera es el ángulo formado por cada nodo con el punto de interés. Esta variable es fija para cualquier espacio debido a que cualquier llenado es radial desde el punto de inyección, forme o no forme un círculo. La segunda variable puede ser seleccionada en función de la aplicación que se le quiera dar al espacio resultante.

Como primera variable a analizar, se ha seleccionado la distancia entre nodos, ya que es una de las variables más utilizadas en los procesos LCM, [18], [21], [23], [24]. Esta transformación se puede realizar desde cualquier punto, es decir, tanto desde el inyector o el venteo. La forma de los inyectores o venteo no es relevante, pudiéndose tener en cuenta cualquier geometría de inyector o venteo de los procesos LCM. Para medir la distancia entre nodos se utiliza, para el caso de geometrías 2D, la distancia euclídea, mientras que para geometrías 2.5D, se utiliza la distancia geodésica. Los espacios resultantes se les han llamado espacios de patrón de flujo basados en distancia, “*Flow Pattern Distance Spaces*” (FPDS). Con estas variables, se definen dos alternativas de representación, una polar, llamada FPDS-1D y otra como resultado de la reconstrucción de las coordenadas en un plano 2D, llamada FPDS-2D. Sobre estos espacios, cuando el modelo es isotrópico, en el FPDS-2D, el comportamiento del flujo representado es radial, y en el FPDS-1D lineal. Esto es debido a que en las geometrías 2.5D, la gravedad no tiene efecto sobre el comportamiento del flujo cuando esta sube o baja por las paredes del molde. Este hecho implica que, para el caso de geometrías 2.5D cuya preforma es isotrópica nos sobra una dimensión, o más concretamente, nos sobra 0.5D y que únicamente mediante la distancia geodésica y el ángulo se puede representar de forma fiel una geometría 2.5D.

El comportamiento radial o lineal del flujo en el caso FPDS-2D y 1D respectivamente, es el objetivo a obtener en estos espacios, ya que nos indica la capacidad de utilizar la distancia euclídea como medida. En realidad, mediante la distancia, este comportamiento es solo aproximado ya que, cuando el flujo colisiona con el contorno del molde o con otro obstáculo, este comportamiento no se cumple. Para poder obtener un espacio que cumpla este comportamiento bajo cualquier supuesto, es necesario recurrir a la simulación. Si seleccionamos el tiempo al cual el flujo llega a cada nodo como parámetro, este comportamiento lo tendremos garantizado ya que los nodos a los cuales el frente de avance llegue a la vez, se posicionaran a la misma distancia en el FPDS resultante. A este tipo de espacio de configuraciones se les ha llamado, espacios de patrón de flujo basados en el tiempo, “*Flow Pattern time Spaces (FPTS)*”. Desafortunadamente, la relación distancia/tiempo no es lineal, siendo necesario conocer la no linealidad para poder obtener un espacio euclídeo.

Esta no linealidad es debida principalmente a la técnica de llenado del molde, presión y caudal constantes. En este capítulo, se concluye que la no linealidad espacio/tiempo es la raíz cuadrada del tiempo normalizado, independientemente de la técnica de llenado. Esto implica que, es posible concebir un espacio de configuraciones donde se pueda utilizar la distancia como medida, basado en una simulación numérica, ya sea isotrópico, no-isotrópico, isoterma, no-isoterma, y en general, de cualquier comportamiento del flujo que sea posible simular, añadiendo un tiempo de computo adicional.

La generación de espacios de configuraciones es un concepto muy amplio ya que en si, solo condiciona su construcción a variables del proceso. Así pues, es posible concebir multitud de espacios distintos con variables tan dispersas como la distancia, tiempo, tiempo de incubación, velocidad, permeabilidad, viscosidad, etc. Explorar estos espacios y sus aplicaciones y usos en los distintos procesos LCM es una de las líneas futuras a explorar.

Capítulo 5

Aplicación de los espacios de configuraciones en los algoritmos de optimización de localización de los canales de inyección en moldes de infusión.

5.1 Introducción

En el presente capítulo, se presenta una de las primeras aplicaciones que los espacios de configuraciones pueden tener en los procesos LCM, los algoritmos de optimización.

En la literatura, se establecen multitud de algoritmos de optimización para la localización de los inyectores y venteos óptimos, todos basados en tediosos y costosos algoritmos iterativos, los cuales, intentan mejorar su rendimiento computacional.

Mediante el uso de los espacios de configuraciones propuestos en el Capítulo 4, se puede obtener la posición y forma óptima del inyector, sin necesidad de iteraciones, ya que estos, eliminan la necesidad de algoritmos iterativos. La metodología propuesta es independiente de la dimensión y complejidad del molde, lo cual, permite obtener la solución, tanto para geometrías 2D, como para geometrías complejas 2.5D. Puesto que se elimina la necesidad de iteraciones, se reduce el tiempo de cómputo de la mejor solución propuesta hasta ahora (17 minutos para un cuadrado), pasando a ser segundos para una geometría compleja 2.5D. Los resultados de la aplicación de los espacios de configuraciones a algoritmos de optimización, se han publicado en [95], [97] y [98].

5.2 Algoritmos de optimización en procesos LCM

Una de las tareas más críticas a la hora de diseñar los procesos LCM, es la elección de la ubicación de los sistemas de transferencia de resina (entradas) y de extracción de aire (salidas). Una mala elección en la ubicación de estos sistemas, puede provocar imperfecciones en el llenado, zonas secas, burbujas, tiempo de llenado excesivo, necesidad de sangrado, etc. En los procesos de contramolde rígido, como el RTM, el número de entradas/salidas tienen un coste añadido a considerar, ya que estos sistemas deben de ser colocados a través del mismo.

En la literatura, podemos encontrar gran cantidad de algoritmos de optimización para resolver el problema de la ubicación y cantidad mínima de entradas/salidas, necesarias para obtener llenados óptimos, [14], [15], [16], [17], [18], [19]. Por el contrario, no existen muchas propuestas para optimizar los procesos de contramolde flexible, [20], [21].

En general, los algoritmos de optimización propuestos hasta la fecha, se basan en la simulación por elementos finitos acoplados a algoritmos genéticos. Estos algoritmos, conllevan un alto coste computacional (horas) para encontrar una solución aceptable. En la literatura, se proponen mejoras para reducir tanto el tiempo de la simulación como del algoritmo genético. En [17], se propone el uso de redes neuronales para sustituir a la simulación mientras que en [18], [21], se utiliza la distancia entre los nodos de la malla y los nodos por donde va a entrar la resina como aproximación de la simulación. En [19] se mejora el tiempo de computo del algoritmo genético mediante el uso de la técnica “Branch and bound”. En la Figura 5-1 se muestra un esquema resumen de las técnicas utilizadas para el desarrollo de los algoritmos de optimización de procesos LCM.

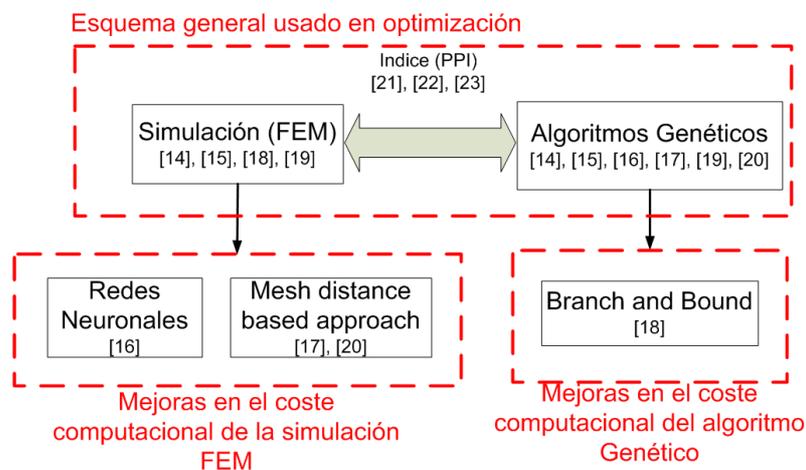


Figura 5-1 Estado del arte de algoritmos de optimización usados en procesos LCM.

Todos los algoritmos de optimización tienen una función objetivo a minimizar. Esta función suele estar basada en la reducción de los tiempos de llenado, prevención de zonas secas, curado homogéneo, etc. Así pues, existe una línea de investigación focalizada en definir índices numéricos que nos midan la bondad de los llenados, [22],[23], [24]. A estos índices se les conoce como “*Process Performance Index (PPI)*”. En [22], así como en los algoritmos de optimización propuestos en [16], [18], las variables utilizadas en el índice son, el tiempo de llenado y la prevención de zonas secas. En [23] se propone un índice con los mismos objetivos que en [22], [16], [18], pero donde las zonas secas se previenen mediante la orientación correcta del frente de avance con respecto al venteo. Este índice se mejora en [24] con la inclusión del tiempo de incubación como parámetro a optimizar.

Aunque existen gran cantidad de aportaciones sobre como colocar los inyectores y venteos en procesos de contramolde rígido, RTM, no ocurre lo mismo para procesos de contramolde semirígido. Esto se debe principalmente a que, debido a la naturaleza del contramolde, es posible introducir canales de distribución, donde estos pueden tomar formas complejas. Así pues, a diferencia de los procesos de contramolde rígido donde los venteos e inyectores son puntos, en los procesos de contramolde flexible, las entradas y salidas son curvas con una forma y ubicación concreta dentro del molde. Existen varios componentes que se pueden ser utilizados para la construcción de estos canales de distribución. En el siguiente subapartado se hace una revisión de las alternativas.

5.3 Componentes para definir los canales de entrada/salida en procesos de contramolde flexible

A diferencia de los procesos de contramolde rígido, RTM, en los procesos de contramolde flexible como el VI, es posible introducir en la parte donde el acabado de la pieza no es relevante, estructuras de distribución de la resina para mejorar sobre todo, el tiempo total de llenado, ver Figura 5-2.

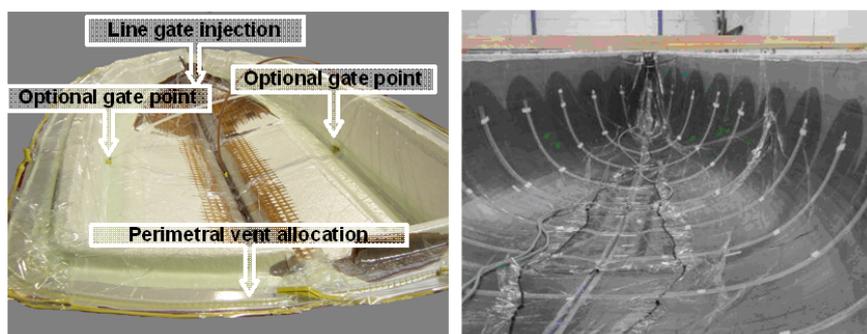


Figura 5-2 Canales de distribución en procesos de contramolde flexible.

Estos procesos suelen ser lentos debido al bajo gradiente de presiones y a las dimensiones de las geometrías a infundir. Es por ello que la inclusión de este tipo de canales se hace necesaria para reducir los tiempos de ciclo. Utilizando estos como en la Figura 5-2, el llenado de un bote de 11.8 m de casco se puede finalizar en 195 min. Los componentes mas usuales para construirlos suelen ser las mallas de infusión, “*infusion mesh*”, Figura 5-3 (izquierda), y las espirales “*Spiral blind (pipes)*” Figura 5-3 (derecha).

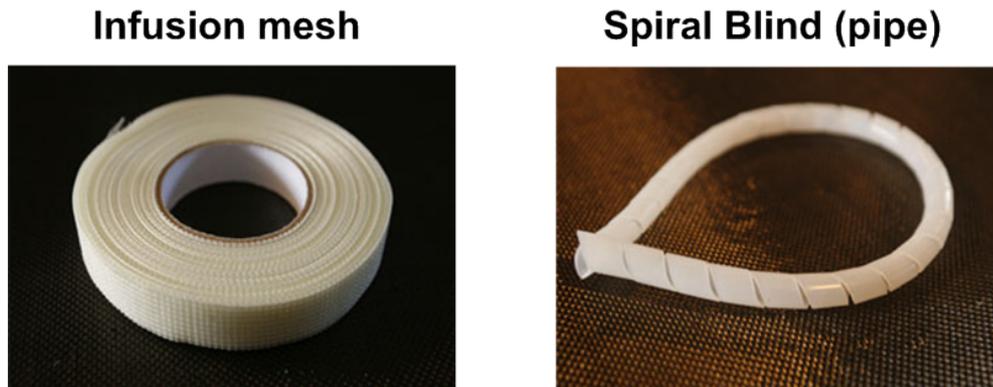


Figura 5-3 Componentes utilizados para la construcción de canales de distribución.

Las mallas de infusión, “*infusion mesh*”, son un tipo de tejido por donde la resina corre mucho mas rápido que por la preforma. Así pues, para acelerar el proceso de llenado, se puede cubrir casi toda la superficie con este tipo de tela. El problema con el que nos podemos encontrar es que la resina llegue al venteo sin que esta haya impregnado la preforma en la dirección z, grosor, [20]. Así pues, el uso de este tipo de elementos debe de tratarse con mucho cuidado.

El uso de las espirales, “*spiral blind (pipe)*”, no tienen el problema de las mallas de infusión. Estos componentes son tuberías huecas construidas con una tira de plástico enrollada en forma de espiral. Por dentro de la tubería, la resina fluye a mucha mas velocidad que por la preforma. Cuando el canal esta lleno de resina, la resina empieza a impregnar la preforma a través de los huecos que dejan las espiras. La permeabilidad efectiva de estos canales de inyección se puede obtener mediante la ley de Poiseuille y la Ley de Darcy. Con la ley de Poiseuille tenemos la siguiente relación, [72];

$$Q = \bar{u}\pi r^2 = \frac{\pi r^4}{8\mu} \nabla P \quad (5.1)$$

Donde r es el radio de la espiral, Q es el caudal que fluye por al espiral, μ es la viscosidad y, ∇P es el gradiente de presiones. El flujo en la preforma se puede describir utilizando la ley de

Darcy, [3], donde la velocidad superficial \bar{u} , la permeabilidad isotrópica K , la viscosidad de la resina μ , y el gradiente de presiones, P se relacionan como;

$$\bar{u} = -\frac{K}{\mu} \nabla P \quad (5.2)$$

Combinando ambas leyes podemos obtener la permeabilidad efectiva de una espiral de radio r como,[21];

$$K = \frac{r^2}{8} \quad (5.3)$$

Por ejemplo, considerando una espiral de radio $r = 12 \cdot 10^{-3} m$, esta tiene una permeabilidad efectiva de $K = 1.8 \cdot 10^{-5} m^2$. Si comparamos la permeabilidad efectiva de la espiral con, por ejemplo una preforma de 10 láminas de Twill Weave, $K = 6 \cdot 10^{-10} m^2$, podemos observar por simple comparación, como de efectivo es este componente como canal de distribución.

El principal inconveniente de utilizar canales de distribución para mejorar los tiempos de llenado es conocer su ubicación y forma óptima. En la industria, este problema se resuelve por equipos expertos mediante prueba y error, basándose en la experiencia previa acumulada. Estos equipos suelen utilizar una combinación de ambos elementos, malla de infusión y espirales. En estos casos, las espirales definen la forma de la boquilla y la malla de infusión ayuda en la distribución del flujo en el inicio del llenado, colocando un tramo estrecho de esta debajo de la espiral, ver Figura 5-4.

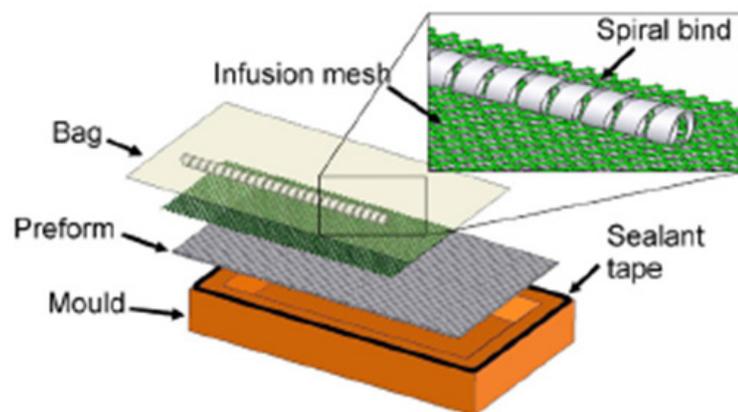


Figura 5-4 Configuración usual utilizada por los equipos expertos en aplicaciones industriales.

5.4 Objetivo y suposiciones previas de los algoritmos de optimización.

Como podemos observar en los artículos publicados hasta hoy sobre optimización sobre este tema, el objetivo es localizar la ubicación correcta de las entradas/salidas para conseguir llenados lo mas ideales posibles. El principal inconveniente de los algoritmos propuestos hasta hoy es el excesivo tiempo de cómputo. La técnica FEM+algoritmos genéticos es extremadamente ineficiente, horas para obtener la ubicación de las boquillas en procesos RTM. Cuando se trata de abordar el problema de optimizar los procesos de contramolde flexible el problema aumenta de complejidad debido a que las entradas/salidas son canales de distribución, con forma, tamaño y ubicación concretas. Así, en el ultimo, y único trabajo según los conocimientos de autor, que aborda el problema de la optimización de los canales de distribución para procesos de contramolde semirígido, [21], la optimización de un rectángulo, con un 2.01 Ghz PC, le cuesta 17 minutos, utilizando la distancia nodo a nodo como simulación y el algoritmo genético para la búsqueda. Además, en este trabajo los venteos son puntuales, algo que no se ajusta a la necesidad de los procesos de contramolde flexible, sobre todo a los VI. En estos procesos, el venteo se coloca en todo el perímetro del molde con el objetivo de distribuir mejor el vacío y minimizar así las discrepancias de presión local. Por esta razón, en el algoritmo propuesto en este capítulo, el venteo estará siempre dispuesto en el contorno del molde.

El objetivo del presente capítulo es obtener un algoritmo de optimización con el menor coste computacional posible y que se ajuste a las necesidades del proceso. Bajo este punto de vista, el caso ideal no es obtener un algoritmo, sino una metodología sin iteraciones, que elimine la necesidad del algoritmo genético. En el mismo sentido, evitar la simulación debe de ser otra de las líneas de actuación para reducir al máximo el tiempo de cómputo.

Antes de desarrollar la metodología propuesta, es necesario definir unas suposiciones previas. Como en [21], no se considera la presión en la dirección z , ya que el grosor de las piezas suele ser despreciable en comparación con el tamaño en los otros dos ejes. Esto convierte a las geometrías en lo que se conoce como 2.5D. Con esta aproximación estamos suponiendo que el flujo es uniforme en la dirección z .

El inyector estará compuesto por espirales. En la espiral, se asume que todo el canal está sometido a presión atmosférica, misma presión en todos los puntos. También se asume que el flujo corre mucho mas rápido por la espiral que por la preforma. El error cometido en estas suposiciones se puede minimizar diseñando el valor del radio de la espiral. Por ejemplo,

tomando valores reales de permeabilidad para los procesos de infusión, donde la preforma modifica su permeabilidad con la presión, [8], [12], una preforma “Twill weave” con 10 laminas tiene una permeabilidad en su estado no compresivo, $6 \times 10^{-10} \text{ m}^2$. La compresión de esta preforma hace que la permeabilidad varíe en un factor 10. Así pues, seleccionando el radio de espiral, $5 \times 10^{-3} \text{ m}$, la permeabilidad de este es $3.12 \times 10^{-6} \text{ m}^2$. Como se puede observar, la diferencia es sustancialmente elevada para asumir despreciable las diferencias de velocidad del flujo entre la espiral y la preforma.

Para poder obtener una metodología de cálculo computacionalmente eficiente, se va a hacer uso de los espacios de configuraciones. Así pues, se establecen dos vertientes, la aproximada, con los espacios de configuraciones basados en distancia, y la exacta, basada los espacios de configuraciones basados en el tiempo. Mediante el uso de la distancia se consigue eliminar la simulación, suponiendo como en [18], [21], que los nodos primeros en llenarse son los mas cercanos al inyector, los siguientes en llenarse los mas cercanos a los ya llenados, etc. Aunque esta suposición es localmente cierta, en [14] muestran que esta suposición no es globalmente asumible si existen diferentes tipos de flujos (radial, lineal, etc.). Para evitar este problema, la solución propuesta en este capítulo estará compuesta por un único spiral, donde no cabe la posibilidad de colocar distintos espirales, no conectados entre ellos

5.5 Triangulación de Delaunay. Skeleton

Uno de los criterios más utilizados en procesos LCM en los algoritmos de optimización y en los índices numéricos (PPI) es la distancia, [18], [21], [23], [24]. En los algoritmos de optimización, [18], [21], esta distancia se usa para eliminar la necesidad de la simulación, asumiendo que esta equivale al tiempo de llenado. Así pues, la función objetivo en los algoritmos propuestos en [18], [21], es minimizar esa distancia, para minimizar así el tiempo total de llenado. En los índices de llenado “PPI”, [23], [24], esta distancia se utiliza para medir cómo de idónea es la forma del frente de avance en cada instante de tiempo. La desviación típica entre la distancia de los nodos del frente de avance y los nodos que forman el venteo se utiliza como criterio de medida en cada instante de tiempo. Esto implica que, si consideramos al inyector como el frente de avance en el instante de tiempo inicial, este deberá también distar igual con respecto al venteo. Focalizando este concepto para procesos de infusión, la forma optima de la espiral, así como su ubicación en el molde, deberá de cumplir esta premisa con respecto al venteo (contorno). Bajo este supuesto, el problema de obtener el canal de distribución idóneo se convierte en un problema geométrico. Considerando un conjunto de puntos que formen el venteo, contorno del molde, la solución a este problema se puede conseguir aplicando la triangulación de Delaunay. De esta, se obtienen los círculos que son

tangentes con al menos tres puntos definidos como vértices, ver Figura 5-5. Los centros de estos círculos son conocidos como vértices de Voronoi.

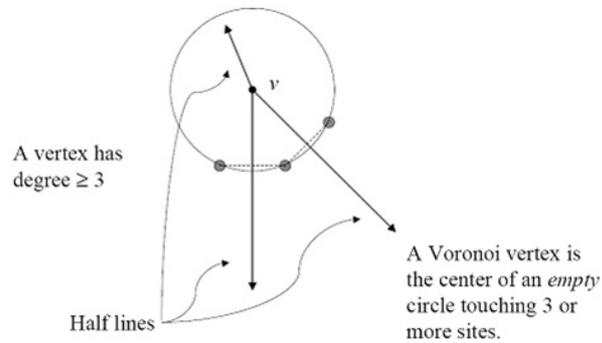


Figura 5-5 Triangulación de Delaunay. Vértices de Voronoi.

La triangulación de Delaunay se usa comúnmente en aplicaciones CAD para la generación de mallas, dado un conjunto de puntos. Esta técnica también es utilizada en procesos LCM, [74], donde su principal utilidad es evitar el uso de un mallado predefinido en la simulación. Este método de triangulación se puede utilizar indistintamente para una nube de puntos definida en \mathbb{R}^2 o en \mathbb{R}^3 , simplemente sustituyendo los círculos por esferas. La tangencia con el contorno se mide siempre mediante la distancia euclídea. Desafortunadamente para nuestro proceso, el uso de esferas en el caso \mathbb{R}^3 no nos es útil, ya que no podemos utilizar la distancia euclídea en geometrías 2.5D. Por esta razón, esta técnica solo es aplicable a espacios euclídeos y por esta razón, vamos a utilizar en los espacios de configuraciones 2D que representan un espacio euclídeo de geometrías 2.5D. La aplicación de la triangulación de Delaunay en espacios \mathbb{R}^2 tiene su particular aplicación en algoritmos de visión artificial, [69]. En este caso, la triangulación de Delaunay se aplica a los contornos de los objetos detectados en una imagen, devolviendo una curva que se usa para el reconocimiento de patrones. Esta curva es conocida en los algoritmos de visión artificial como Skeleton, esqueleto de un objeto. Los centros resultantes, están siempre conectados como una curva cerrada, ya que mantienen la misma conexión que los puntos del contorno.

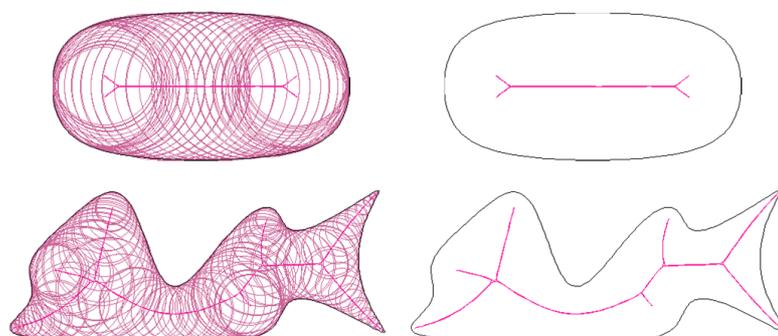


Figura 5-6 Círculos Bi-tangentes y centros (izquierda.). Skeleton (derecha).

5.6 Cálculo del canal de inyección óptimo mediante el FPDS.

Como se explicó en el apartado anterior, para que la aplicación de la triangulación de Delaunay sea efectiva, esta se debe de calcular en espacios donde la distancia euclídea, sea una medida correcta de la distancia. Esto implica que, no se puede aplicar directamente a geometrías 2.5D. Por esta razón, el Skeleton se realizará siempre sobre los espacios de configuraciones 2D.

Como primer ejemplo, vamos a aplicar esta técnica sobre un círculo, geometría 2D que no se ve modificada en la transformación a FPDS-2D, ver Capítulo 4, Apdo. 4.8. En este caso particular, daría lo mismo aplicarlo sobre la geometría en el espacio cartesiano que en el FPDS-2D. En este simple ejemplo, la posición óptima del inyector esta situada en el centro del círculo, es decir, el punto que dista igual a todos los puntos del contorno, ver Figura 5-7 (Izquierda). Así pues, si simulamos esta solución desde ese punto obtenemos un llenado donde el flujo alcanza el contorno en el mismo instante de tiempo, ver Figura 5-7 (Derecha).

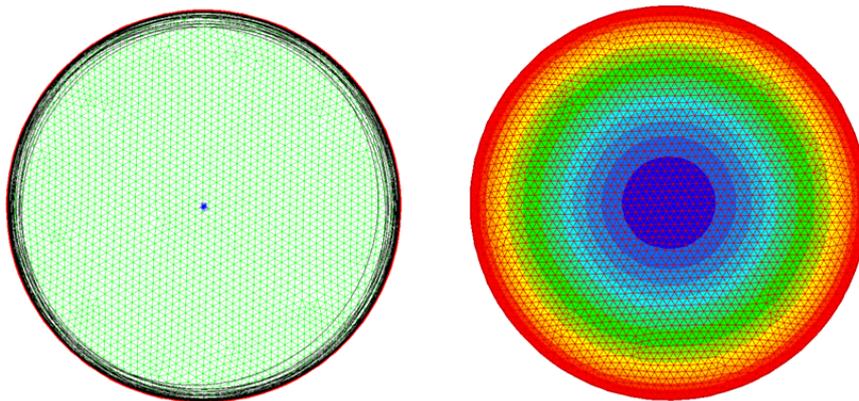


Figura 5-7 Vértices de Voronoi (izquierda.). Simulación desde el nodo óptimo (derecha).

En la Figura 5-8 se muestra el Skeleton para una geometría cuadrada.

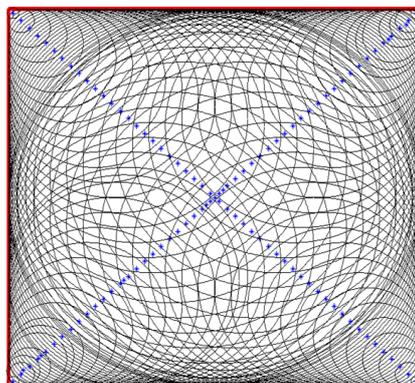


Figura 5-8 Skeleton para un cuadrado.

Cada centro lleva asociado un radio; medida de la distancia de ese punto con el contorno. Esta distancia define la influencia que cada centro tiene sobre el llenado. El centro con el valor de radio máximo, es el punto de inyección con mayor influencia. El inyector óptimo, tamaño y forma, se define mediante un número determinado de estos centros, empezando desde el punto de máxima influencia y finalizando en un número concreto de estos. En la Figura 5-9 se muestran los resultados de los llenados, seleccionando un número de centros distinto. Para realizar estas simulaciones, se han considerado inyectores a los nodos más cercanos.

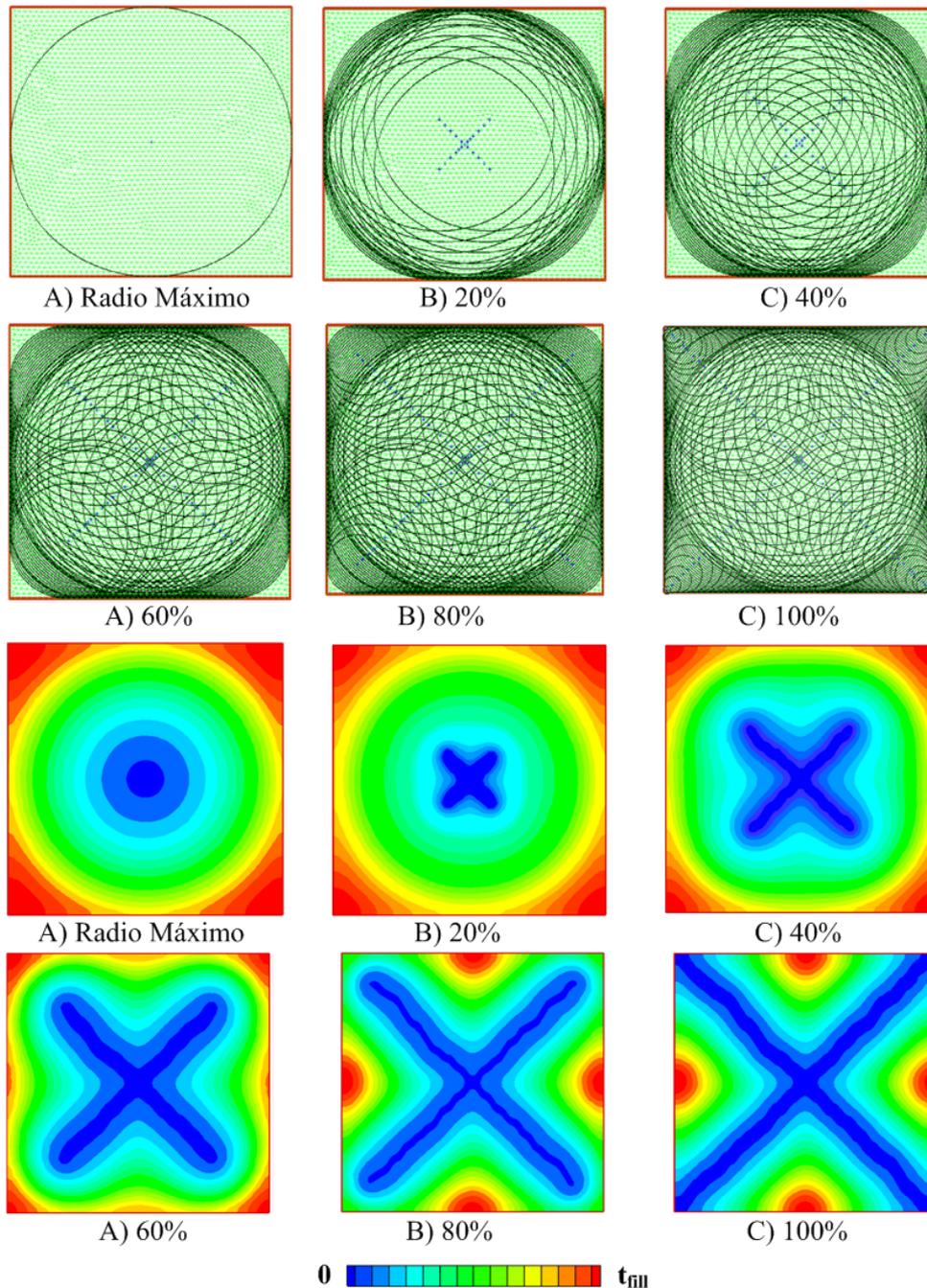


Figura 5-9 Centros tenidos en cuenta. (Arriba). Resultado de la simulación (Abajo)

A la vista de estos resultados, se podría decir que el número óptimo de centros para conseguir, que el flujo llegue de forma más homogénea al contorno, y al mismo tiempo, reducir el tiempo de llenado total, estaría entre el 40% y el 60% de estos.

Para poder determinar de forma precisa, cual es el número óptimo de centros, se desarrolla el FPDS-1D, desde el FPDS-2D, solo para los puntos del contorno. En esta representación, si el número de puntos es el óptimo, el contorno tendrá una forma, lo más cercana a una línea recta, indicándonos que dista igual a todos ellos. Por ejemplo, seleccionando el rectángulo de la Figura 5-10, la representación del contorno del molde en el FPDS-1D en función del número de puntos utilizados, se muestra en la Figura 5-11;

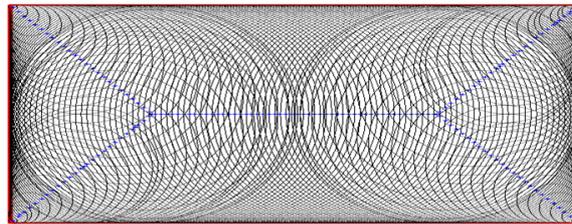


Figura 5-10 Skeleton de un rectángulo.

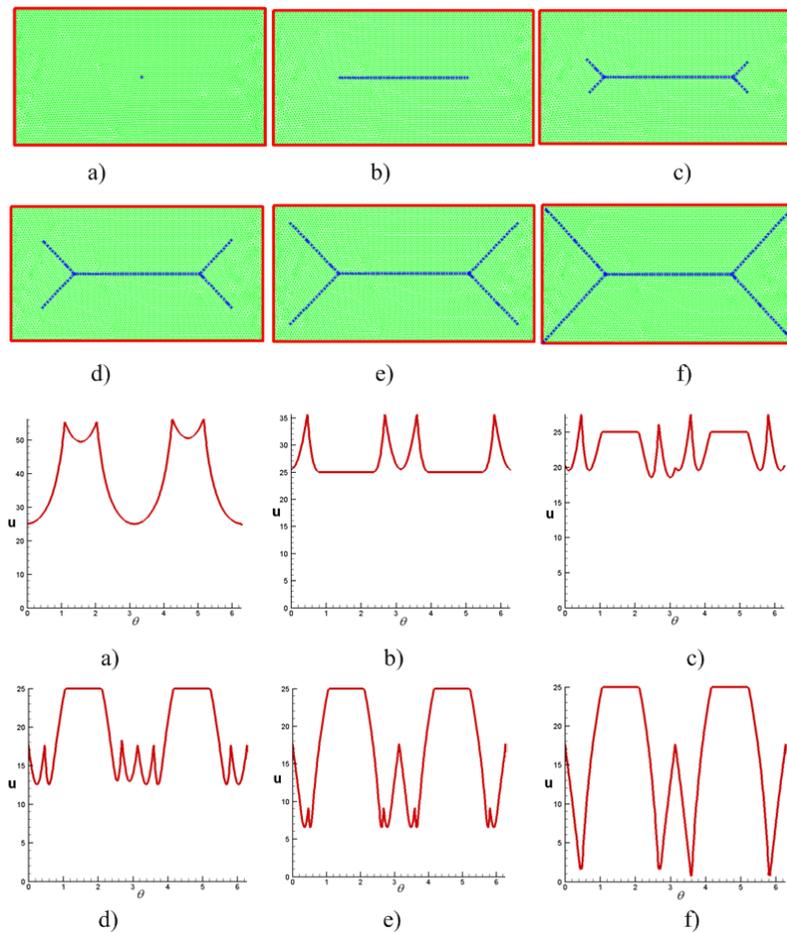


Figura 5-11 Representación del contorno (veteo) en el FPDS-1D, en función del número de puntos.

A partir de esta representación, se puede definir de forma sencilla un índice que nos mida la idoneidad del inyector óptimo. El primer termino a medir sobre esta representación es la homogeneidad de la distancia entre la inyector y venteo. Para ello, solo se necesita medir la amplitud del contorno en esta representación, ΔL , ver Figura 5-12. El segundo término a tener en cuenta es la distancia máxima, L_{Max} . Este término nos da una medida aproximada del tiempo total de llenado, ya que a más distancia, más tiempo le costara al flujo alcanzar ese punto del contorno, ver Figura 5-12.

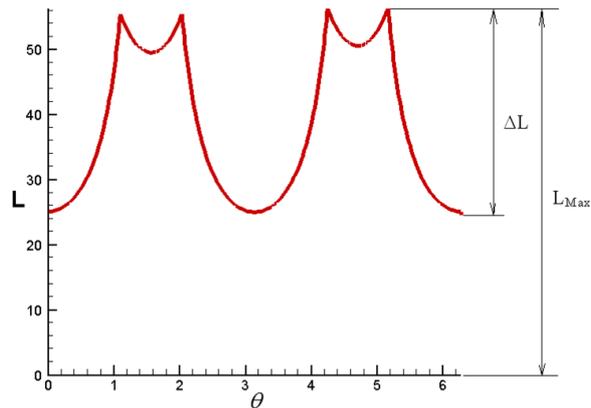


Figura 5-12 Definición de un índice para determinar la bondad del inyector óptimo.

Ambos conceptos se pueden considerar con la misma relevancia, ya que el primero mide la probabilidad de que se produzcan zonas secas mientras que el segundo, mide de forma aproximada, el tiempo de llenado. El índice se podría formular como;

$$Q = \frac{1}{2} \Delta L + \frac{1}{2} L_{Max} \quad (5.4)$$

En la Figura 5-13 se muestra la evolución de ambos marcadores en función de los puntos introducidos para un rectángulo y un cuadrado;

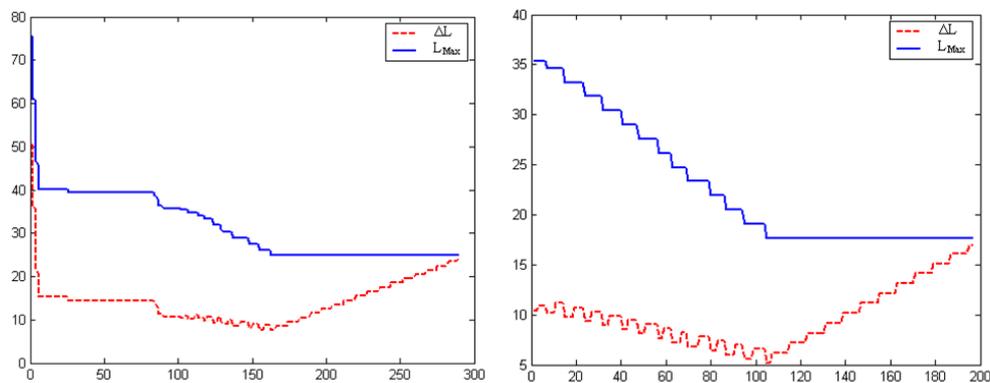


Figura 5-13 Evolución del índice para un rectángulo (izquierda) y un cuadrado (derecha).

En la Figura 5-14 (Izquierda) se muestra la forma y ubicación del canal de distribución óptimo para un cuadrado y un rectángulo. El valor numérico del índice para cada caso es $Q=16.25$ para el rectángulo y $Q=11.42$ para un cuadrado. En la Figura 5-14 (derecha) se muestra el resultado de la simulación en cada caso, seleccionando como inyectores los nodos más cercanos a los centros resultantes.

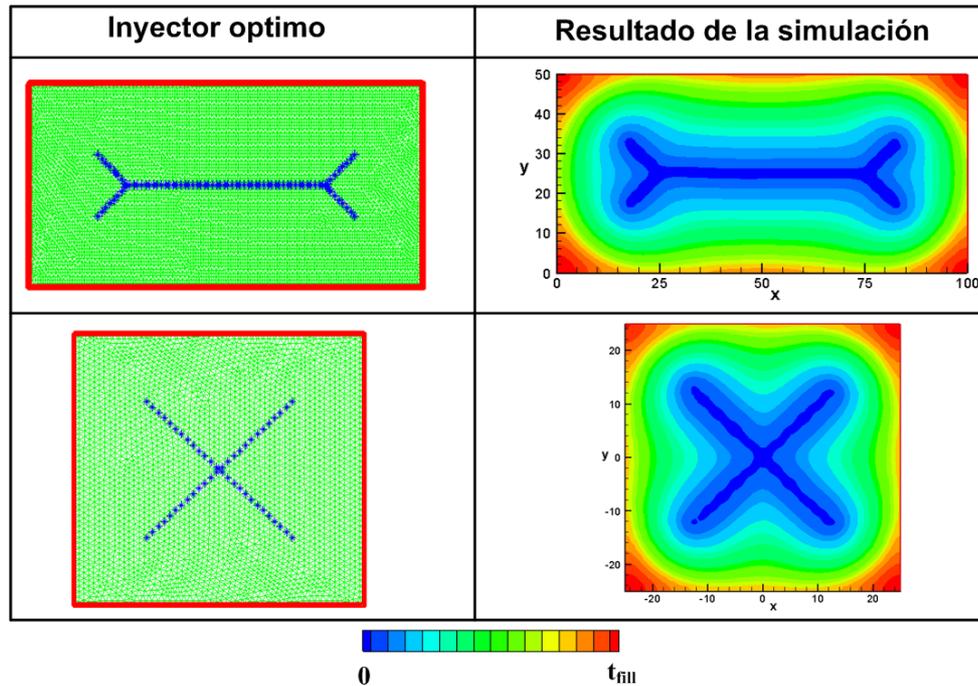


Figura 5-14 Inyector óptimo para el cuadrado y el rectángulo

Dado que el Skeleton se aplica sobre el FPDS-2D, el uso de esta técnica no se ve influenciada por la complejidad y dimensión del molde. Como ejemplo, vamos a aplicar esta metodología para los moldes 2.5D complejos de la Figura 5-15.

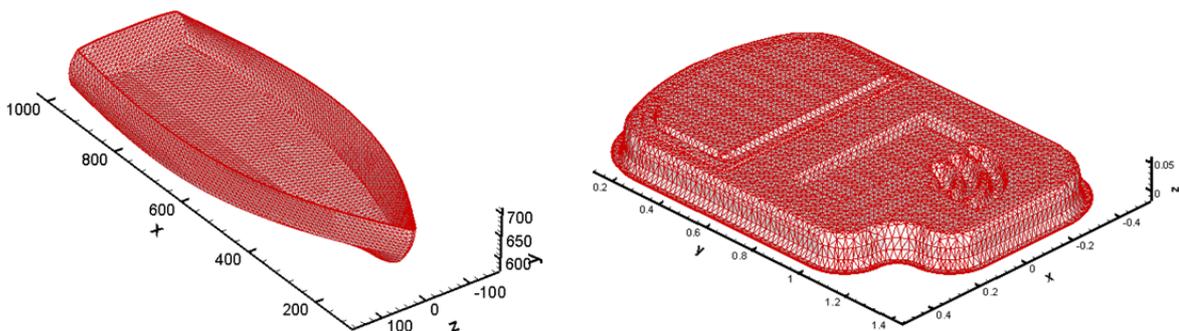


Figura 5-15 Geometrías 2.5D complejas. Un bote (izquierda) y un molde experimental (derecha).

El resultado de aplicar el Skeleton sobre el FPDS-2D, de los ejemplos de la Figura 5-15, se muestra en la Figura 5-16;

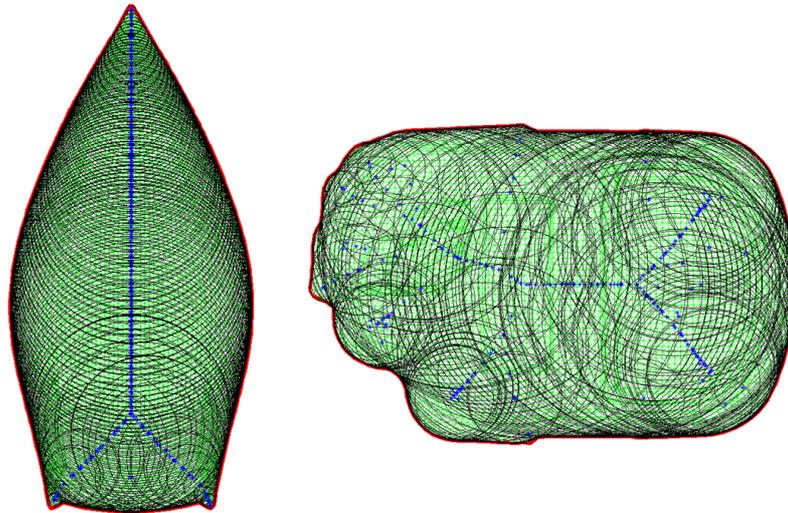


Figura 5-16 Skeleton para el bote (izquierda) y el molde experimental (derecha) en el FPDS-2D.

El inyector óptimo resultante se muestra en la Figura 5-17, donde los índices en cada caso son, $Q=141.83$ para el bote y $Q=0.31$ para el molde experimental. Las diferencias entre ambos índices son debidas a que tiene una dependencia de la distancia de la geometría. En este ejemplo, el bote mide unos 800 m de longitud, mientras que el molde experimental mide 1.2 m. En realidad, la escala de la geometría no afecta a la solución, ya que se escala con ella.

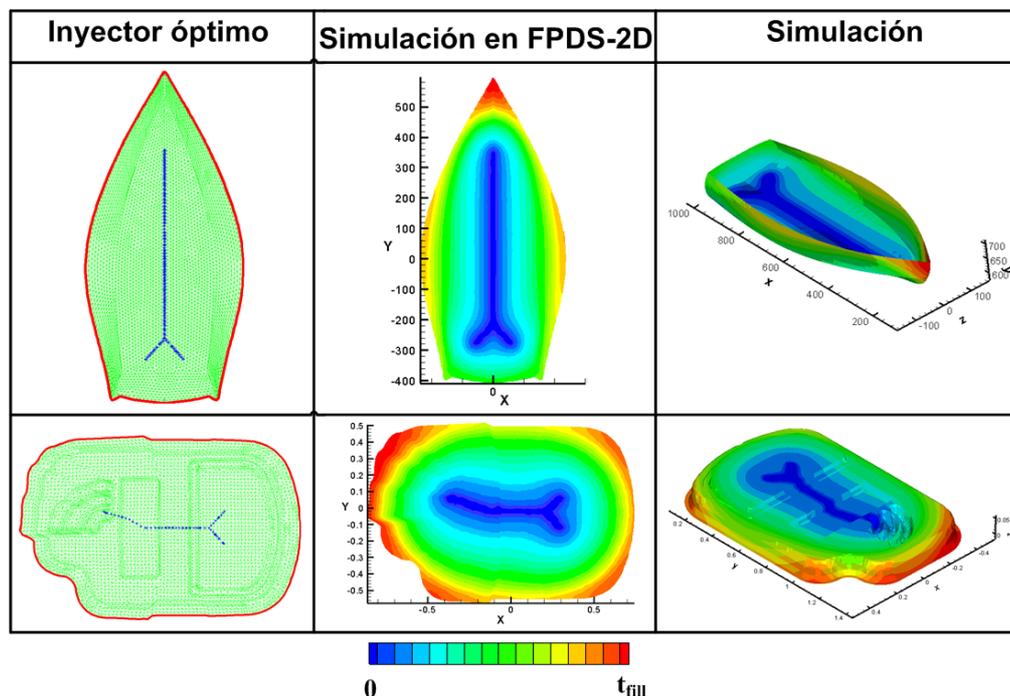


Figura 5-17 Inyectores óptimos para geometrías 2.5D.

En la Figura 5-18 se muestra un esquema de la metodología a seguir para la obtención del inyector óptimo;

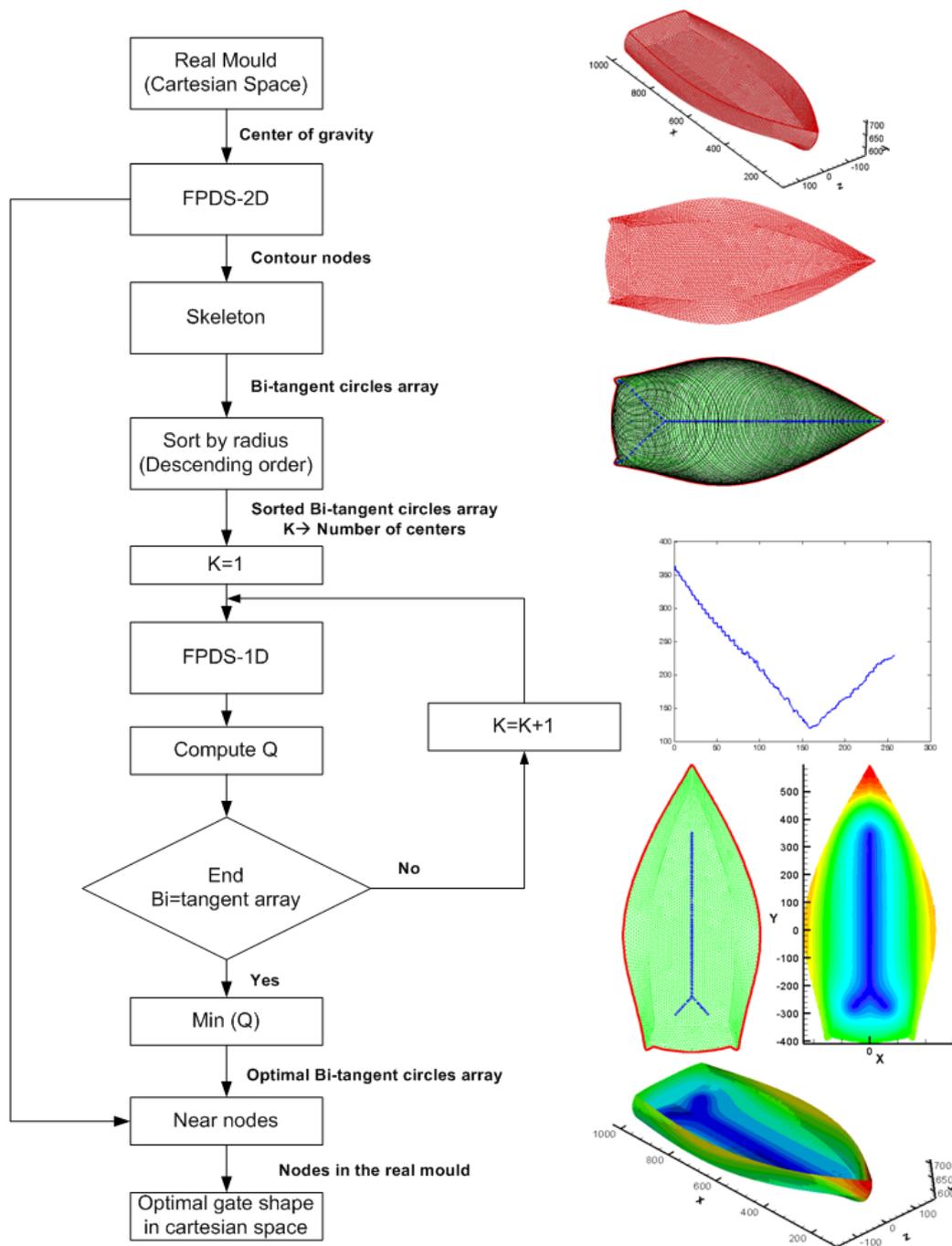


Figura 5-18 Esquema de obtención del inyector óptimo.

Dado un molde como el bote, compuesto por 8K FE, el FPDS-2D se calcula a través del nodo situado más cerca del centro de gravedad. Esta operación, utilizando la metodología propuesta en [64], [65], tiene un coste computacional de 12.2 Seg en un P IV 2.4 Ghz. A través del FPDS-2D se computa el Skeleton, 1.3 seg., y se obtiene la curva del índice, computando el FPDS-1D para cada grupo de puntos, 17.4 Seg. El resultado óptimo para el caso del bote se obtiene en 31.9 Seg. Este tiempo de computo es muy inferior al mejor resultado publicado

hasta hoy para procesos VI, 17 minutos para una geometría rectangular 2D compuesta por 0.6K FE, computado en un P IV 2.01 Ghz, [21].

5.6.1 Distancia homogénea. Ramas secundarias

La solución propuesta en el apartado anterior como inyector óptimo puede ser suficiente para muchas de las aplicaciones de infusión propuestas en la industria. Con esta metodología se obtienen los centros que distan igual con al menos tres nodos del contorno. El número de centros óptimo es aquel que consigue homogeneizar la distancia con el contorno.

El objetivo de esta metodología es conseguir homogeneizar la distancia, a la vez que reducimos al máximo el valor de esta. El primer ítem solo se puede conseguir de forma exacta para geometrías simples como el círculo o similares. El segundo ítem, aunque se mejora con la propuesta del apartado anterior, no puede ser optimizado ya que esta condicionado a la solución que hace homogénea la distancia al contorno, ver Figura 5-13.

En la industria, los equipos expertos que diseñan los inyectores para procesos de infusión, denominan a la solución adoptada en la sección anterior como, rama principal “*main branch*”. Estos equipos de expertos suelen introducir ramas secundarias, “*secondary branch*”, para mejorar el tiempo de llenado, ver Figura 5-19.

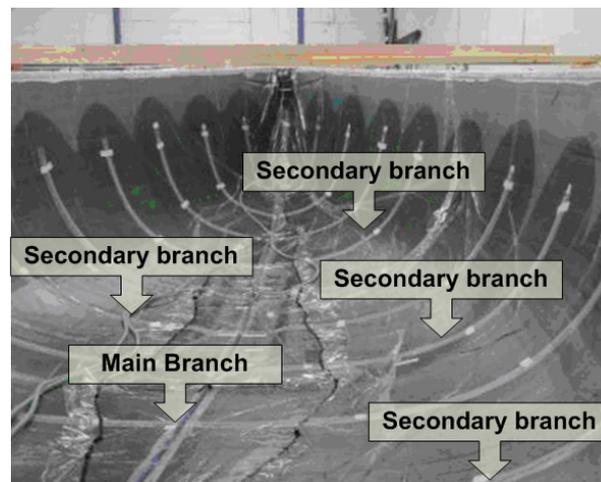


Figura 5-19 Ramas secundarias

La solución propuesta en el apartado anterior también se puede mejorar mediante el mismo concepto. Cada rama secundaria debe de garantizar que, desde el centro de esta, diste igual con al menos dos nodos del contorno. La mediatriz entre estos dos nodos, que pasa por el centro, intersecta en un punto de la rama principal. Con esto, la rama secundaria queda

definida desde el punto de intersección con la rama principal y el centro que garantiza la tangencia, ver Figura 5-20 (izquierda).

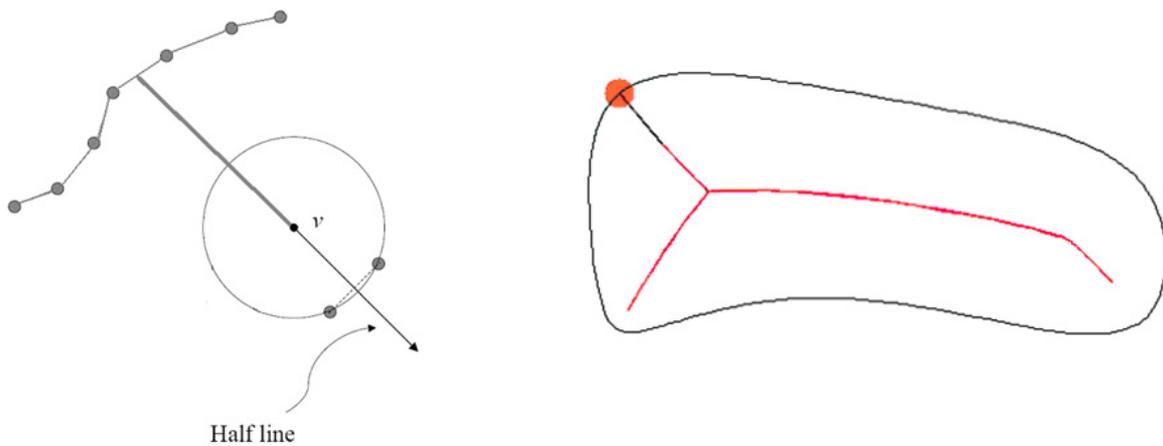


Figura 5-20 Rama secundaria, “secondary branch”

El centro, y a su vez el radio de cada una de las ramas secundarias resultantes se puede modificar, sin perder la tangencia con los nodos que la generaron. Esto permite homogeneizar los radios, y conseguir que estas tengan el mismo efecto sobre el contorno. Así pues, seleccionando un valor de radio de la rama principal, todas las ramas secundarias tendrán este mismo valor. Conforme vamos seleccionando un valor de radio menor, mayor será el número de ramas secundarias. Esto es debido a que, si el punto de intersección de la rama secundaria con la rama principal, tiene un radio menor al seleccionado, el centro de la rama principal, así como la rama secundaria asociada al no se tiene en cuenta. En la Figura 5-21 se muestran tres ejemplos para diferentes valores de radios de la rama principal.

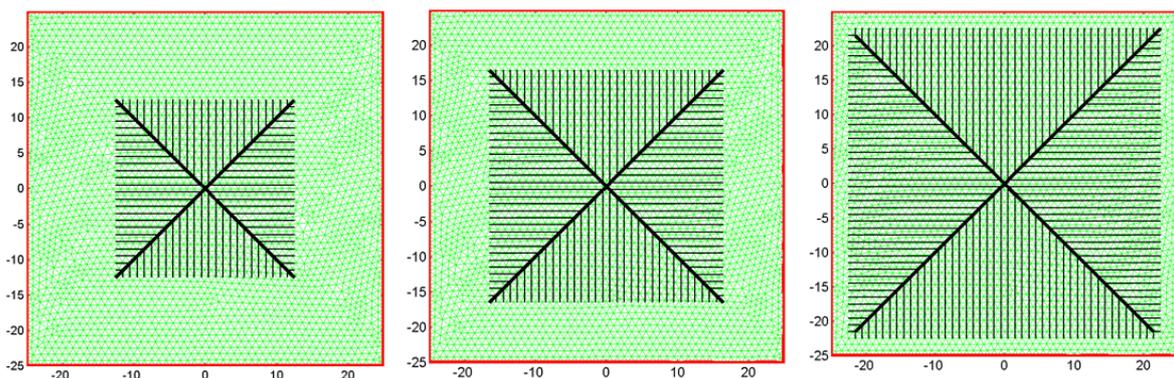


Figura 5-21 Radio homogéneo para las ramas secundarias.

Como podemos observar, el número de ramas secundarias es muy elevado ya que, en el caso ideal, habría tantas como nodos tiene el contorno, ver Figura 5-21. Sin embargo, muchas de ellas tienen prácticamente el mismo efecto, ya que están muy cerca unas de otras. Esto nos permite establecer un criterio de reducción imponiendo que, dentro del círculo tangente de una

rama secundaria, no puede haber un centro de otra. En la Figura 5-22 se muestra el resultado de este filtrado para el caso de un rectángulo.

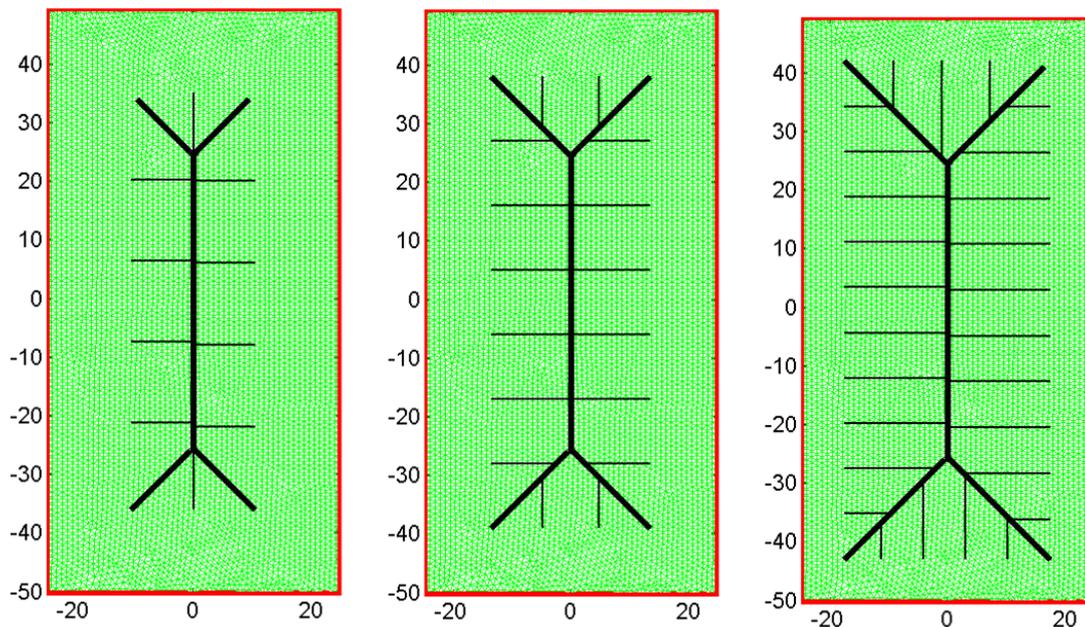


Figura 5-22 Ramas secundarias filtradas por el radio de influencia de cada una de ellas.

Con el uso de las ramas secundarias en la solución del canal de distribución óptimo, el índice Q , y por tanto, ΔL y L_{Max} , decrece en función del número de centros usados en la rama principal, radio mínimo. En la Figura 5-23 se muestra la evolución de estos indicadores para el caso de un cuadrado.

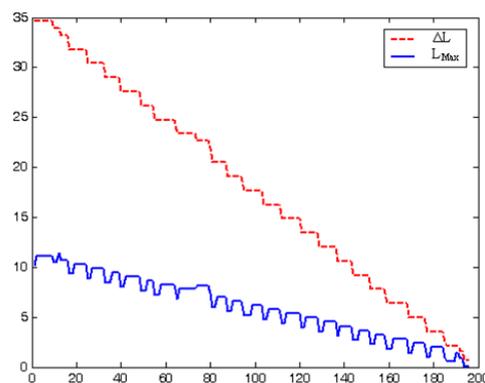


Figura 5-23 ΔL y L_{Max} para la boquilla óptima de un cuadrado

El uso de ramas secundarias nos otorga un grado de libertad a la hora de diseñar el inyector óptimo. Esto es debido a que es posible seleccionar cual es el tiempo de llenado aproximado, radio, al cual se llenará el molde. Impuesto este valor, la metodología para obtener la forma del inyector con ramas secundarias se muestra en la Figura 5-24.

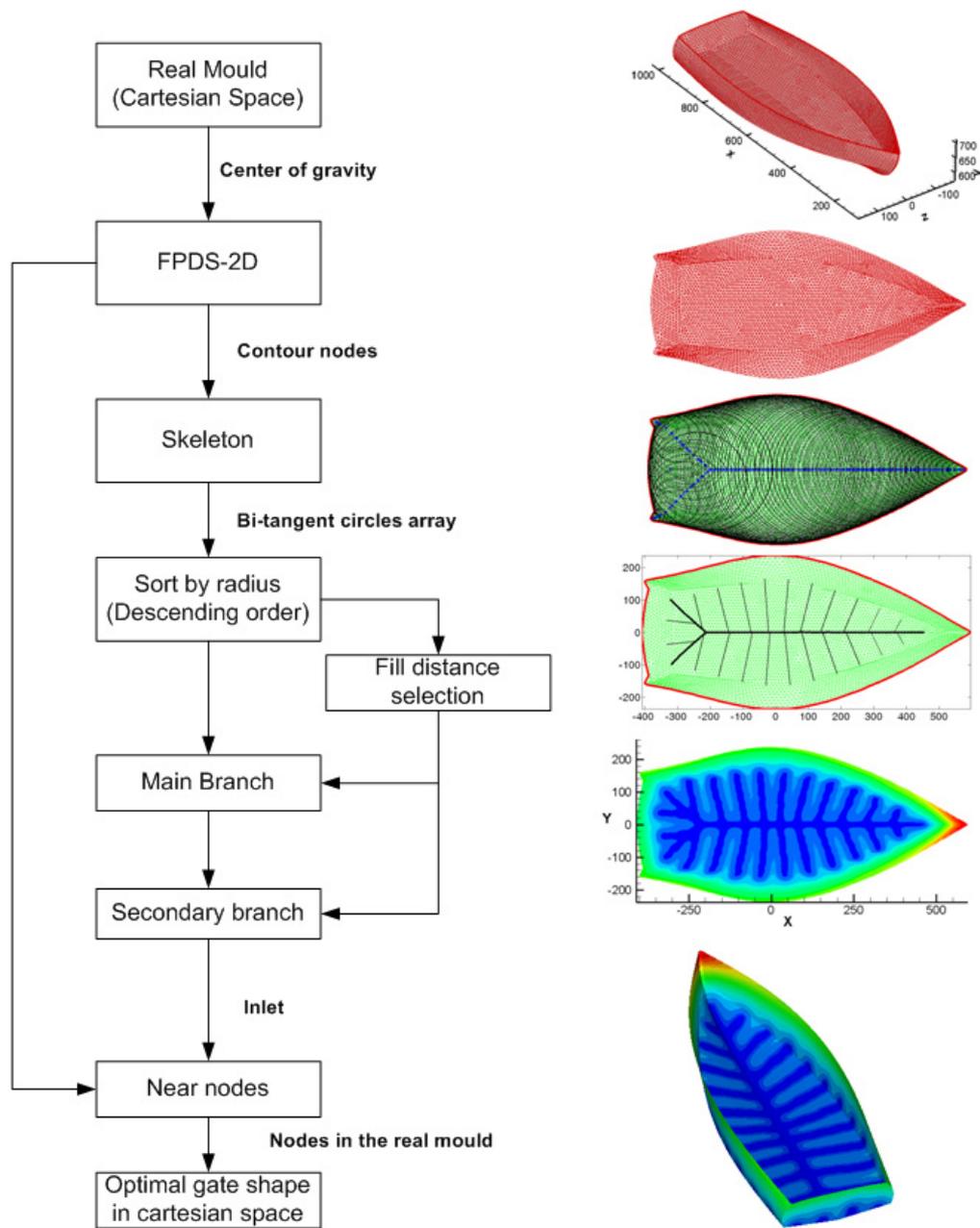


Figura 5-24 Metodología para la obtención del inyector óptimo con ramas secundarias.

En la Figura 5-25, Figura 5-26, Figura 5-27, Figura 5-28, Figura 5-29, se muestran ejemplos de los resultados que obtendríamos para geometrías 2.5D complejas, simulando el resultado óptimo obtenido. Los nodos más cercanos al inyector óptimo son seleccionados como inyectores a presión constante, $P=1\text{Bar}$.

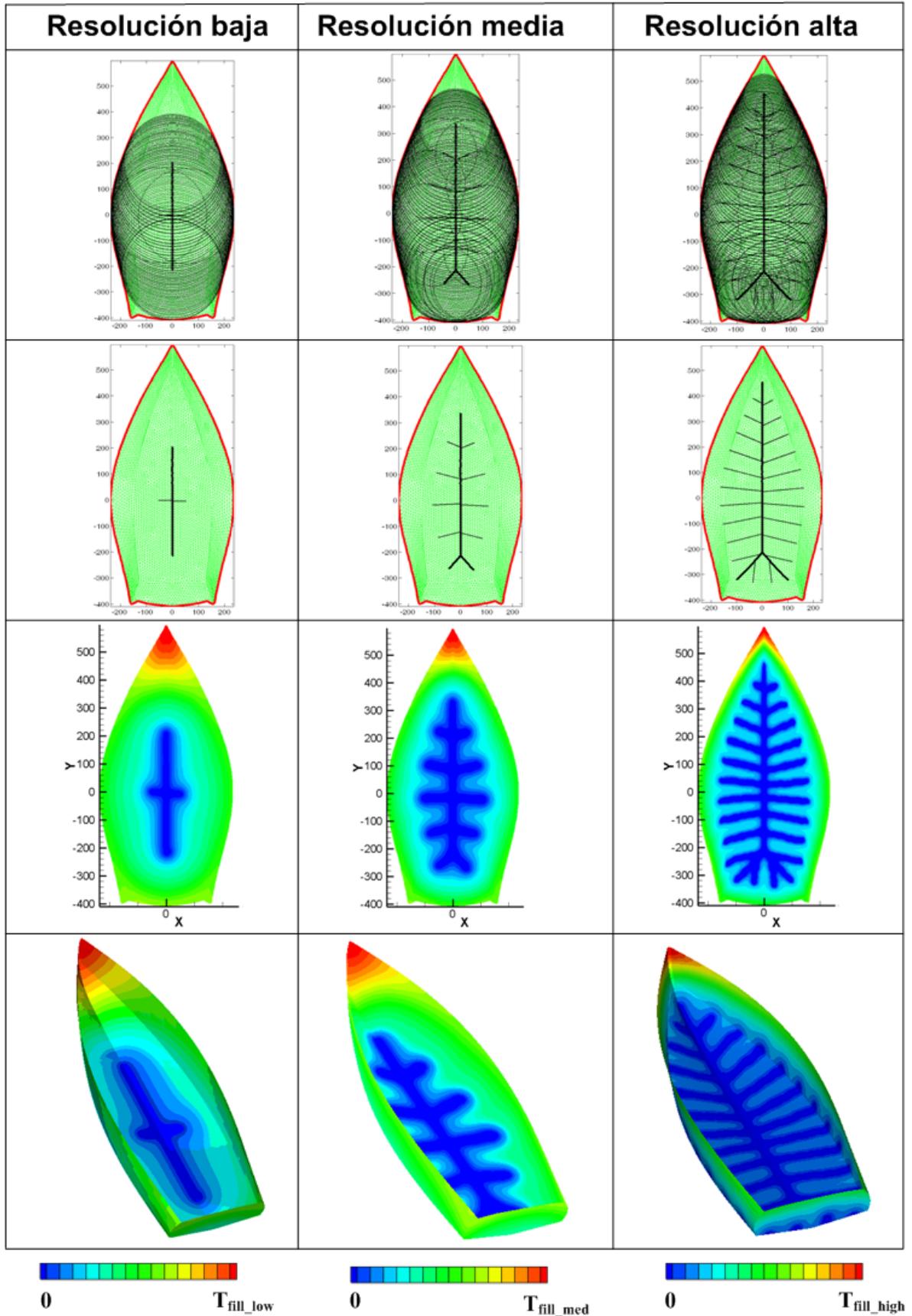


Figura 5-25 Ejemplo 1: Bote. Localización y forma de las espirales a diferentes resoluciones. Las unidades están en metros.

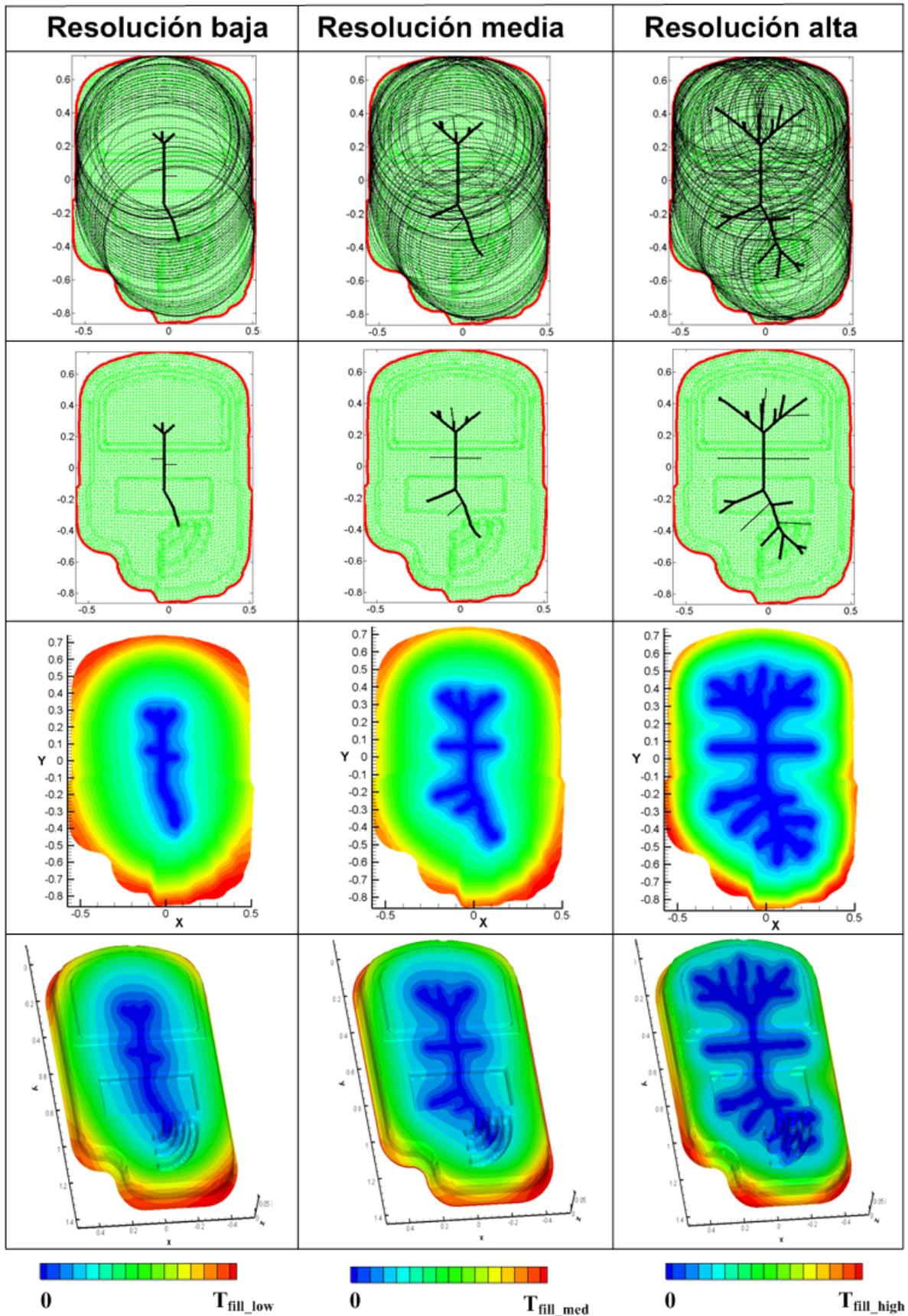


Figura 5-26 Ejemplo 2: Molde experimental 1. Localización y forma de las espirales a diferentes resoluciones. Las unidades están en metros.

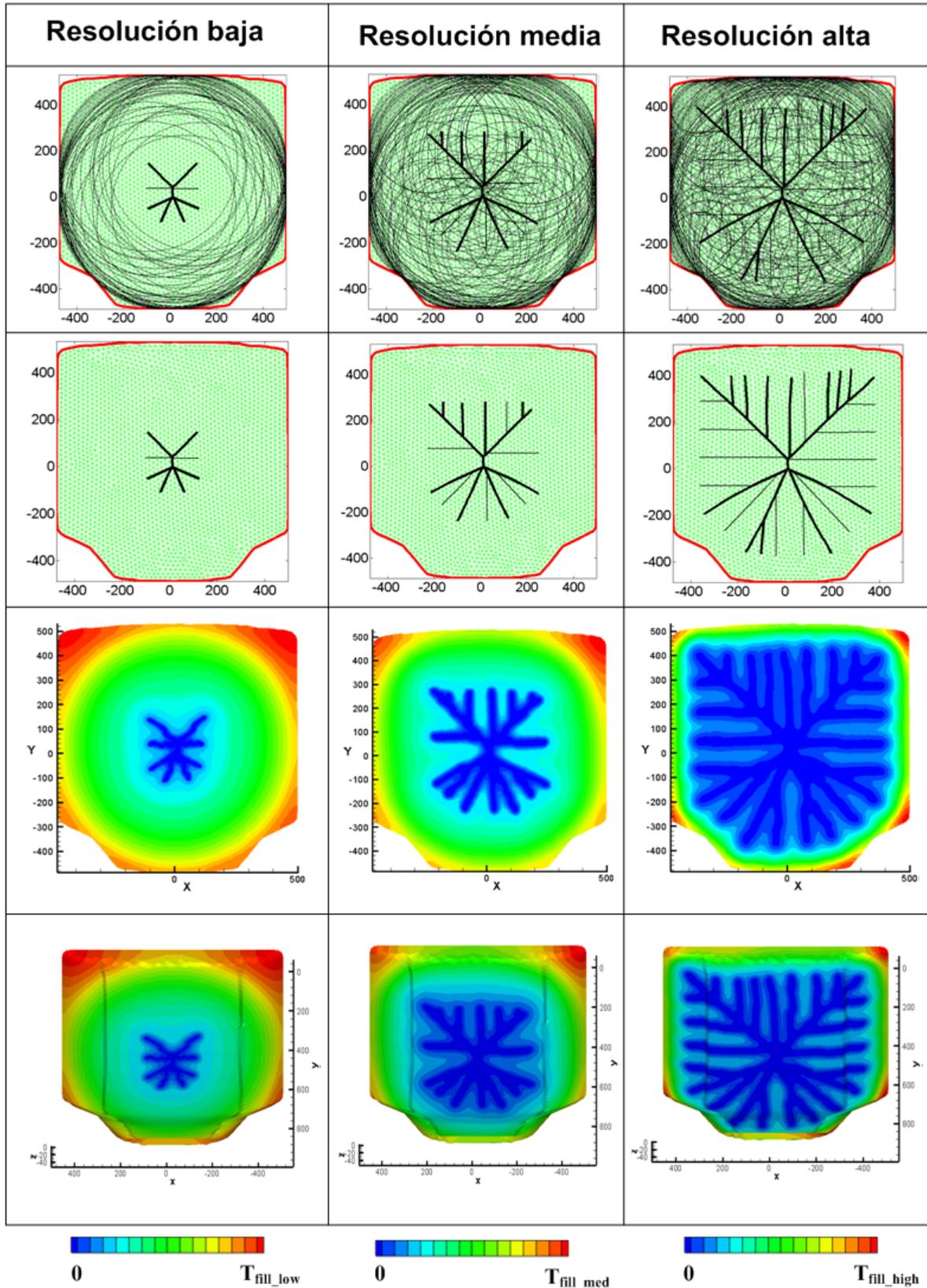


Figura 5-27 Ejemplo 3: Capó. Localización y forma de las espirales a diferentes resoluciones. Las unidades están en milímetros.

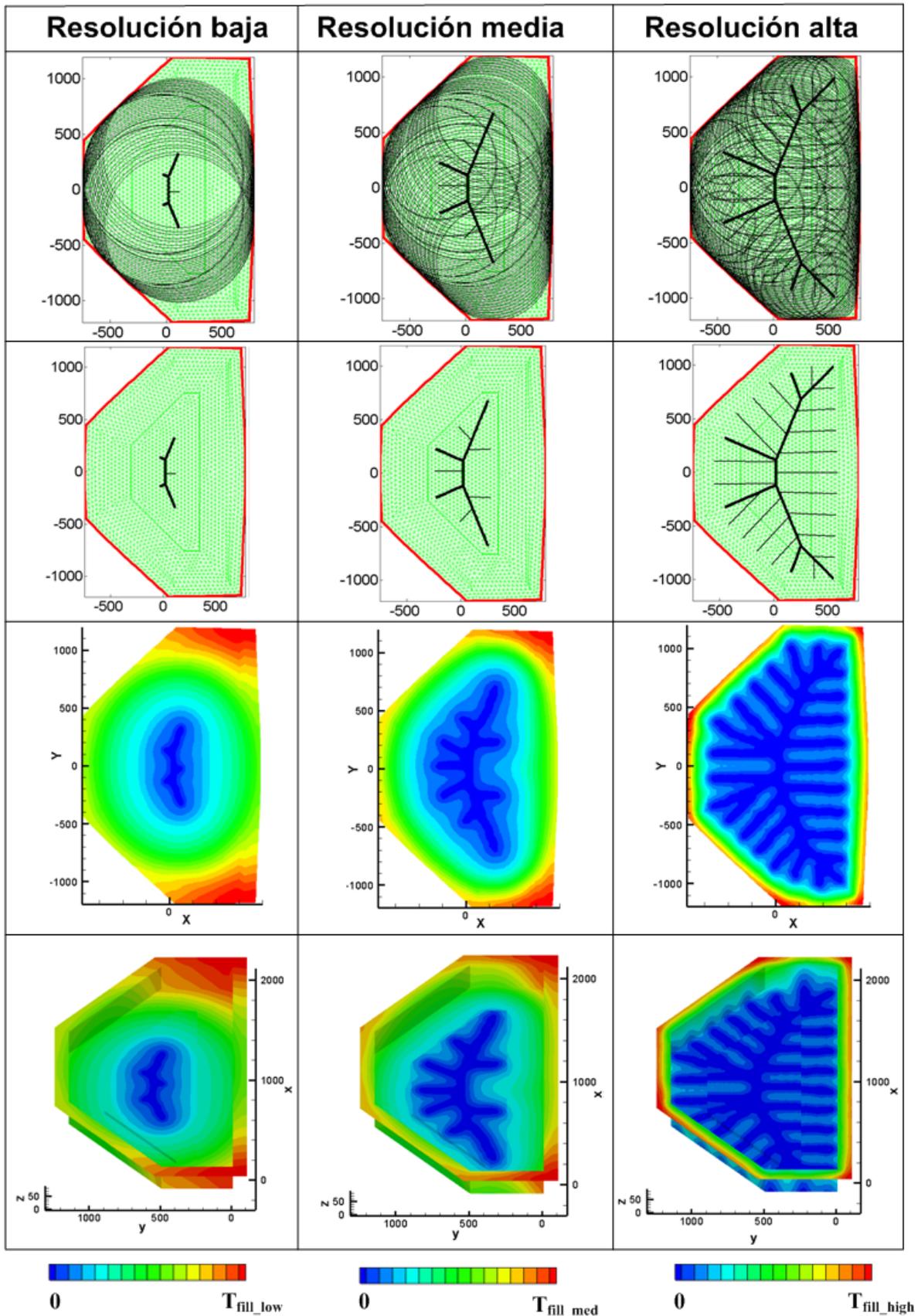


Figura 5-28 Ejemplo 4: Molde experimental 2. Localización y forma de las espirales a diferentes resoluciones. Las unidades están en milímetros.

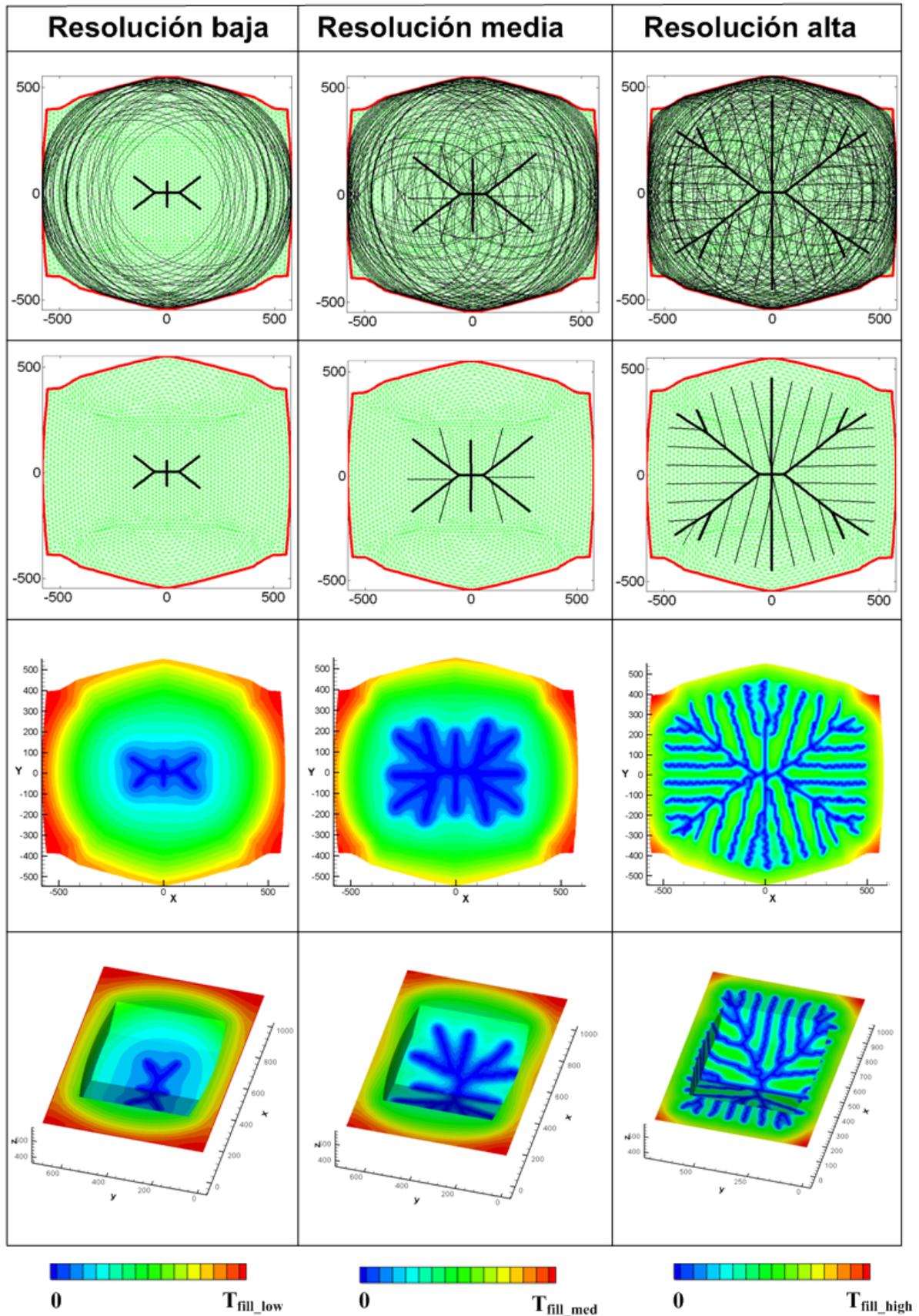


Figura 5-29 Ejemplo 5: Molde experimental 3. Localización y forma de las espirales a diferentes resoluciones. Las unidades están en milímetros

En los ejemplos anteriores, en la primera fila se muestra el FPDS-2D con los centros y los círculos tangentes al contorno. En la segunda fila se muestra el inyector óptimo sobre el FPDS-2D. En la cuarta fila se muestra el resultado de la simulación en el espacio cartesiano mientras que en la fila 3, se muestra el resultado la simulación obtenida en el espacio cartesiano pero representado en el FPDS-2D. Es interesante observar como el área que no cubren los círculos, ver primeras filas, es el área donde el flujo llega más tarde, ver terceras fila. Este área se va reduciendo, conforme el radio seleccionado es menor, consiguiendo llenados mas homogéneos y con menor tiempo de llenado, pero a costa de complicar la forma del canal de distribución. En la Tabla 5.1 se muestra el tiempo de llenado de cada ejemplo para cada una de las resoluciones. Para la simulación de los llenados se han utilizado los algoritmos de simulación para procesos RTM. Como se define en [82], la relación entre el tiempo de llenado de los procesos RTM y VI es un factor de escala, $C_\alpha = t_{RTM} / t_{VI}$. Este hecho nos permite utilizar el código de simulación RTM para demostrar como de efectivo es este método en la reducción del tiempo de llenado, conforme aumentamos la resolución del canal de distribución. Las simulaciones se han realizado, seleccionando los nodos mas cercanos al canal de distribución óptimo como puntos de inyección a presión ideal, $P=1 \text{ bar}$.

t_{fill}	Resolución baja (t_{fill_low})	Resolución media (t_{fill_med})	Resolución alta (t_{fill_high})
Ejemplo 1	34857 Seg.	16208 Seg.	4619 Seg.
Ejemplo 2	101 Seg.	67 Seg.	29 Seg.
Ejemplo 3	156 Seg.	68 Seg.	13 Seg.
Ejemplo 4	643 Seg.	257 Seg.	36 Seg.
Ejemplo 5	1764 Seg.	703 Seg.	108 Seg.

Tabla 5.1 Evolución de los tiempos de llenado en función de la resolución.

5.7 Cálculo de la espiral óptima mediante el FPTs.

Si cambiamos el espacio de configuraciones por el FPTs, podemos obtener también la ubicación y forma óptima de la espiral de este proceso. La principal diferencia con los espacios de configuraciones basados en la distancia, FPDS, en comparación con los FPTs es que para la construcción de estos se requiere una simulación previa, lo que incrementa el tiempo de cómputo del algoritmo. El tiempo de computo añadido no es excesivo, si lo comparamos con el tiempo de computo de los algoritmos propuestos en la literatura, [21], donde les cuesta computar la forma del inyector óptimo para un rectángulo, 17 min. En este caso, se esta trabajando con una única simulación realizada desde el centro de masas de la

pieza a optimizar, que puede llegar a costar entre 30-50 Seg., dependiendo de la complejidad del modelo. Aunque comparado con el tiempo de los algoritmos propuestos en la literatura, el uso del FPTS estaría mas que justificado, no lo esta comparado con los métodos basados en la distancia, ya que, como podemos observar en la Figura 5-30, Figura 5-31, nos proporciona una solución muy similar.

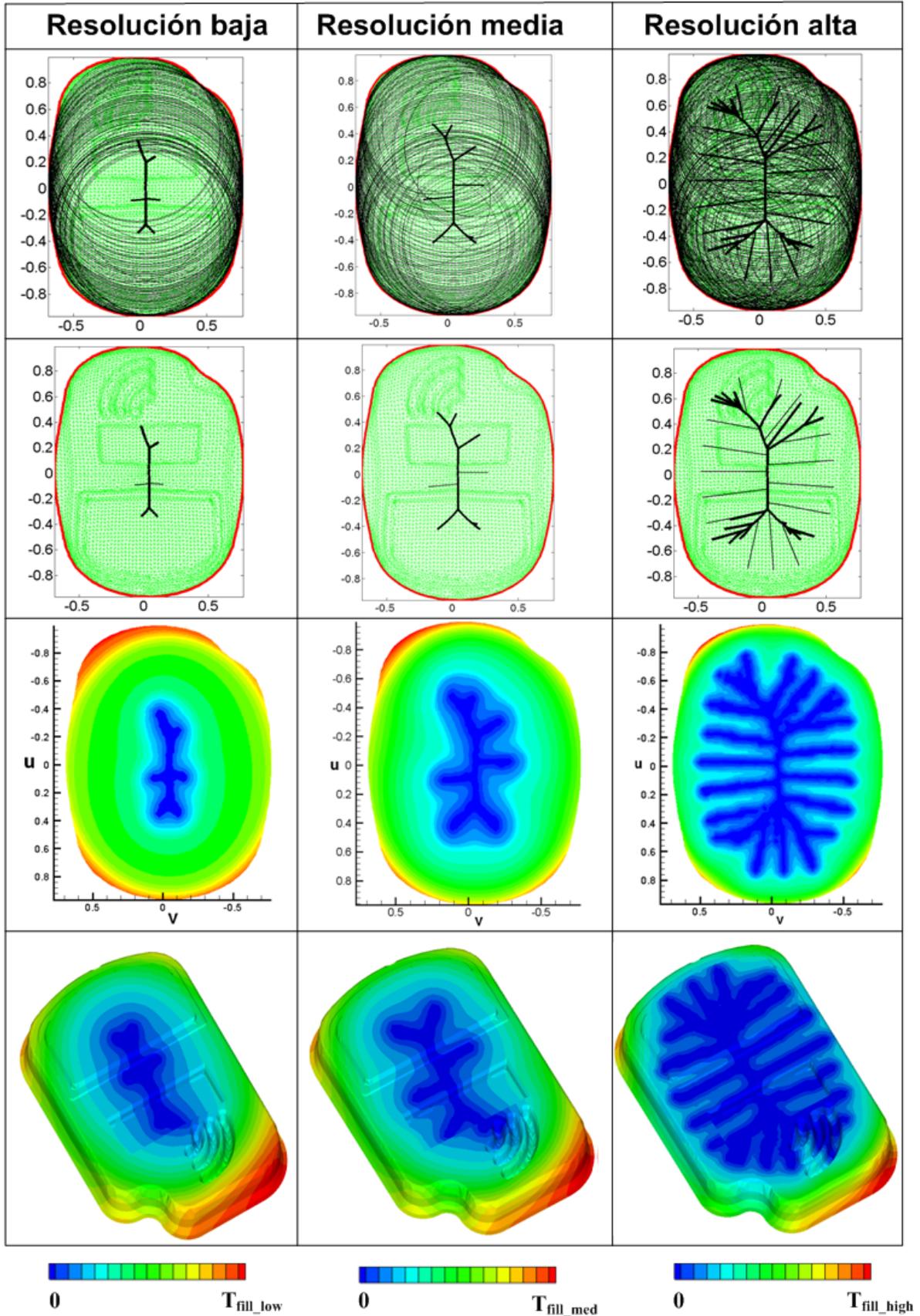


Figura 5-30 Ejemplo de canal de distribución óptimo mediante el FPTS-2D.

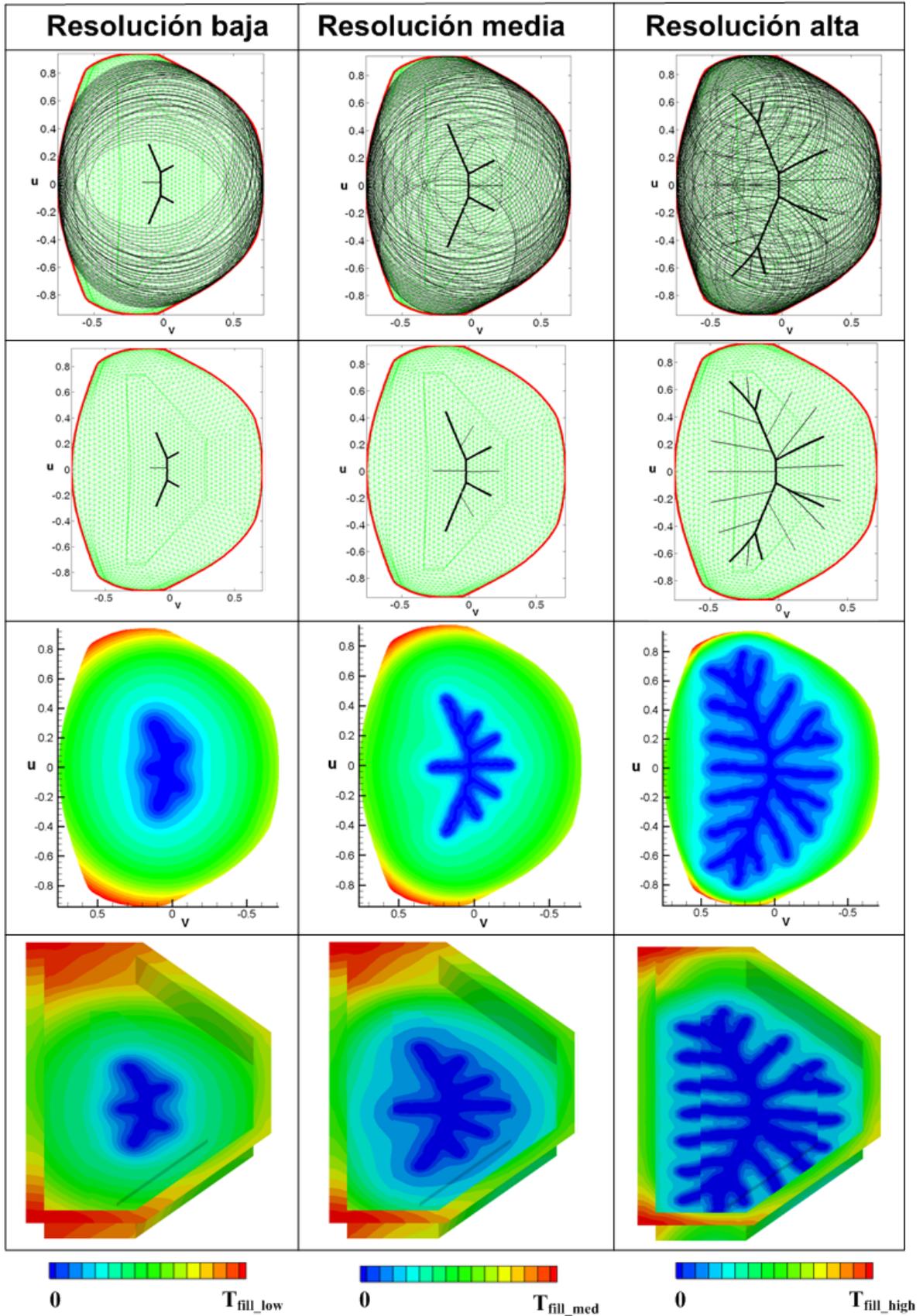


Figura 5-31 Ejemplo de canal de distribución óptimo mediante el FPTS-2D.

5.8 Resolución óptima del canal de inyección

En los apartados anteriores se ha definido una metodología para la definición de cual debería de ser la ubicación y forma óptima del canal de distribución. Esta metodología nos permite encontrar la localización y forma del canal, pero a diferentes resoluciones, otorgando un grado de libertad en su definición. Este nos permite seleccionar cual es el tiempo de llenado aproximado. El inconveniente es que si seleccionamos la mayor resolución, el algoritmo nos devolverá un canal de distribución complejo, con una elevada longitud de canales. Aunque esta solución sea teóricamente la óptima porque minimiza el tiempo de llenado y consigue homogeneizar la distancia inyector/venteo, en la práctica tiene varias desventajas que hay que considerar y que describimos a continuación:

- 1.- Cuando el llenado del molde ha finalizado, la resina que está en el canal de distribución queda atrapado, produciendo un desperdicio de resina, y aumentando el coste de la pieza final. Este coste añadido es directamente proporcional al aumento de resolución del canal de distribución.
- 2.- El coste laboral por el tiempo de montaje del canal de inyección o espiral, conforme vamos aumentando su complejidad también aumenta, implicando también un coste añadido al producto final.
- 3.- Conforme aumenta la complejidad del inyector, también aumenta la posibilidad de que se produzca un error humano en su colocación.

El punto 1 se puede minimizar si construimos las ramas secundarias, en vez de con espirales, con una malla de infusión, siempre y cuando estas garanticen que el flujo corre por ella tan rápido como por las espirales.

Para superar los inconvenientes 2 y 3, nos podemos apoyar en el uso de la visión artificial, tal y como se describió en el Capítulo 3, ya que el proyector nos va a indicar donde deberían de colocarse de forma precisa estos inyectores.

5.9 Validación experimental

En esta sección vamos a validar la soluciones propuestas en este capítulo como canales de distribución óptimos. Para este propósito, vamos a utilizar dos geometrías, una geometría simple como la de un cuadrado, y una geometría 2.5D compleja como puede ser la de una

piscina a escala 1/75. La preforma utilizada para ambos casos es un ROVICORE (450/D3/450), cuya permeabilidad es $K=6.559 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$. La espiral seleccionada tiene 8 mm de diámetro, cuya permeabilidad efectiva es $K = (0.004)^2 / 8 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$. La diferencia de permeabilidad entre ambas es del orden de 1000 veces. En los llenados del cuadrado se ha utilizado glucosa coloreada de azul en la proporción justa para que la viscosidad sea similar a la de las resinas comúnmente usadas en infusión, 0.1 Pa·s. En el caso del llenado de la piscina, se ha utilizado una resina de poliéster, Synolite 8488-G2, con un catalizador de Peroxido metiletilcetona, Butanox M-50, al 3% y un acelerador con un concentrado de octoato de cobalto al 6%, el cual se le ha añadido a la resina en un 0.3%. La viscosidad de la resina es 0.09 Pa·s. En la Figura 5-33 se muestran los experimentos a realizar, así como los resultados esperados mediante simulación. Para reducir el tiempo de montaje y el error humano de los operarios, se va a hacer uso del proyector, ver Figura 5-32.

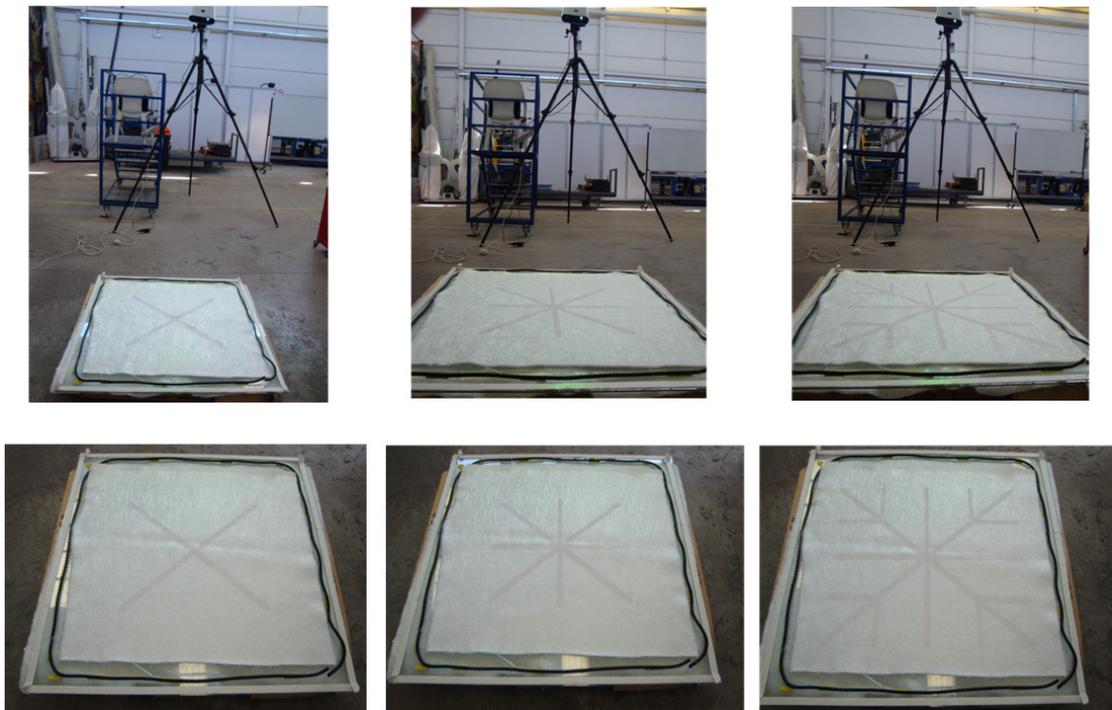


Figura 5-32 Proyección de las soluciones de un cuadrado.

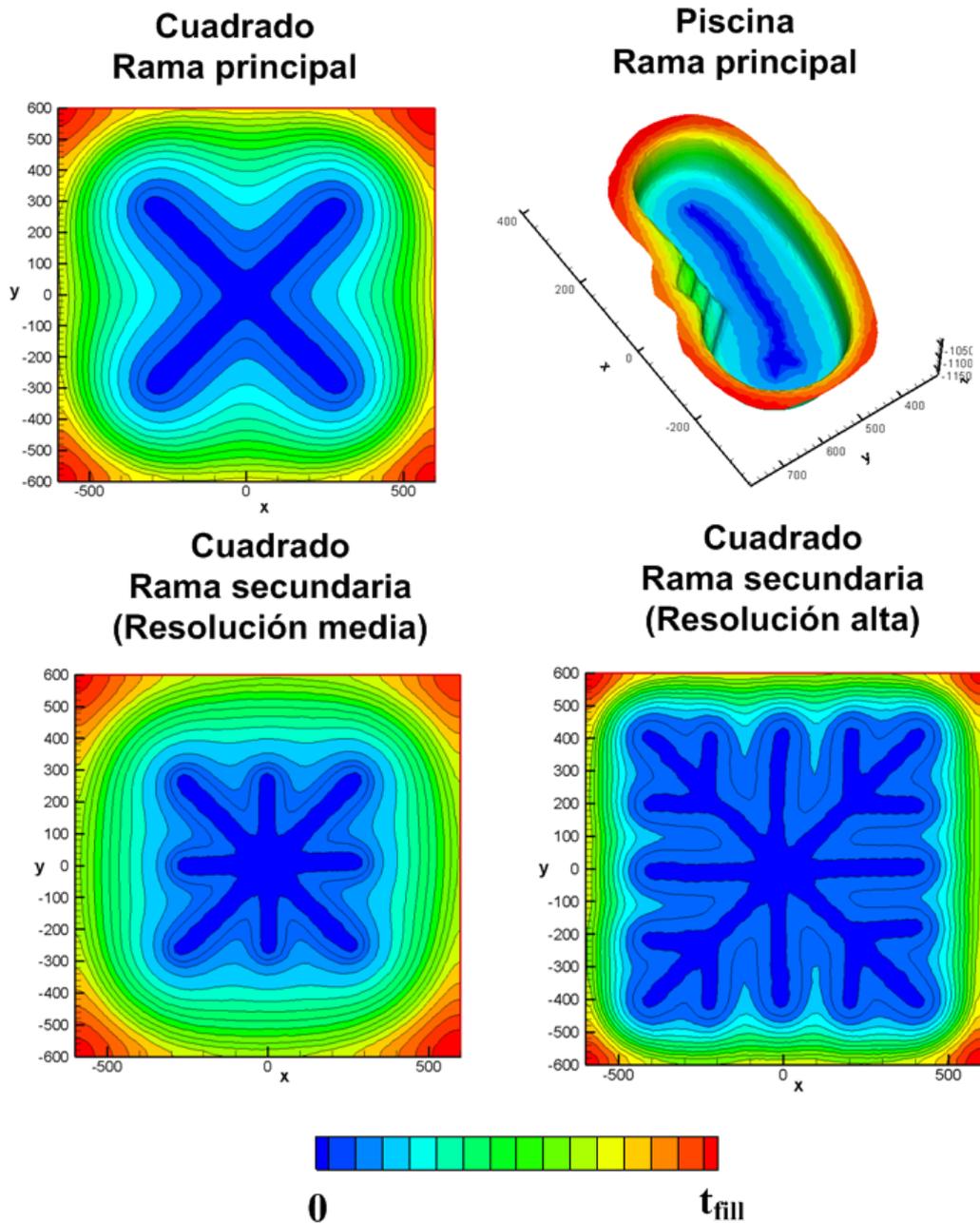
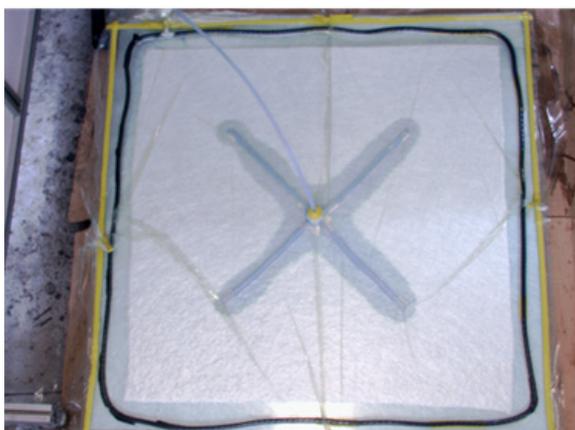
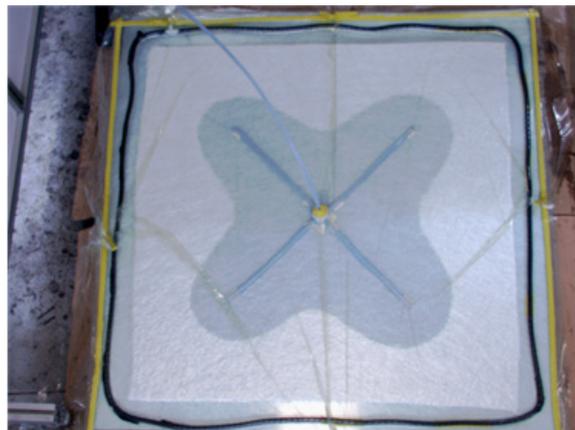


Figura 5-33 Experimentación de diferentes inyectores y formas.

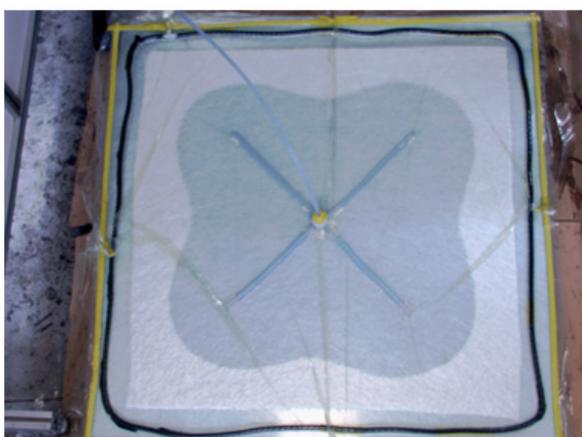
En las Figura 5-34, Figura 5-35, Figura 5-36, se muestran diferentes instantes de llenado para cada uno de los casos. Como podemos observar en la Figura 5-34, el main Branch óptimo, es una solución aceptable para un cuadrado. Sin embargo, como podemos comprobar en la Figura 5-35, Figura 5-36, no genera tan buenos resultados que con ramas secundarias.



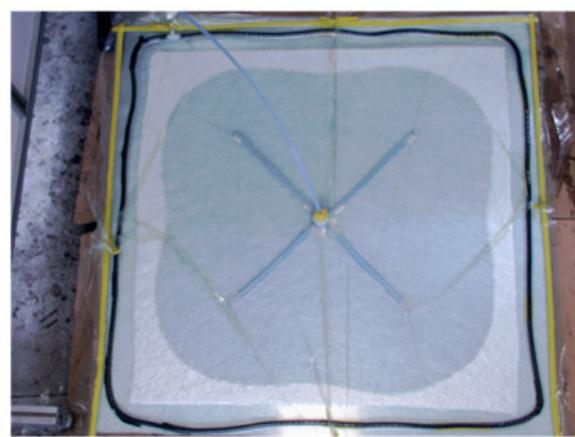
Instante de tiempo 1



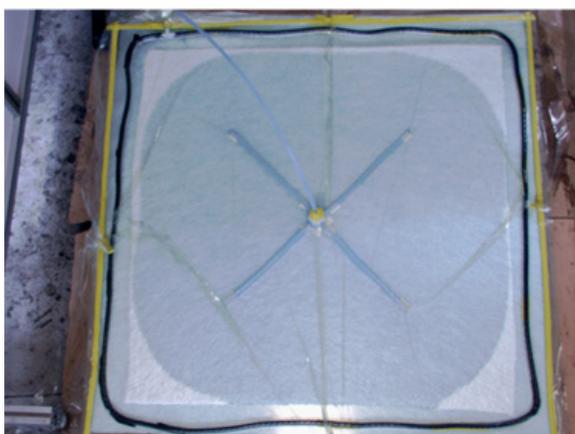
Instante de tiempo 2



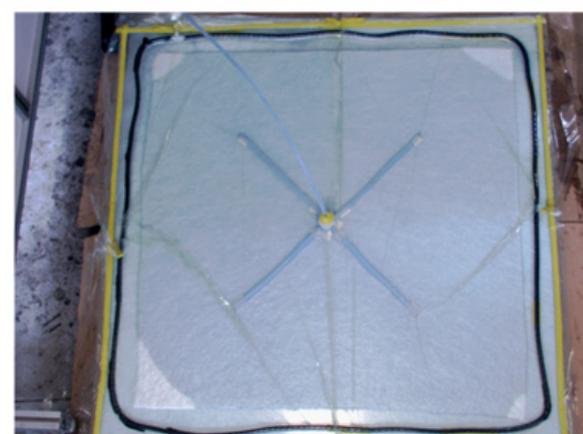
Instante de tiempo 3



Instante de tiempo 4

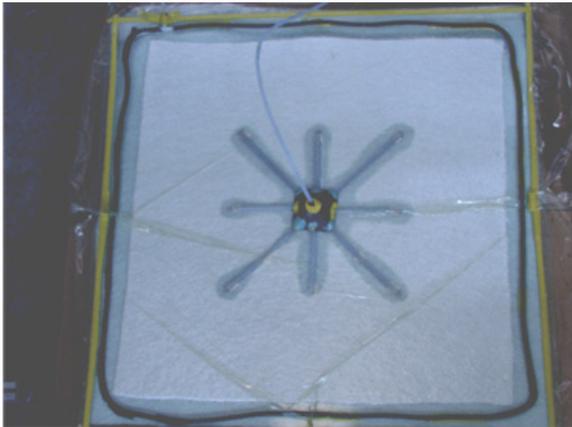


Instante de tiempo 5

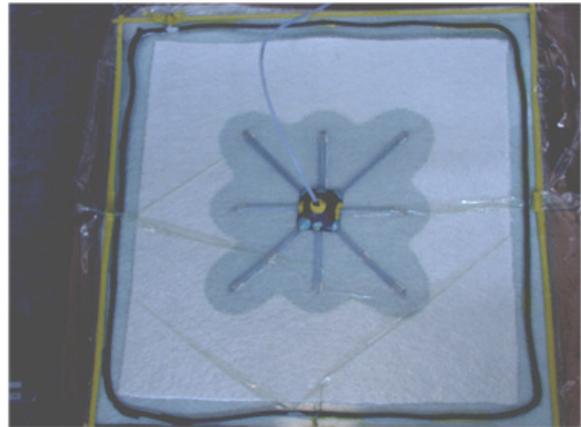


Instante de tiempo 6

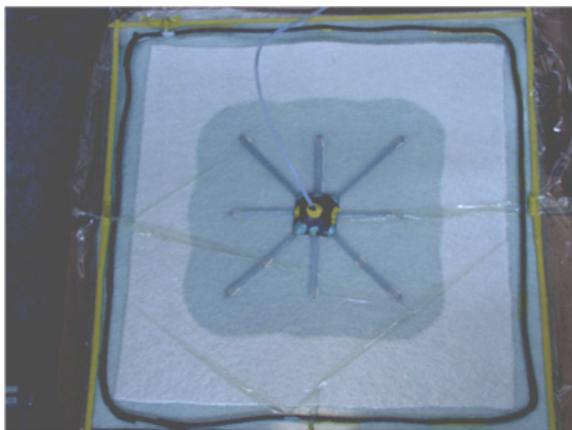
Figura 5-34 Resultados experimentales para un cuadrado con la rama principal óptima.



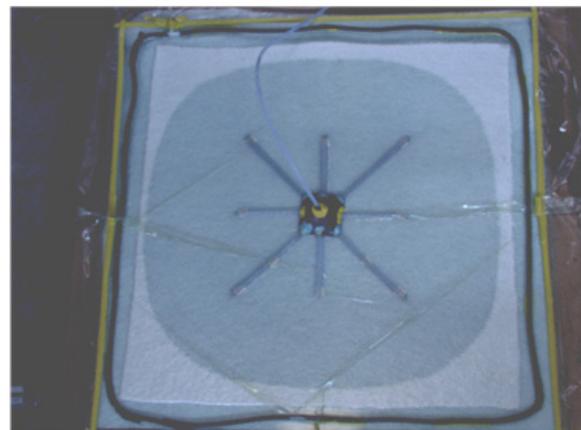
Instante de tiempo 1



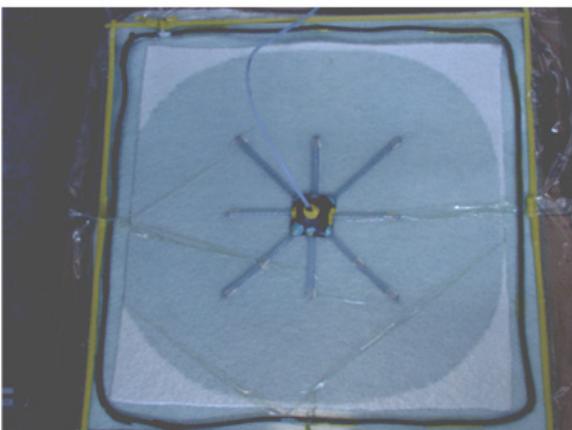
Instante de tiempo 2



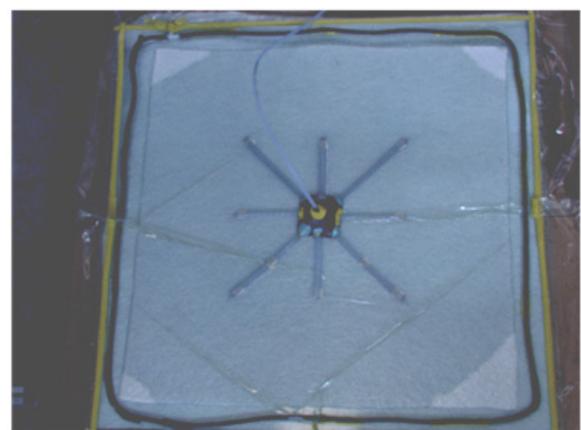
Instante de tiempo 3



Instante de tiempo 4

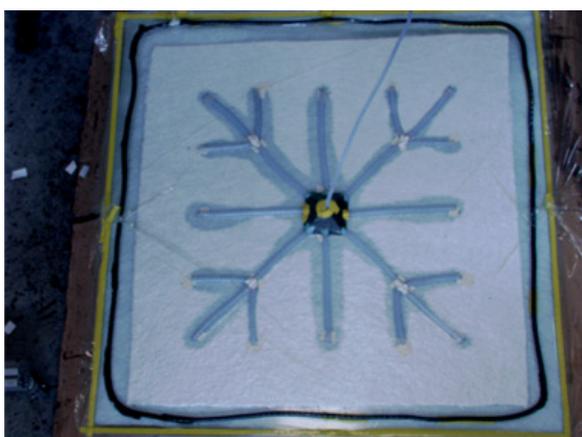


Instante de tiempo 5

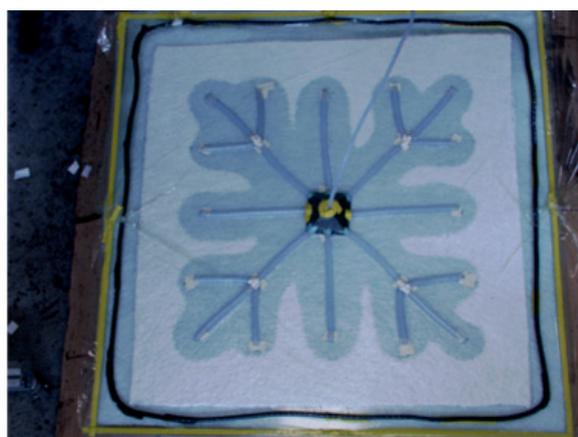


Instante de tiempo 6

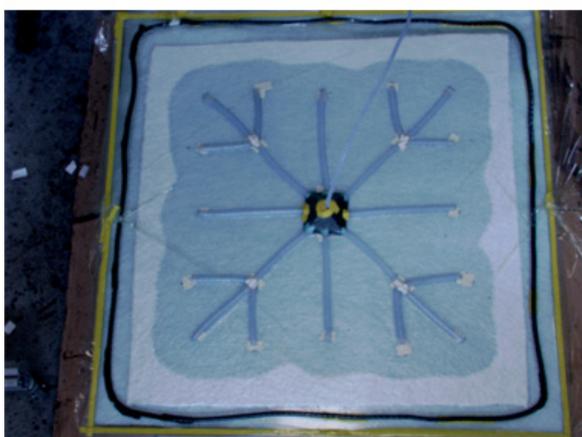
Figura 5-35 Resultados experimentales para un cuadrado con un canal de distribución de resolución media.



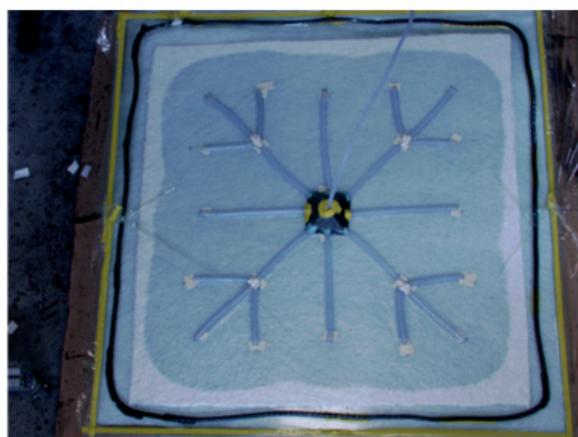
Instante de tiempo 1



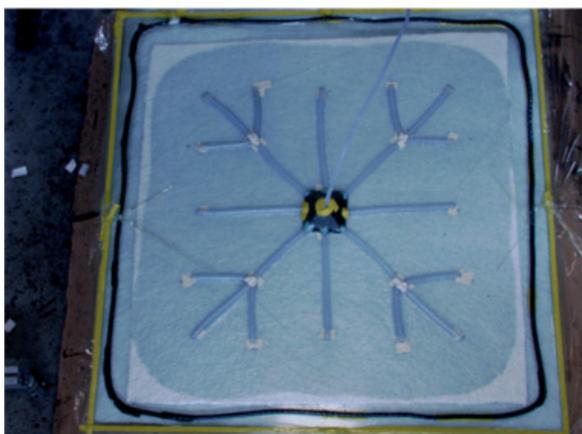
Instante de tiempo 2



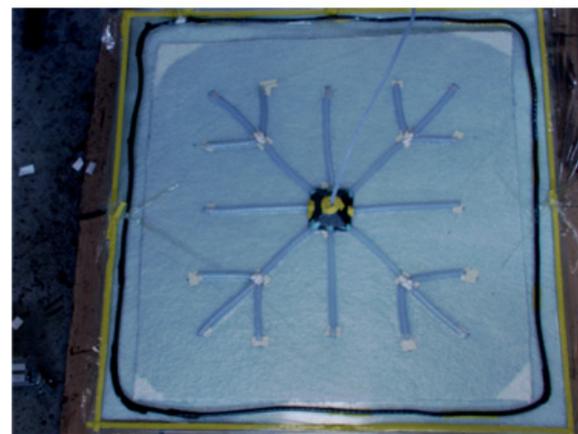
Instante de tiempo 3



Instante de tiempo 4



Instante de tiempo 5



Instante de tiempo 6

Figura 5-36 Resultados experimentales para un cuadrado con un canal de distribución de resolución alta.



Instante de tiempo 1



Instante de tiempo 2



Instante de tiempo 3



Instante de tiempo 4



Instante de tiempo 5



Instante de tiempo 6

Figura 5-37 Resultados experimentales para la rama principal óptima de una piscina

Los llenados se han realizado con una bomba de vacío de 0.5 bar. En la Tabla 5.2, se muestran los tiempos de llenado para el cuadrado en los diferentes ensayos.

TIEMPOS	Llenado total
Main Branch	130 seg
Resolución media	100 seg
Resolución alta	80 seg

Tabla 5.2 Tiempos de llenado de la experimentación VS tiempo de llenado teórico.

Como podemos comprobar en esta tabla, al colocar un canal de distribución con mayor resolución, se denota una importante reducción en el tiempo total de llenado, como era de esperar.

En las experimentaciones anteriores queda demostrado que el frente de avance equidista del venteo en toda su dimensión, conforme aumentamos la complejidad del canal de inyección bajo el criterio metodológico planteado.

5.10 Conclusiones y trabajos futuros

En el presente capítulo, se propone una nueva metodología para la obtención de la ubicación y forma del canal de distribución óptimo en los procesos de infusión. Para ello, se utilizan los espacios de configuraciones conjuntamente con la triangulación de Delaunay, cambiando la tendencia existente en la literatura, FEM+GA → FPCS+Delaunay. Con esta novedosa técnica, se puede optimizar el proceso de infusión sin iteraciones, independientemente de la complejidad del molde. Mediante esta metodología se consiguen llenados óptimos respecto de llegar a la vez al venteo, obviando las pruebas fallidas que son necesarias en la industria hasta encontrar la distribución correcta. Además, el tiempo de cómputo de este algoritmo es bajo, segundos, debido a que no se necesitan iteraciones. Si utilizamos el FPDS, este tiempo es aun menor ya que no requiere de ningún tipo de simulación numérica del llenado del molde.

Los espacios de configuraciones, como se explico en el Capítulo 4, optimizan el espacio de búsqueda, debido a que están desarrollados con las variables a optimizar. Además, en el caso de geometrías 2.5D, reducen la dimensión del espacio de búsqueda. Esta reducción, unida al criterio distancia, nos permite construir una metodología de obtención del canal de distribución óptimo, sin iteraciones y sin la necesidad de simular.

El criterio distancia nos indica que, el frente de avance debe de distar por igual al venteo. Si consideramos al canal de distribución óptimo, como el frente de avance en el instante inicial, este también debería de distar igual al venteo. Con este criterio, y el uso de un espacio e

configuraciones basado en distancias, el problema de optimización se puede resolver simplemente aplicando la triangulación de Delaunay a los nodos del contorno en el FPDS-2D. Como resultado, se obtiene una nube de centros y radios que hacen tangencia con al menos tres nodos del contorno. El número óptimo de estos centros nos determina cual es la forma y ubicación del canal de distribución. Para obtener este número óptimo de centros, se calcula el FPDS-1D del contorno, desde el FPDS-2D. El conjunto de puntos óptimo, generará una representación del contorno lo más cercana a la línea recta, indicándonos equidistancia. Desde esta representación, se puede desarrollar un índice basado en la amplitud del contorno y el valor máximo de la distancia que nos permita medir la bondad de la solución.

Con esta metodología se obtiene una solución cercana a la óptima pero, no es la ideal, ya que no garantiza la equidistancia con el contorno, simplemente el mejor grupo de centros. Para poder garantizar equidistancia, se introducen ramas secundarias conectadas a la rama principal. Estas ramas secundarias también se computan mediante la triangulación de Delaunay, pero solo garantizando la tangencia con dos nodos del contorno. Con la inclusión de las ramas secundarias, ya tenemos lo que buscábamos, equidistancia con el contorno. La solución óptima nos otorga un grado de libertad a la hora de diseñar el canal de distribución óptimo. Este grado de libertad es el tiempo de llenado, radio mínimo seleccionado en la construcción de las ramas secundarias. Cuanto menor sea este radio, más complejo será el canal de distribución propuesto, pero por contra conseguiremos un llenado más homogéneo con un tiempo de llenado menor.

El incremento de la complejidad del inyector tiene efectos negativos ya que, implica un mayor desperdicio de la resina atrapada en los canales de distribución. Para minimizar este efecto se propone analizar el uso de mallas de infusión en vez de espirales. El aumento de la complejidad también implica una mayor pérdida de presión en el canal, haciendo que el modelo teórico y el real difieran. Aun así, es notoria la mejoría en el tiempo total de llenado.

La complejidad del inyector también implica un aumento del tiempo de montaje y un mayor riesgo del error humano en su colocación. Para minimizar este efecto, se propone el uso de los sistemas de visión artificial propuestos en el Capítulo 4, y en particular del proyector. Una vez calibrado el sistema, este nos indicará de forma precisa la ubicación del canal de distribución óptimo, minimizando el error humano y el tiempo de montaje.

Todos los inconvenientes que pueda tener el uso de canales de distribución complejos desaparecen, si lo comparamos con la metodología actual existente en la industria. En estos casos, son necesarios varios llenados fallidos, antes de encontrar la forma óptima de inyectar.

Con el método propuesto en este capítulo, estos llenados fallidos desaparecen, ya que se puede obtener un llenado óptimo a la primera.

En este capítulo solo nos hemos focalizado en resolver el problema de la optimización para preformas isotrópicas, dejando para trabajos futuros el problema de la no-isotropía. La solución a este problema es bastante más compleja ya que, no solo existe una permeabilidad distinta en función de la dirección del flujo, sino que además esta cambia en función de la curvatura de la tela, [73]. Sin embargo, las herramientas a utilizar cuando se disponga del conocimiento de esta función, ya han sido plasmadas en esta tesis, FPCS+Delaunay. No es complejo construir un espacio euclídeo basado en modelos no isotrópicos, ya que la distancia se verá escalada, por la relación de permeabilidades. Sobre este espacio, simplemente sería necesario aplicar de nuevo la metodología propuesta en este capítulo.

Capítulo 6

Aplicación de los espacios de configuraciones para la definición de índices de llenado y comportamientos óptimos (Homotopy maps).

6.1 Introducción

En el presente capítulo se determina como deberían de ser las formas del frente de avance durante el llenado ideal. En la literatura, se determina que la forma del frente de avance ideal debe de distar igual al venteo, radial al venteo. Este comportamiento es contrario al comportamiento natural del flujo, este es radial pero al inyector. Así pues, en el presente capítulo se determina que las formas de frente de avance óptimas son una deformación continua desde su comportamiento natural, radial al inyector hasta su comportamiento deseado, radial al venteo. Este comportamiento se conoce como homotopía. Como se demostrara en el presente capítulo, conforme incrementamos la resolución del inyector colocado, el comportamiento del flujo se acerca más al homotópico. Así pues, en el presente capítulo se reformulan los índices que miden la bondad del llenado teniendo en cuenta las formas de frente homotópicas. Para proporcionar una medida mas eficiente se crea un nuevo espacio de configuraciones llamado Flow Pattern Homothopy Space (FPHS), donde el frente de avance debe de representarse como una línea recta si este es homotópico. Los resultados de esta investigación se han publicado en [94], [96] y [99].

6.2 Criterios óptimos de llenado

Una de las tareas más importantes en la optimización y control de los procesos LCM es la definición de cual es el llenado óptimo. En este sentido, el objetivo en los procesos LCM es saturar completamente la preforma con la resina en el menor tiempo posible, antes de que el reactivo que activa el curado alcance el umbral donde la viscosidad de la resina incrementa de forma abrupta. Este comportamiento se conoce como punto de gelificación. La reacción química comienza cuando la resina se mezcla con el catalizador justo antes de que esta entre en el molde, ver Figura 6-1.

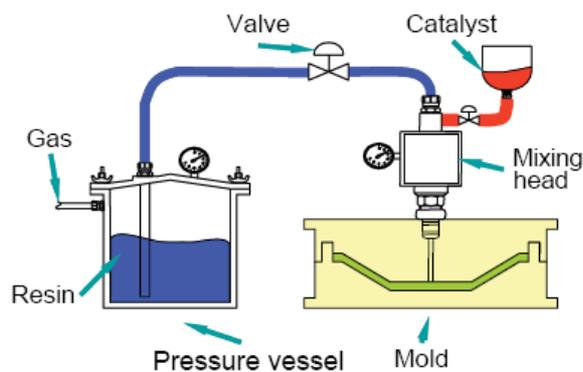


Figura 6-1 Mezcla del catalizador de forma constante a la entrada de la resina

Así pues, como el porcentaje de concentración del catalizador con la resina es la misma, el curado del molde comienza en distintos instantes de tiempo. Esto es debido a que el instante de tiempo en el cual la resina empieza a gelificar va en función del porcentaje de catalizador y del tiempo que este lleva mezclado con la resina. Para solucionar este problema, se puede establecer un control de la mezcla introducida con la resina, teniendo en cuenta el tiempo que va a estar dentro del molde, a fin de intentar que el curado comience a la vez, ver Figura 6-2.

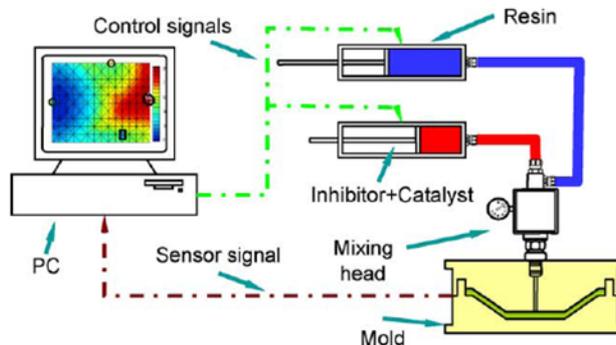


Figura 6-2 Control del catalizador e inhibidor en la mezcla

El uso de inhibidores del curado también es una posibilidad para poder obtener un curado que comience en el mismo instante de tiempo, ver por ejemplo, [75], [76], [77]. En este sentido, el inhibidor, como su propio nombre indica, inhibe el curado, permitiendo controlar el inicio de la gelificación mediante, por ejemplo, un gradiente de temperatura en el molde. La reacción de gelificación puede ser modelada como función del tiempo y del histórico de temperaturas. Ese gradiente de temperaturas a lo largo de la gelificación es el causante del estrés termomecánico, provocando que la pieza final no tenga las propiedades deseadas.

Por otro lado, antes de que la resina empiece a gelificar es necesario saturar completamente la preforma con la resina sin dejar zonas secas en ella. Para ello, en [23], [24], se establece como criterio para evitar este efecto que la posición del frente de avance en cada instante de tiempo diste por igual en todos sus puntos al venteo.

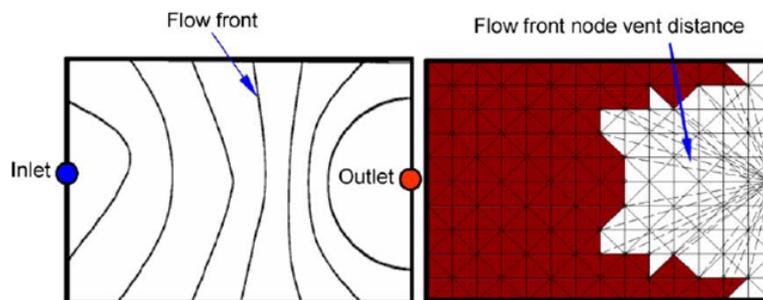


Figura 6-3 Distancia homogénea al venteo. Minimización de zonas secas

Con este criterio se trata de impedir que el frente de avance se adelante más por una parte que por otra, ya que si la parte que va más adelantada se llegara a cerrar sobre la parte más atrasada, provocaría una zona donde el aire quedaría atrapado. La probabilidad de que esto ocurra va en función de cuanto de adelantado vaya el frente de avance en sus distintas partes. En el mismo sentido, si el frente de avance llega de forma no homogénea al venteo, es decir, si una parte del frente de avance alcanza al venteo y otras no, el llenado se detiene, ya que la resina tapona la extracción de aire y las zonas que no se han impregnado no se pueden llenar debido a que el aire no puede salir. La única alternativa para solucionar este problema es succionar resina del molde por el venteo para que el frente de avance siga avanzando, pero la resina extraída tiene que ser desechada. A esta técnica se le conoce como el sangrado, “*bledding*”. También suele ser usual, en procesos de contramolde flexible con bolsa de plástico, pinchar de nuevo la bolsa en las zonas secas para poder seguir haciendo vacío y terminar de impregnar la preforma.

En [23], [24], se establecen unos índices numéricos de medida de los criterios anteriormente descritos llamados PPI (Process Performance Index), focalizados para su uso en procesos de

contramolde rígido, RTM. El objetivo de estos índices es medir la idoneidad de los llenados, devolviendo un indicador numérico de su idoneidad, el menor índice, el mejor. En [23] utilizan la varianza de la distancia euclídeas de cada punto del frente de avance al venteo y el tiempo máximo de llenado, mientras que en [24] se mejora el índice propuesto en [23] incluyendo la dispersión en el tiempo de incubación para medir la bondad del curado. Así pues, los criterios que definen un llenado óptimo son;

- *Tiempo de total de llenado*: El mejor es el menor posible.
- *Tiempo de incubación*: El mejor es el que genera menor dispersión.
- *Distancia al venteo*: El mejor es el que genera menor dispersión.

De todos estos criterios, el criterio distancia homogénea al venteo es el que impone cual debería de ser la forma del frente de avance ideal en cada instante de tiempo. En realidad, esta forma es contraria al comportamiento natural del flujo, radial desde un punto, haciendo que la imposición de el comportamiento, distancia homogénea al venteo sea difícilmente realizable para un llenado real, ya que el comportamiento natural del flujo provoca el efecto contrario. En el siguiente apartado se discute este tema.

6.3 Modelos de flujo óptimos

El comportamiento del flujo cuando se inyecta a través de un punto discreto en modelos isotrópicos tiene forma radial, cuyo centro esta alojado exactamente en la boquilla de inyección. Así pues, uno de los criterios de localización de las boquillas de venteo suele ser tomar el punto mas alejado desde un inyector preseleccionado, ver [18]. En este proceso de optimización se puede utilizar simulación numérica o bien como en [18], utilizar la distancia al inyector como sustitutivo de la simulación, “*mesh distance based approach*”. Mediante esta técnica se esta considerando que la forma del frente de avance es radial desde el inyector, donde el punto mas alejado es el lugar donde deberíamos de colocar el venteo óptimo. Así pues, se podría definir un llenado visto desde el inyector como;

Llenado visto desde el inyector

“El llenado de un molde, visto desde el inyector, es siempre radial a este”.

Esta idealidad o comportamiento natural del flujo solo se ve alterado por las condiciones de contorno, es decir, cuando el frente de avance se encuentra con el contorno del molde, con obstáculos, etc., debido principalmente a la ley de conservación de masa, obligando al flujo a ubicarse en otros lugares y deformando este círculo teórico. Contrariamente a este concepto, el

criterio de llenado óptimo que condiciona la forma del frente de avance se basa en el efecto contrario, este es, la forma del frente de flujo debería de ser radial, pero visto desde el venteo. Así pues, se podría definir el llenado visto desde el venteo como;

Llenado visto desde el venteo

“El llenado de un molde, visto desde el venteo, debe de ser siempre radial a este”.

Como podemos observar a través de estas definiciones, ambas son contrarias, pero a la vez, ambas son o desearíamos que fueran ciertas. Esto implica que no es posible obtener un llenado real, solo basándonos en el criterio distancia al venteo. Así pues, una definición correcta de llenado óptimo podría ser;

Llenado óptimo

“Un llenado óptimo es aquel, cuyas formas de frente de flujo son una deformación continua de el llenado visto desde el inyector a el llenado visto desde el venteo.”

Así pues, el comportamiento ideal, no es ni el visto desde el inyector, ni el visto desde el venteo, sino que es una deformación continua de uno sobre otro. Cuando el frente de flujo este cercano al inyector, la forma de este debería de estar cercana a ser radial a el, pero cuando estemos cerca del venteo, el frente de flujo debería de estar cercano a ser radial al venteo. Este concepto de deformación continua se define matemáticamente como *homotopía*. Dadas dos aplicaciones continuas se dice que son homotópicas (del griego *homos* = mismo y *topos* = lugar) si una de ellas puede "*deformarse continuamente*" en la otra. A este comportamiento ideal del flujo basado en la homotopía se le ha denominado mapa homotópico, "*Homotopy map*", donde están contenidas todas las formas del frente de flujo.

6.4 Definición de Mapa homotópico para procesos de contramolde flexible.

Definiendo el problema de forma continua, las formas del frente de avance que define el comportamiento del flujo óptimo entre el contorno del molde, $\varphi^*(u)$, y el punto o curva de interés $\gamma_0(u)$, definidos ambos en \mathfrak{R}^3 como $\varphi^*(u) = (x^*(u), y^*(u), z^*(u))$, $\gamma_0(u) = (x_0(u), y_0(u), z_0(u))$ respectivamente, se define como una deformación continua entre ambas curvas como;

$$H(\varphi^*, \gamma_0) = \varphi^* t_H + \gamma_0(1 - t_H) \tag{6.1}$$

donde $t_H \in [0,1]$ es el parámetro intrínseco que controla la deformación. El uso de los espacios de configuraciones FPCS-1D, nos permite reducir la dimensionalidad en la definición de las curvas $\varphi^*(u)$, $\gamma_0(u)$, pero además, como el inyector sea cual sea su forma y complejidad, siempre se representa como una línea recta en el origen de coordenadas con valor cero, $\gamma_0(\psi, \theta) = 0 \forall \theta \in [0 \cdots 2\pi]$ ver capítulo 3, la deformación homotópica en el se puede reescribir como;

$$H(\varphi^*, \gamma_0) = \varphi^* t_H \text{ donde } \gamma_t = f(t_H, \theta). \quad (6.2)$$

En la Figura 6-4 se muestran un ejemplo para el bote. Dado un molde en el espacio cartesiano, se realiza la transformación a FPCS. En este espacio se deforma de forma continua el contorno con respecto al origen, venteo e inyector respectivamente. Una vez realizado, si representamos estas formas de nuevo en el espacio cartesiano obtendremos el mapa homotópico.

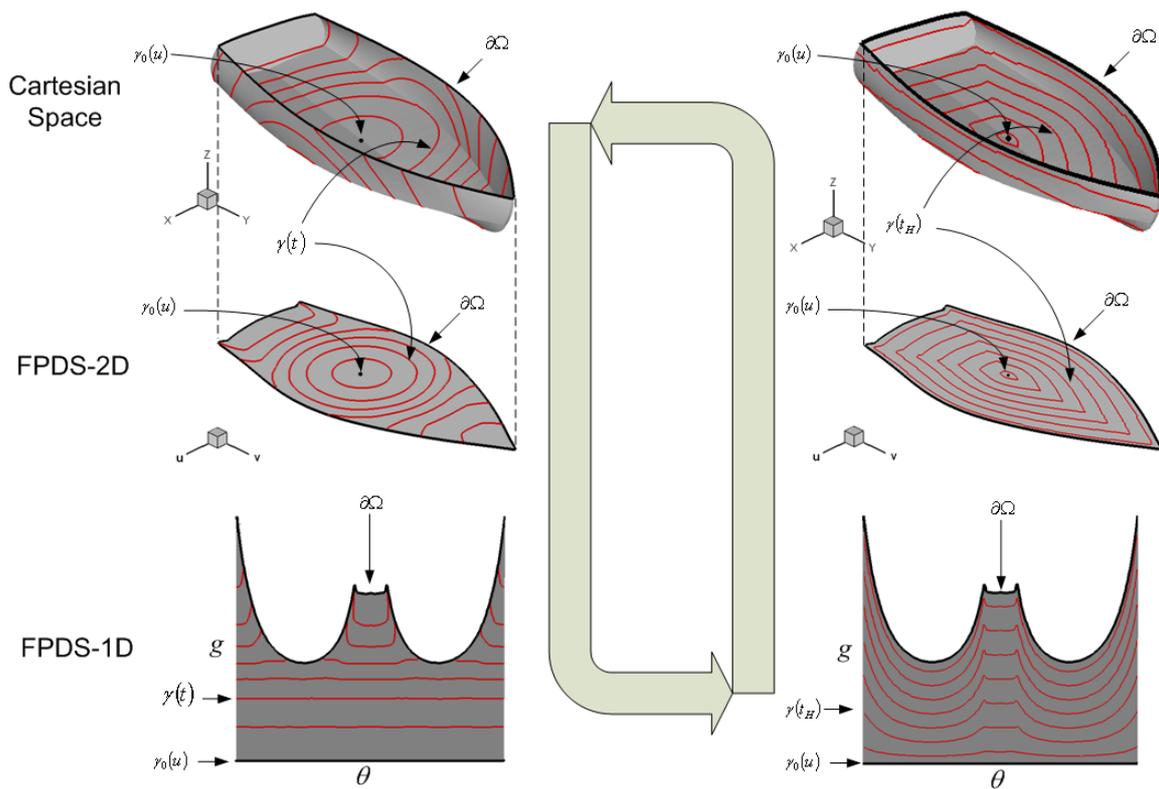


Figura 6-4 Comportamiento del flujo óptimo de punto a contorno

6.5 Técnicas de cómputo de un mapa homotópico

A este tratamiento de ambas funciones, $\varphi^*(u)$, $\gamma_0(u)$, también se le conoce con el nombre de *morfología*, ya que, lo que se está haciendo es transformar de forma continua una función a otra. Este concepto es muy utilizado en ámbitos como la animación 3D para realizar *morphing*. En estos casos, las funciones continuas suelen ser curvas o superficies paramétricas definidas mediante, Beziers, B-Splines o NURBS, véase como ejemplo [78]. También se suele aplicar la *morfología* a objetos mallados como en [79]. En estos casos es necesario definir cual es el camino que debe seguir cada nodo de la malla, desde la posición inicial a la posición final. A estos caminos se les denomina *isolíneas*. Estas *isolíneas* también suelen formar parte de las líneas que forman un tipo concreto de mallado, conocido como *wireframe*, malla de alambre, ver Capítulo 4, Apdo. 4.6.1. Así pues, existen, como en el caso de la creación de los espacios de configuraciones, la posibilidad de computar los mapas Homotópicos de ambas formas, continua y discreta.

6.5.1 Mapas homotópicos continuos

Si nos fijamos en la Figura 4-8, las *isolíneas* representadas mediante curvas paramétricas que forman parte de los alambres del malla, parten todas desde un punto y van a morir a otro punto. Para el caso de los procesos LCM, el punto inicial es el inyector y el punto final el venteo. Cada *isolínea* define el camino que debería de seguir cada punto del frente de avance. Así pues, como cada *isolínea* está representada mediante una curva paramétrica simplemente tenemos que utilizar $t_H \in [0,1]$ como parámetro intrínseco. Si suponemos que el mallado está formado por m Beziers, cada *isolínea* se formularía como;

$$\alpha^m(t_H) = \sum_{i=0}^n P_i^m \cdot B_{n,i}^m(t_H); t_H \in [0,1] \quad (6.3)$$

Así pues, cuando el parámetro intrínseco de todas las curvas paramétricas sea 1, $\alpha^m(1)$ representara los puntos del venteo mientras que, cuando el parámetro intrínseco sea 0, $\alpha^m(0)$ representara puntos del inyector. Con esto, si disponemos de un mallado de estas características, la propia malla en si nos daría el mapa homotópico sin necesidad de realizar nada adicional.

Si no se dispone de esta malla de alambre, pero si que se dispone de la representación paramétrica del contorno, podemos representarlo en el FPCS-1D y computar la deformación homotópica de forma simple. Dado un contorno representado mediante una Bezier;

$$\partial\Omega(u) = \sum_{i=0}^n P_i \cdot B_{n,i}(\theta(u)) \quad (6.4)$$

donde los puntos de control están colocados en el FPCS-1D, ver Capítulo 4, Apdo. 4.6.1, el espacio homotópico, es decir, las formas de los frentes de avance óptimas se pueden obtener como;

$$\gamma_t(t_H, u) = \sum_{i=0}^n (P_i \cdot t_H) \cdot B_{n,i}(\theta(u)) \quad (6.5)$$

6.5.2 Mapas homotópicos discretos

Focalizando nuestra atención en la Figura 4-8, las isólineas que forman parte de los alambres del mallado del bote, son las líneas geodésicas ó las líneas euclídeas en el caso 2D que se computan para el cálculo de los espacios de configuraciones basados en distancia (FPDS). En el caso de utilizar el FPTs, las líneas generadas también son las geodésicas pero considerando el comportamiento del flujo. Cada línea define el camino a recorrer por cada punto del frente de avance, ver Figura 6-5.

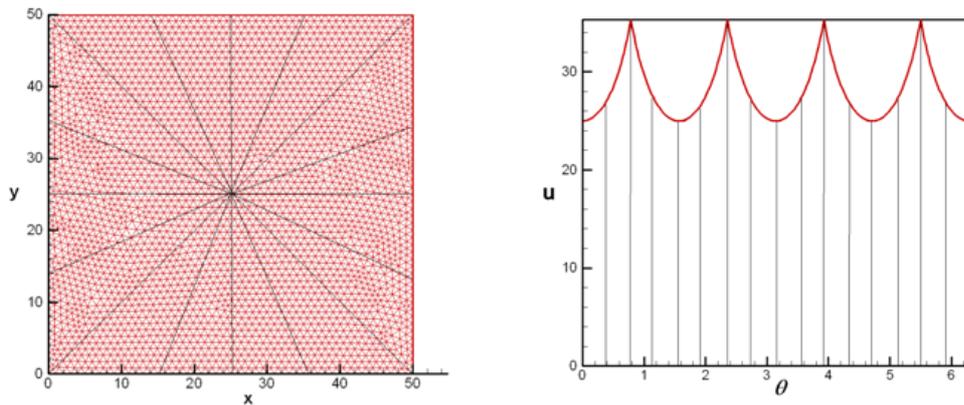


Figura 6-5 Distancia euclídeas/geodésica de los FPDS son las isólineas que definen un mapa homotópico.

El cálculo del mapa homotópico a través de la malla, se puede obtener de forma simple también desde el FPDS-1D ó FPTs-1D. Para este caso, tenemos que calcular el parámetro t_H para cada nodo, es decir, el tiempo normalizado al cual el flujo debería de llegar a el. Dado un

nodo n , este tiempo es la relación entre la distancia del nodo al origen, d_n , con la isolínea al contorno que pasa por ese nodo, d_{iso} , ver Figura 6-6. esto es;

$$t_H = d_n / d_{iso}, \text{ donde } t_H \in [0,1]. \quad (6.6)$$

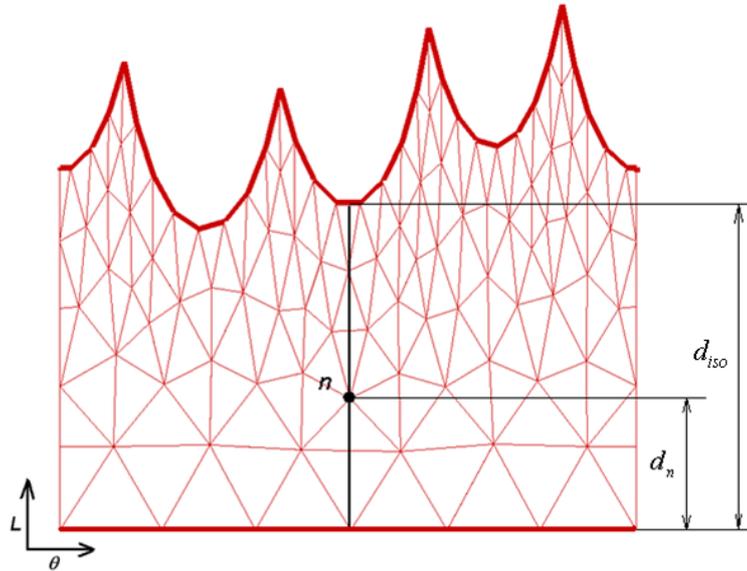


Figura 6-6 Cálculo del tiempo normalizado en el que debería de llegar el frente de avance a cada nodo

Como resultado de cualquiera de las operaciones para calcular un mapa homotópico, continua o discreta, se obtiene un llenado de tiempo normalizado donde las formas del frente de avance son una deformación homotópica continua. La Figura 6-7 se muestran varios ejemplos de las formas de flujo óptimo realizadas desde el FPDS-1D. Como podemos observar en las formas del frente de avance obtenidas en los ejemplos de las filas 1,2,4, las formas de los frentes de avance difieren mucho de lo que sería un llenado real mientras que en el caso de la fila 3, cuadrado con el main branch obtenido en el Capítulo 5, las formas del frente de avance son mas cercanas al llenado real. Esto es debido a que el algoritmo de optimización trata de obtener equidistancias y, eso implica que, en el caso ideal, un Δt_H provoca un incremento proporcional de la posición del frente de avance en todas las direcciones. Así pues, en la Figura 6-8, se muestran ejemplos de las formas de flujo óptimo desde inyectores con las formas obtenidas mediante la metodología propuesta en el Capítulo 5. Como se puede observar en estos ejemplos, conforme la resolución del inyector aumenta, las formas de los frentes de avance simulados frente a los obtenidos mediante el mapa homotópico son más parecidas al llenado ideal homotópico.

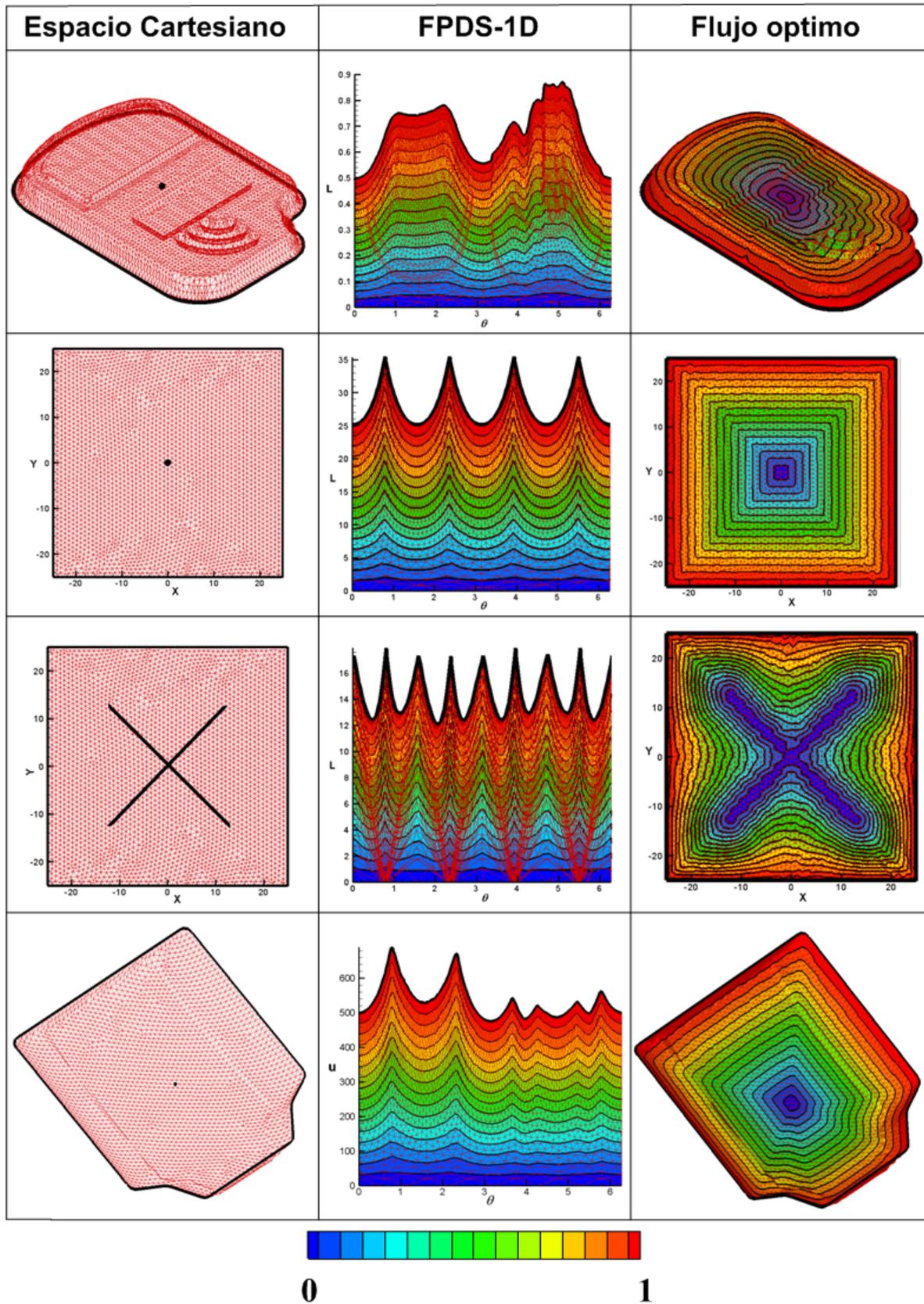


Figura 6-7 Ejemplos de mapas homotópicos para procesos de contramolde flexible con el FPDS.

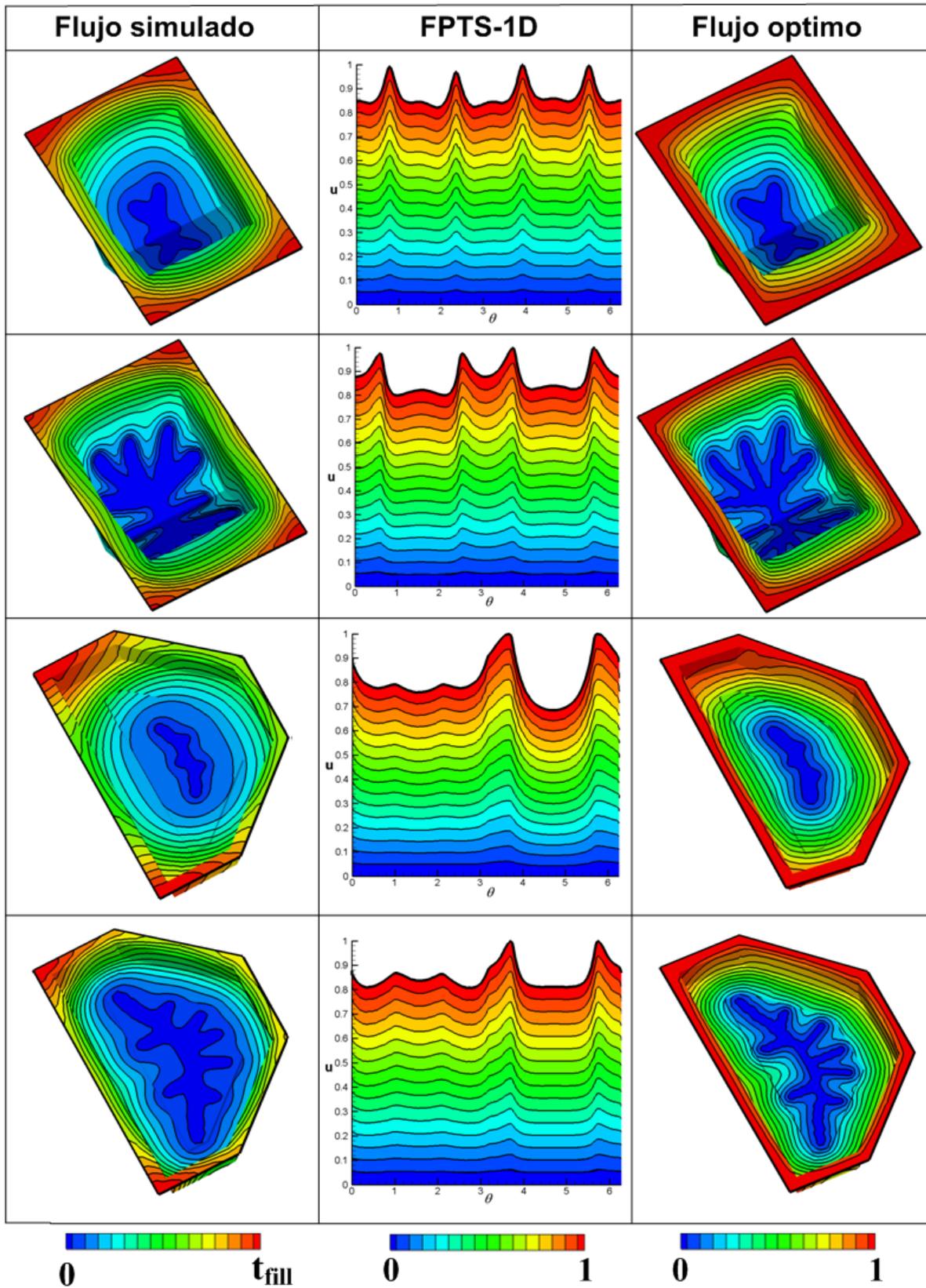


Figura 6-8 Ejemplos de mapas homotópicos para procesos de contramolde flexible isotrópicos.

6.6 Construcción de los espacios configuraciones basado en el comportamiento de flujo homotópico

A partir de un mapa homotópico, donde $\gamma_t = f(t_H, \theta)$, $t_H \in [0,1]$, el tiempo normalizado al cual el flujo debería de llegar a cada nodo, se puede seleccionar, al igual que en el FPTs, como parámetro libre;

$$\Psi(u) = f(t_H / \|t_H\|) \tag{6.7}$$

donde $\|t_H\|$ es la norma infinito o la norma máxima como;

$$\|t_H\|_\infty := \max(t_H) \text{ donde } t_H \geq 0 \tag{6.8}$$

y que para los espacios basados en mapas homotópicos siempre será igual a 1. En cada instante de tiempo, $t_H \in [0,1] \rightarrow \Psi(u) \in [0,1]$. En este sentido, en el espacio resultante se cumple;

$$\lim_{t \rightarrow 0} \Psi(u) = 0 = \gamma_0, \quad \lim_{t \rightarrow T} \Psi(u) = 1 = \gamma^* \tag{6.9}$$

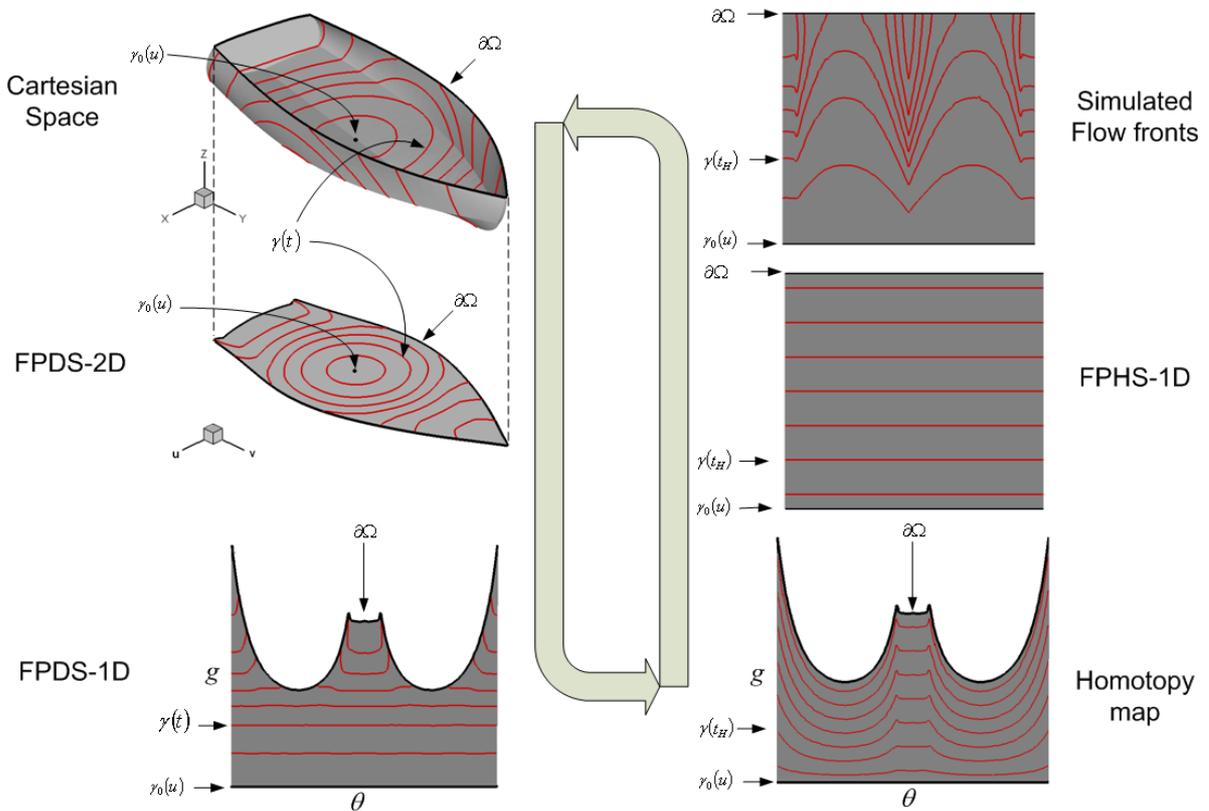


Figura 6-9 espacio de comportamiento de flujo homotópico (FHPS)

Así pues, la representación del frente de avance real en este espacio $\gamma_t(u) \rightarrow \gamma_t(\Psi(u), \theta(u))$ será una línea recta si la forma del frente de avance se corresponde con la predefinida en el mapa homotópico. En la Figura 6-9 se muestra como construir un FPHS desde el FPDS obtenido para la embarcación desde un punto colocado en el centro de masas. Así pues, desde el FPDS-1D se genera el mapa homotópico como se ha descrito en el Apdo. 6.5. A partir de los tiempos normalizados, $t_H \in [0,1]$, se construye el FPHS-2D y 1D, de la misma forma que se construiría un FPTS, ver Capítulo 4, Apdo. 4.7. El mapa homotópico se puede realizar indistintamente desde un FPDS o FPTS. En la Figura 6-10 se muestra un esquema resumen de cómo construir los FPHS a partir de un FPDS, FPTS;

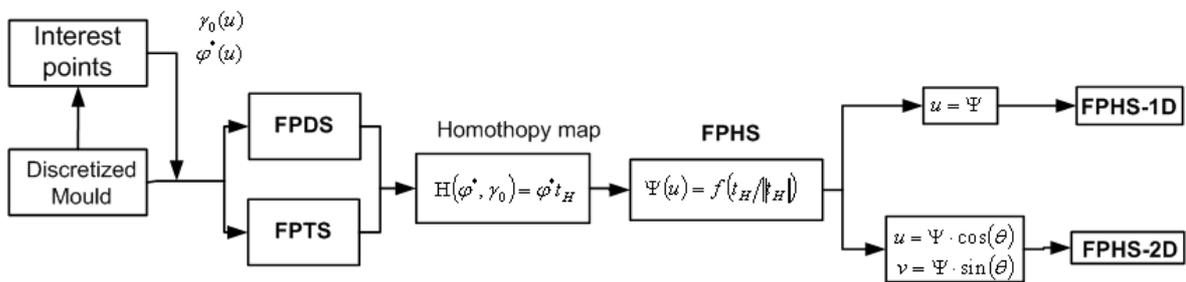


Figura 6-10 Construcción de los espacios de patrón de flujo basados en mapas homotópicos (FPHS)

En la Figura 6-11 se muestran ejemplos de este tipo de espacios computados sobre la malla discreta. En particular, en la fila 1 y 2 se muestra un molde cuadrado llenado desde un punto situado en el centroide y desde la rama principal óptima obtenida en el Capítulo 5. Como podemos observar, los frentes de avance tienen formas más cercanas a ser una línea recta en el FPHS-1D y más cercanas a un círculo en el FPHS-2D, cuando el inyector es el aspa ya que el inyector genera mejor equidistancia con el contorno. Lo mismo ocurre para el ejemplo de la Figura 6-11, fila 3 y 4, donde en este caso, el ejemplo es un molde 2.5D.

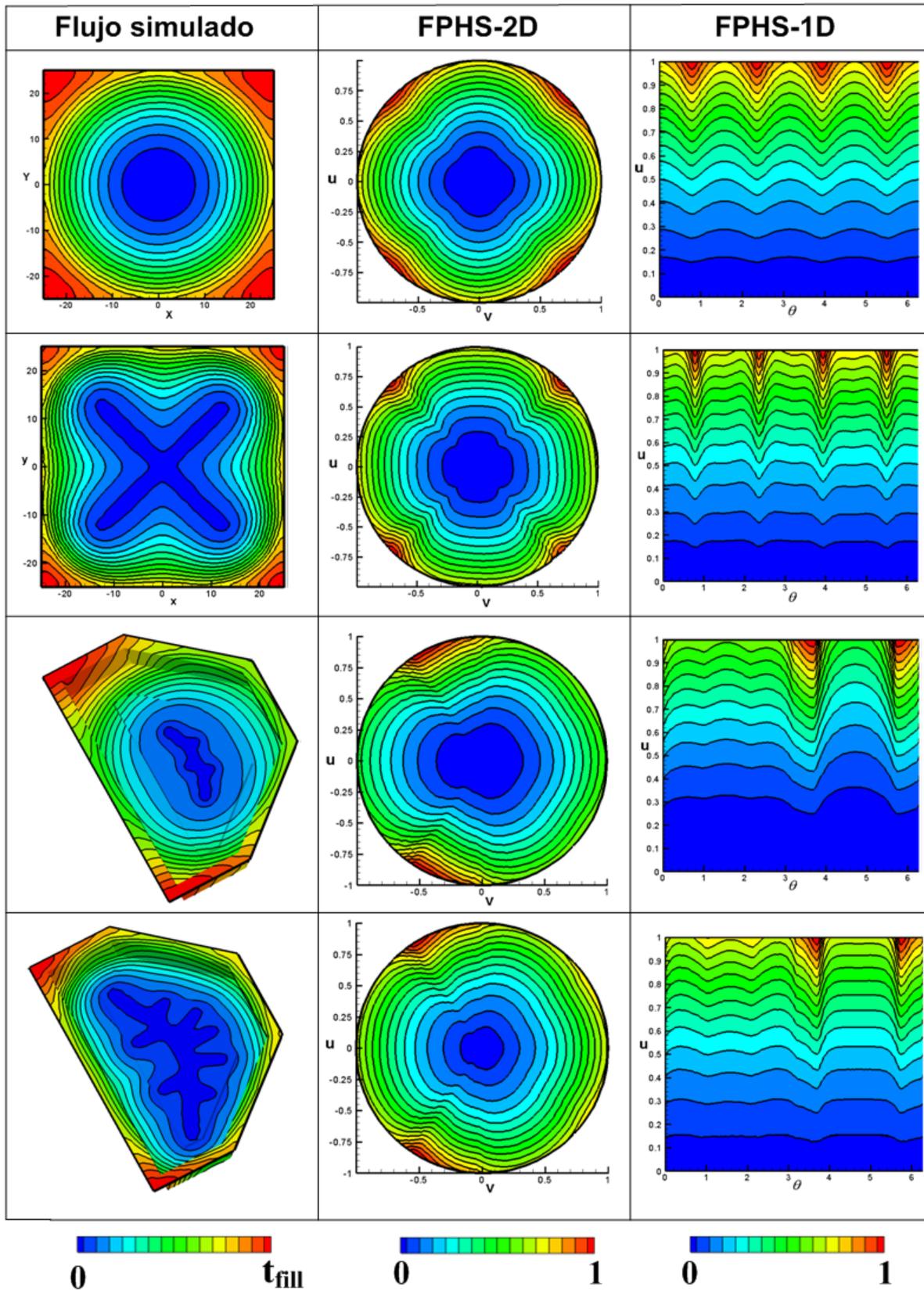


Figura 6-11 Ejemplos de espacios de patrón de flujo basado en mapas homotópicos para modelos isotrópicos.

6.7 Espacios de configuraciones basados en comportamiento de flujo homotópico como referencia de la bondad de los llenados.

Una de las propiedades de los espacios de configuraciones basados en patrón de flujo es que se pueden construir para que, si el flujo se comporta como se ha predicho, su representación sea una línea recta, en el caso de los FPCS-1D, o un círculo en el caso del FPCS-2D. Por ejemplo, si realizamos el FPDS-1D desde un punto seleccionado como venteo, si el frente de avance es radial a este, se representará como una línea recta en el FPDS-1D. De la misma forma, cuando realizamos el FPTS, estamos condicionando la representación de los frentes de avance a líneas rectas o a círculos si el flujo se comporta como la simulación. El FPHS condiciona el comportamiento del flujo a la homotopía entre los comportamientos vistos desde el inyector y desde el venteo, donde, como hemos visto en los apartados anteriores, si se comporta de forma homotópica, su representación es una línea recta o círculo. Así pues, dado que el frente de avance ideal en estos espacios será una línea recta, es bastante sencillo obtener un índice numérico PPI, que nos permita medir la bondad de las formas del frente de avance para procesos de contramolde flexible, simplemente utilizando la representación del frente de avance en este tipo de espacios. Los índices propuestos en [23], [24], están focalizados para procesos de contramolde rígido, RTM, donde, al utilizar la distancia euclídea, ven limitada su aplicación a moldes 2D, y a geometrías de venteo puntuales.

Mediante el uso de los FPCS, todos estos problemas se solucionan ya que sobre estos espacios solo debemos de comparar la representación del frente de avance con una línea recta, sea cual sea la dimensión y configuración de boquillas. Así pues, modificando mínimamente los índices propuestos en [23], [24], podemos obtener un PPI genérico de uso en cualquier proceso. Simplemente debemos de sustituir la distancia de cada nodo al venteo por la posición de este en cualquier FPCS. En este caso, nos vamos a centrar en el FPHS, pero sería posible utilizar cualquiera de ellos. Así pues, el índice que nos permite medir la bondad del llenado para procesos de contramolde semirígido, considerando la homotopía como criterio óptimo sería;

$$Q_H = \frac{T \cdot D \cdot \sum_{k=1}^m \sqrt{\frac{\sum_{i_k=1}^{n_k} (\gamma_{ik} - \bar{\gamma}_k)^2}{n-1}}}{m} = \frac{T \cdot D \cdot \sum_{k=1}^m h_k}{m} = \frac{T \cdot D \cdot H}{m} \quad (6.10)$$

donde:

Q_H es el índice total de llenado.

T es el tiempo total de llenado.

h_k es el índice intermedio para cada frente de avance.

m es el número de frentes de avance considerados.

n_k es el número de nodos que definen el frente de avance k .

γ_{ik} es el tiempo normalizado del nodo i en el FPHS localizado en el frente de avance k .

$\bar{\gamma}_k$ es la media de los tiempos del frente de avance representados en el FPHS.

D es el índice de dispersión del tiempo de incubación.

H es el índice de dispersión del frente de avance en el FPHS-1D.

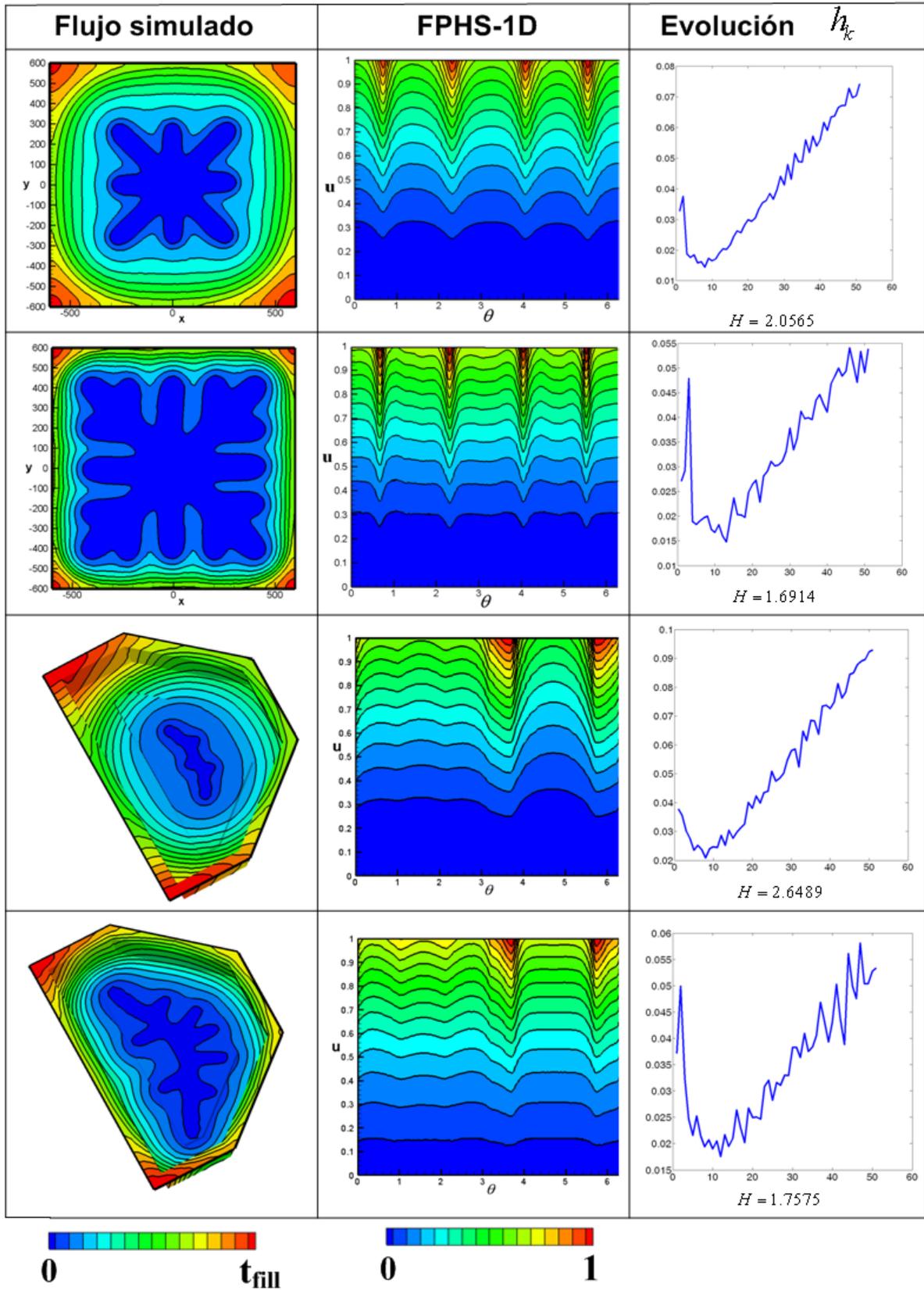


Figura 6-12 Evolución del índice de bondad de la forma de frente de flujo. Modelos isotrópicos

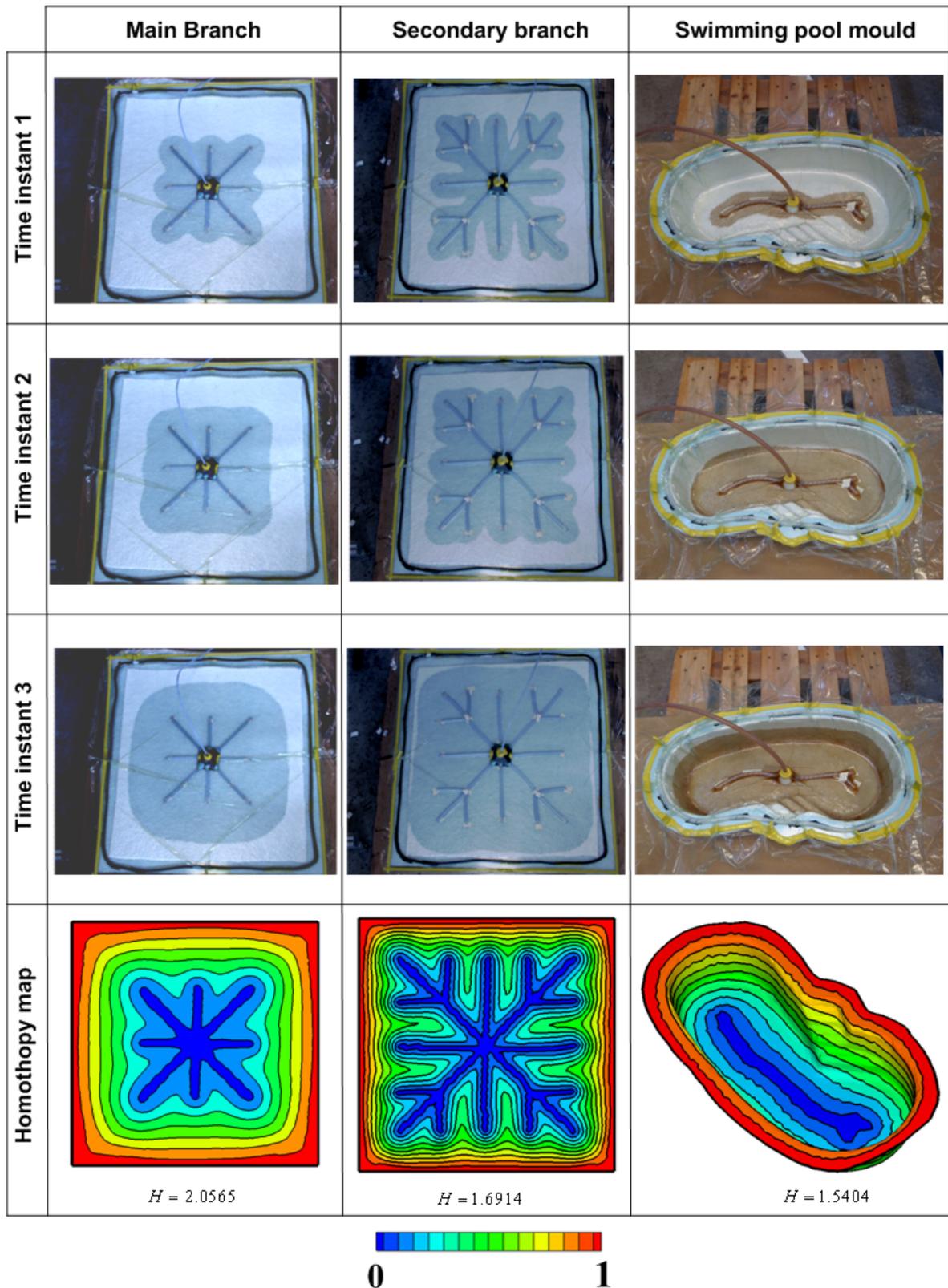


Figura 6-13 Comparativa entre los frentes de avance real y el llenado homotópico

Como podemos observar en la Ec. (6.10), solo se ve modificado el índice intermedio q_k , donde, en vez de utilizar la distancia al venteo, se utiliza la comparativa de la representación

del frente de avance en el FPHS con una línea recta, frente de avance ideal en ese espacio. En la Figura 6-12 se muestran varios ejemplos simulados de evolución del índice cuando se incrementa la resolución del inyector como se definió en el Capítulo 5. En la primera columna se muestra la simulación con cada uno de los inyectores, en la columna 2 se muestra la representación del frente de avance en el FPHS y en la columna 3 se muestra la evolución del índice H , así como el valor numérico de este. Como podemos observar, cuanto mayor es la resolución del inyector, menor es el índice H , que mide la idoneidad de las formas del frente de avance. En la Figura 6-13 se muestran los ejemplos reales realizados en el Capítulo 5, comparados con el mapa homotópico. Como era de esperar, los llenados reales se comportan de forma homotópica implicando que cuanto menor es el índice H , mejor es el llenado. Este índice decrece conforme se introducen inyectores más complejos. No solamente decrece este indicador del índice Q_H conforme introducimos más complejidad sino que además también decrece el tiempo máximo de llenado como se definió en el Capítulo 5.

6.8 Conclusiones y trabajos futuros

En el presente capítulo se ha presentado como modelizar matemáticamente el comportamiento de flujo óptimo para procesos de contramolde flexible. Este comportamiento se define como la homotopía entre el llenado natural visto desde el inyector hasta el llenado deseado visto desde el venteo. Esta definición viene justificada ya que en la literatura, [23], [24], se establece como forma de frente óptimo aquel que dista igual al venteo en todos los instantes de tiempo durante el llenado. En realidad, este comportamiento deseado es contrario al comportamiento natural del flujo, este es, radial pero desde el inyector. Mientras que el primer criterio se utiliza para medir la bondad del llenado, [23], [24], el comportamiento radial del flujo visto desde el inyector se utiliza para buscar cual es la ubicación del venteo óptimo en procesos RTM, [18], colocando este en el punto mas alejado. En realidad, como se demuestra en el presente capítulo, el comportamiento óptimo del flujo no es ni radial al venteo ni radial al inyector, sino una deformación continua de un comportamiento sobre el otro. Esta deformación continua se define matemáticamente como la *homotopía*. Así pues, dado un inyector y un venteo en procesos de contramolde flexible, la homotopía se define como una deformación continua entre el inyector y el venteo. Los frentes de avance resultantes generan lo que, en este capítulo se le ha denominado mapa homotópico, definiendo las formas del frente de avance no en función del tiempo, sino en función de su posición relativa con el origen y el destino.

Como se define en esta tesis, existen varias formas de obtener un mapa homotópico, de forma continua y de forma discreta, dependiendo de la definición del molde que se disponga. La manera mas fácil de obtener un mapa homotópico es a través de un mallado definido mediante

alambres, donde cada alambre es una curva paramétrica que define la línea geodésica entre el inyector y el venteo. La forma del frente de avance se obtiene uniendo los puntos que genera cada curva paramétrica para un mismo valor de parámetro intrínseco. Cuando el parámetro intrínseco vale 0, los puntos representan el inyector mientras que cuando vale 1, los puntos representan el venteo. Si no se dispone de este mallado, pero si de la formulación del contorno mediante curva paramétrica, podemos representarla en el FPCS-1D y, simplemente reescalando los puntos de control de la curva paramétrica con el origen, representación del inyector, también obtendríamos el mapa homotópico. Por último, también es posible realizar un mapa homotópico a través de una malla fija, definición usual de un molde en procesos LCM. En este caso, simplemente se necesita computar para cada nodo, la relación existente entre la línea que llega entre ese nodo hasta el desde el inyector y la que va desde el inyector al contorno, pasando por ese nodo. Este cálculo se realiza de forma muy eficiente desde el FPCS-1D, ya que las coordenadas de cada nodo tienen la información necesaria para ello.

El comportamiento homotópico del flujo depende de la posición relativa entre el inyector y el venteo. Esta posición relativa, posición y forma óptima del inyector, se calculo en el Capítulo 4, donde el criterio era hacer que el inyector diste por igual al contorno. Si conseguimos que diste igual, caso por ejemplo de un círculo implicaría que el comportamiento homotópico sería el real. Es por ello que, conforme aumentamos la resolución del inyector, más cercano están las formas del frente de flujo real con el mapa homotópico. Esto permite definir el mapa homotópico, dado un inyector y un venteo, como la referencia de las formas del frente de avance que deberíamos de obtener en un llenado. Así pues, en este capítulo se propone modificar el criterio distancia homogénea al venteo propuestos en [23], [24] por el índice homotópico. Para poder realizar de forma eficiente la comparación entre los frentes de avance reales y los ideales, se propone el uso de un nuevo espacio de configuraciones llamado, espacios de patrón de flujo basados en mapas homotópicos. Este espacio se obtiene de la misma forma que un FPTS, pero en este caso, en vez de utilizar una simulación, se utiliza el mapa homotópico. Así pues, si el frente de avance tiene la forma ideal, su representación en este espacio será una línea recta, facilitando el cómputo de la comparación.

Como se comprueba en este capítulo, aumentar la resolución del inyector, no solo provoca que la forma del frente de avance este más cercana a la homotópica, sino que además también provoca una reducción del tiempo total de llenado.

Como trabajos futuros se establecen dos líneas. La primera es el uso de la visión artificial para la monitorización del índice Q_H . Con el sistema definido en el Capítulo 3, a partir de la malla generada por la cámara, se puede construir el mapa homotópico donde, la representación del

frente de avance visto desde la cámara en este espacio debería de ser una línea recta. Mediante las cámaras térmicas podemos medir la dispersión en la temperatura durante el curado, que esta relacionado directamente con la homogeneidad del curado. Así pues, se modificará el índice propuesto el índice propuesto en este capítulo, en concreto, D , por un índice de dispersión térmico.

La segunda línea de actuación futura va en la misma línea abierta en este capítulo, y es, definir como deberían de ser las formas del frente de avance de forma optima. En este sentido, existen otros criterios óptimos de llenado no tenidos en cuenta en este capítulo como son la velocidad óptima del frente y la orientación de este con respecto a la preforma, ver por ejemplo [80]. El control de estos criterios permite minimizar la formación de las burbujas de aire que pueden quedar atrapadas durante el llenado. Así pues, adicional al criterio de distancia, se deben de unir otros criterios, que también afectan a la calidad del producto final. Estos criterios modificaran la forma del frente de avance establecido como óptima en este capítulo.

Capítulo 7

Aplicación de los espacios de configuraciones en algoritmos de control on-line de procesos LCM.

7.1 Introducción

En el presente capítulo se presenta un marco computacional eficiente para el control on-line de procesos LCM. Combinando la gran mayoría de aportaciones realizadas hasta ahora en esta tesis podemos conseguir un control on-line del proceso extremadamente eficiente. En primer lugar, se utiliza como sensor las cámaras definidas en el Capítulo 3 donde el molde se sensoriza mediante la malla impuesta por la cámara. A través de esta malla podemos computar los espacios de configuraciones basados en patrón de flujo propuestos en el Capítulo 4 y el Capítulo 6. Estos espacios actuarán como referencia del sistema de control ya que intrínsecamente tienen definido un predeterminado comportamiento del flujo durante el llenado, equidistancia, FPDS, simulación, FPTTS y comportamiento homotópico FPHS. A través de ellos, la representación del frente de avance es inmediata ya que los nodos en este espacio son píxeles de la cámara. Dado que las coordenadas de estos espacios son las variables a controlar, es sencillo generar herramientas de medida de errores en estos espacios con un bajo coste computacional. En este capítulo se pone de manifiesto la gran limitación que tienen los sistemas de control en procesos LCM debido a la baja capacidad de manipular la forma del frente de flujo. Esto es debido a los actuadores ya que, tienen limitada su capacidad. Así pues, los resultados experimentales presentados en este capítulo no permiten mostrar todo el

potencial de la algorítmica propuesta para el control on-line, dejando para un futuro la búsqueda de actuadores que nos permitan mostrar todo el potencial de la herramienta propuesta. Los resultados se han publicado en [87], [88], [91], [93], [95].

7.2 Introducción a los sistemas de control on-line en los procesos LCM.

El control on-line de los procesos LCM tiene como objetivo, a diferencia de la optimización, solventar las perturbaciones generadas durante el llenado que difieran de lo que se ha presupuesto en la simulación y en la optimización off-line. En este sentido, en los procesos reales nos podemos encontrar con multitud de patologías a solventar por el sistema de control. Una de las mas conocidas es el “*Race Tracking*”, ver Figura 7-1. Esta patología se genera en los bordes de molde, debido a que hay zonas donde no hay preforma, a una mala colocación, o a un mal corte de esta. El efecto producido por esta patología son zonas de alta permeabilidad por donde el flujo se mueve a una velocidad mucho mas alta que por la preforma.

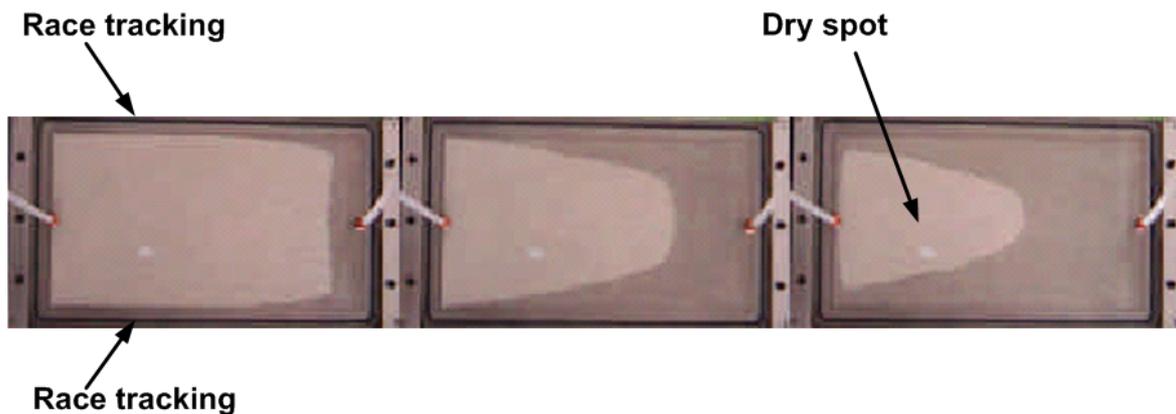


Figura 7-1 Race Tracking. Zonas donde el flujo se mueve a alta velocidad

Los efectos que el Race tracking pueden generar en el resultado del llenado son nefastos, ya que el flujo puede alcanzar el venteo prematuramente, taponando la salida y dejando zonas secas en la preforma sin impregnar, Figura 7-1 . En los procesos de infusión, donde el contramolde es una bolsa de plástico, también podemos encontrar esta patología. En este proceso se produce además otra patología debido a las arrugas que se puedan quedar en la bolsa. A través de estas, se pueden formar canales de inyección que provocan saltos de flujo inesperados, ver Figura 7-2.

Otra patología común en todos los procesos LCM es la colocación discontinua de la preforma, es decir, a retales. Esta colocación irregular es debida a que, cuando la geometría a fabricar es

compleja, la ubicación de esta es muy tediosa, ya que tiende a plegarse, ver Figura 7-3. La única solución es cortarla, provocando en la zona de unión de los retales zonas de solape o unión con diferente permeabilidad a la preforma utilizada.

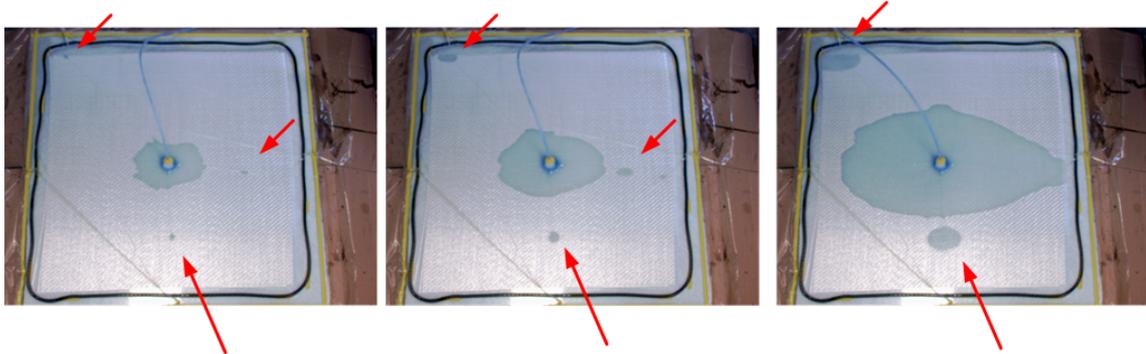


Figura 7-2 Canales de inyección formados por las arrugas en la bolsa

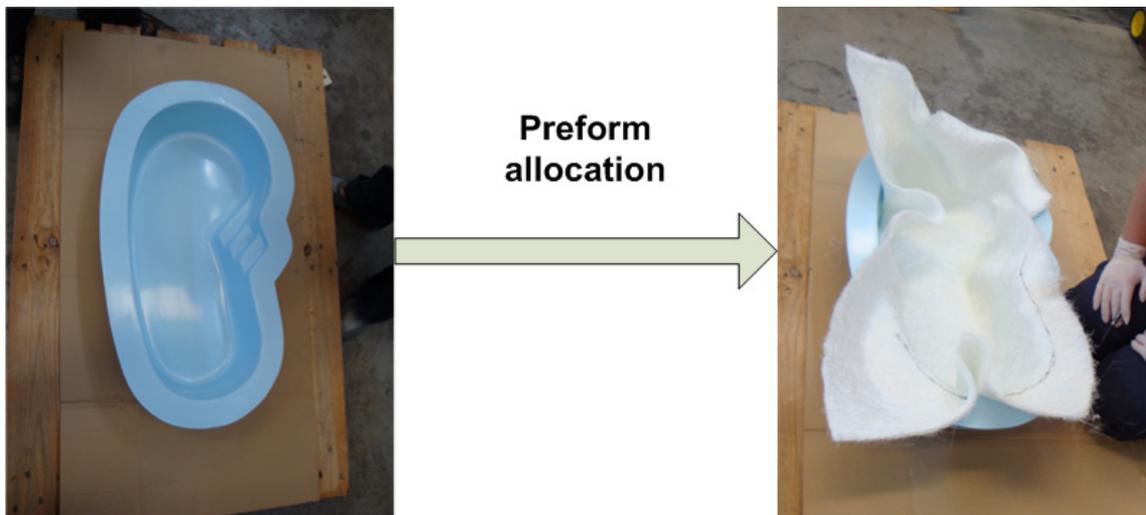


Figura 7-3 Complejidad de la colocación de la preforma en geometrías complejas

También en los casos donde la geometría es compleja, suele ocurrir que la preforma no tenga la capacidad de adecuarse a esta de forma precisa. Esto provoca que se queden huecos entre la preforma y el molde, provocando canales de circulación de flujo, al estilo del race traking.

En los procesos de contramolde flexible a diferencia de los procesos de contramolde rígido, no es posible conseguir un grosor de la preforma constante bajo presión, debido a la propia flexibilidad del contramolde. Esto provoca que exista una permeabilidad diferente en cada zona. En concreto, estudios recientes como [8], [12], demuestran que los valores de permeabilidad pueden variar del orden de 10 veces.

Todas las razones anteriormente expuestas han motivado que en los últimos años, muchos investigadores focalicen sus trabajos en establecer un control on-line del llenado con el objetivo de mitigar estas patologías. En ese sentido, un llenado óptimo se puede considerar, en un primer nivel, conseguir llenar el molde sin dejar zonas secas bajo cualquier perturbación. Para conseguir esto, es necesario que el flujo alcance el venteo justo en el momento en que el molde este completamente lleno. De no ser así, las zonas que no se han impregnado no pueden hacerlo ya que no hay salida del aire, en el caso de procesos de contramolde rígido, ni generación de vacío en el caso de procesos de contramolde semirígido. En este sentido, la primera opción propuesta en la literatura para mitigar este efecto es lo que se conoce como “*Bledding*” o sangrado. Este consiste en sacar resina por el venteo para provocar que el flujo no se detenga. La resina que se extrae no puede ser reinsertada, provocando un coste adicional de la fabricación de cada pieza. Además, en los procesos de contramolde semirígido, donde en el venteo se genera el vacío, es necesario disponer de un calderín para que la resina no penetre en la bomba de vacío. Este calderín provoca una caída de la presión y en consecuencia una velocidad menor del flujo durante el llenado. Para evitar estos inconvenientes, se debe de establecer un control on-line del proceso de llenado. En el siguiente apartado se define cuales son las partes fundamentales de un bucle de control.

7.3 Sistema de control on-line para procesos LCM

La configuración clásica de un sistema de control on-line esta compuesto por el controlador y el proceso en una estructura de bucle cerrado. Los actuadores y sensores son necesarios para medir y forzar el proceso, ver Figura 7-4. La salida deseada del proceso, o comportamiento ideal se llama la referencia del sistema de control.

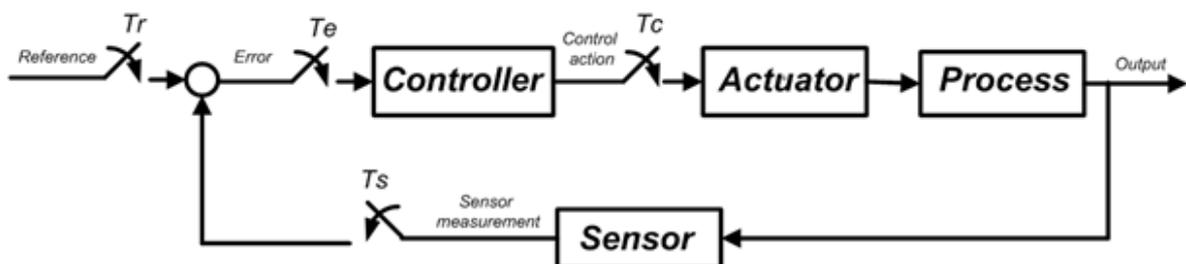


Figura 7-4 Configuración clásica de un bucle de control

El periodo de muestreo define el número de muestras por segundo que toma de una señal continua el sistema. En el bucle de control de la Figura 7-4, T_s es el periodo de muestreo de el sensor, midiendo cada cuanto tiempo se dispone de una nueva medida del proceso. T_r es el periodo de muestreo de la referencia, el periodo al cual una nueva referencia es considerada por el sistema. T_c es el periodo de muestreo de la acción de control y define el tiempo al cual

una nueva acción de control es aplicada a través del actuador sobre el proceso. T_e es el periodo de muestreo de la señal de error y define cada cuanto tiempo el controlador dispone de la señal de error. Los periodos de muestreo del sistema dependen en gran medida de la capacidad del sistema de procesar/asimilar/sensorizar los datos. En el caso del periodo de muestreo, T_s , viene determinado por cada cuanto tiempo es capaz de medir el estado actual del proceso. Sin embargo, el resto de periodos de muestreo, T_r , T_c , T_e , dependen de la carga computacional que el cómputo de las señales les requiera. El caso ideal es que este periodo de muestreo sea el más bajo posible y que todos tengan el mismo valor. Así pues, en la teoría de control se suelen considerar dos casos. Por un lado en la teoría de control clásica se suelen introducir retardos en los periodos de muestreo más rápidos para hacer que el sistema tenga un periodo de muestreo único. Por otro lado, teorías de control modernas tratan de que el sistema tenga como periodo global el más rápido, generando medidas ficticias en los instantes de tiempo que no se disponen en los periodos de muestreo más lentos. Esto se suele conseguir utilizando lo que se conoce en control como retenedor. Exceptuando el periodo de muestreo introducido por el sensor, T_s , el resto viene determinado por el tiempo de cómputo de los algoritmos necesarios para generar esa señal.

En procesos LCM el límite del periodo de muestreo de las tareas necesarias en el bucle de control viene impuesto por las variables del proceso. En concreto, la velocidad del frente de avance impone un periodo de muestreo concreto para que se pueda controlar de forma eficiente. En general, a la hora de proponer algoritmos de control debemos de pensar siempre en que las tareas a realizar on-line tengan un tiempo de cómputo, lo mas reducido posible. Con esto, conseguiremos que el algoritmo de control tenga mucha mas capacidad de reacción a los posibles eventos que se pueda encontrar durante el llenado. Los siguientes subapartados presentan una revisión del estado del arte de las aportaciones en control on-line de procesos LCM realizadas hasta la fecha, pero particularizadas para cada bloque del bucle de control de la Figura 7-4.

7.3.1 Sensores

El sensor tiene como objetivo ofrecer información suficiente con un periodo de muestreo lo más bajo posible. En procesos RTM se suelen utilizar una gran variedad de sensores como, sensores de presión y caudal para medir las variables de entrada en la puerta, transductores de conductividad como los SMART, sensores dieléctricos y de fibra óptica para determinar la existencia o no de resina en un determinado punto, [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31], [32], [33]. Estos sensores puntuales son utilizados sobre todo en procesos de contramolde rígido, RTM, debido a que es necesario perforar y sellar el contramolde para la colocación de cada

uno de ellos. Así pues, la colocación de un número de sensores alto implica un coste añadido al producto final. Este hecho no ocurre en procesos donde el contramolde es semirígido, ya que este suele ser transparente o translucido. Así pues, el uso de la visión artificial ha sido propuesto recientemente como sensor a través de la parte transparente del molde,[36], [22]. Este tipo de sensor permite determinar la posición del frente de avance independientemente de la complejidad del molde, mediante el uso de múltiples cámaras. La ventaja que nos aporta este tipo de sensores es que actúa como un array de sensores puntuales pero de forma no intrusiva. Además, el periodo de muestreo introducido por este tipo de sensores es reducido, (1/15 seg.), pero puede ser aun menor si usamos cámaras de alta velocidad o utilizamos tarjetas procesadoras dedicadas que computen los algoritmos de visión.

7.3.2 Controladores

En la teoría de control, existen numerosas técnicas para definir la estrategia de control, acciones a aplicar sobre el proceso. El PID (Proporcional Integral Derivativo) es probablemente el controlador mas usado. Este tipo de controlador trabaja con estos tres términos del error para producir la señal a aplicar sobre el actuador. Existen otras técnicas como puede ser el control óptimo, cuyo objetivo es minimizar un cierto índice o control inteligente que suele utilizar redes neuronales, lógica borrosa, sistemas expertos, etc. En muchos de los sistemas on-line propuestos para procesos LCM se utilizan “Proxy simulatators” o simulaciones on-line para que el controlador determine la acción a tomar, [22], [28], [29], [30], [31], [32], [33], [34], [35], [36], difiriendo de las estrategias de control usadas comúnmente para el control de procesos. Para que los sistemas de simulación on-line tengan una precisión aceptable en su predicción, es necesario que tengan un conocimiento de todas las variables del proceso. Una de estas variables necesarias y más críticas es la permeabilidad. Su medida es compleja de predecir en la zona seca del molde, pero si se puede medir cuando el frente de avance se desplaza. En [32], miden la permeabilidad on-line utilizando el desplazamiento del frente de avance y la medida de la presión en la boquilla de entrada. Así pues, se asume que en las cercanías del frente, la permeabilidad es la medida por el sistema.

El uso de simuladores on-line no esta justificado, visto desde el punto de vista del controlador ya que lo único que debemos de imponer, independientemente de cómo sea el proceso, es el comportamiento deseado del flujo, es decir la referencia. Además, el uso de simulaciones on-line, aunque sean aproximaciones, introduce un tiempo de cómputo inaceptable en este tipo de sistemas.

7.3.3 Actuadores

Los actuadores juegan un papel determinante en el bucle de control ya que son los encargados de modificar las variables del proceso. En este sentido, existen varias líneas utilizadas en la literatura para la modificación del llenado. La primera es un control todo/nada, [19], [25], [26], donde la actuación reside en abrir y/o cerrar boquillas de inyección predefinidas sobre el molde. La otra línea, es cambiar las variables de inyección como presión o caudal, [27], [28], [29], donde también es bastante utilizada la combinación de ambas, [31], [32], [33], [34], [35], [36]. El uso de esta técnica de actuación está limitado ya que, conforme el flujo está más alejado del inyector, se pierde la capacidad de controlarlo. La capacidad del sistema de inyección de modificar el flujo se conoce como “*gate effectiveness*”, efectividad de la puerta. En [37] se analiza este concepto para un molde rectangular de determinadas medidas concluyendo que la influencia de la puerta se pierde a una distancia mayor que la mitad de este. En [38] se analiza este concepto bajo presión y caudal constantes. Como conclusión, la efectividad de la puerta parece no modificarse para caudal constante pero decrece para presión constante. Como conclusión, se puede decir que, cuando la velocidad del frente de avance depende en gran medida de la permeabilidad, la controlabilidad del proceso se pierde, [39]. Esto quiere decir que, conforme el flujo está más alejado del inyector, menor capacidad tenemos de modificarlo.

En este tipo de actuaciones, el número de puntos controlables colocados en el molde definen la maniobrabilidad del sistema de control, donde solo se podrán cubrir las posibilidades previamente definidas. La traslación de esta técnica a procesos de contramolde flexible donde el inyector no es un punto discreto, sino líneas de inyección, es la segmentación de estos canales, [22], donde cada uno es controlable. En estos casos, la problemática a la que nos enfrentamos es la misma, la pérdida de controlabilidad.

La falta de capacidad para controlar el flujo se convierte en crítica para procesos LCM ya que, cuando más necesario es controlar el flujo, cerca del inyector, más alejado está el flujo del inyector. Con esta táctica, lo máximo que podemos conseguir es cubrir un rango elevado de probabilidades, introduciendo inyectores adicionales.

Así pues, la búsqueda de nuevas formas de actuar sobre los procesos LCM se establece como una necesidad para poder obtener un control efectivo. En este sentido, en [30] se propone una nueva línea de actuación sobre el frente de avance, esta es, modificar la velocidad del flujo mediante el cambio de la viscosidad de la resina. La viscosidad tiene una fuerte dependencia de la temperatura. Así pues, se aplica calor de forma local provocando un cambio de esta. Para poder llevarlo a cabo, una opción es construir una manta térmica con múltiples puntos de calor

ó, como se propone en [30], un cabezal móvil sobre el molde que calienta la zona deseada. Sin embargo, esta técnica es arriesgada ya que puede provocar que el proceso de gelificación empiece de forma prematura.

7.3.4 Referencias de control

Las referencias generadas en la literatura para el control on-line son bastante simples, debido principalmente a la limitación impuesta por los sensores en los procesos de contramolde rígido, RTM. En [19], [25], [26], [27], [28], [29], [31], [32], [33], [34], [35], [36], los sensores se colocan de forma determinada para detectar las anomalías, generalmente *Race Tracking*. Para ello, a través de una simulación previa determinan la localización de estos en zonas equitemporales donde se prevea que el flujo va a llegar a la vez. Si alguno de los sensores se activa prematuramente, nos indica que se está produciendo la anomalía y se generan las acciones correctoras oportunas, abrir/cerrar, [19], [25], [26], o combinadas con un cambio de caudal, [27], [28], [29], [31], [32], [33], [34], [35], [36]. En todos estos trabajos, se utiliza como referencia una simulación previa, cuyo objetivo es que se cumpla. En los procesos de contramolde flexible, la limitación de información ya no existe debido al uso de la visión artificial. Una cámara de 640x480 píxeles está generando 307200 puntos de información sobre la geometría del molde. Esto nos permite en estos casos, definir referencias más precisas que las definidas en procesos de contramolde rígido. En [22], aunque utilizan visión artificial como sensor, no utilizan esta capacidad para mejorar la definición de la referencia debido a que se focalizan en el análisis de la segmentación de los canales de inyección. Sin embargo, en [36], sí que utilizan esta capacidad para definir una referencia más precisa. En este caso, utilizan como referencia el centroide de los puntos que forman el frente de avance. Dado un cuadrado, donde en sus esquinas se han colocado inyectores con capacidad de modificar su caudal, y donde en el centro de este se coloca el venteo, la distancia entre el centroide formado por el frente de avance y el venteo se utiliza como medida del error para modificar el caudal de los inyectores. En concreto, en [36] se está utilizando como referencia el criterio distancia homogénea al venteo propuesto en [23], [24].

7.4 Marco computacional eficiente para el control on-line de procesos LCM

Dada la necesidad de concebir un sistema de control on-line lo más eficiente posible, se hace necesario disponer de un marco computacional que nos permita realizar los cálculos necesarios en el menor tiempo posible. Para este efecto, a lo largo de la tesis se han definiendo herramientas que, combinadas en un bucle de control nos otorgan la capacidad de tomar

decisiones con un bajo coste computacional. Vamos a analizar, como en el apartado anterior, las propuestas realizadas para cada bloque del bucle de control.

7.4.1 Sistemas de visión artificial como sensor del bucle de control

Empezando por el principio, en el Capítulo 3 se propone el uso de la visión artificial para sensorizar los procesos LCM de pared flexible. La principal cualidad aportada por este dispositivo es la capacidad de mallar un molde y sensorizar los nodos de la malla generada. En función de la complejidad del molde, se requerirán mas o menos cámaras que, mediante los sistemas de calibración expuestos en el Apdo. 3.7, se calibraran para que cada una de ellas sensorize una parte del molde. La posición del frente de avance se puede detectar de forma simple ya que existe una clara diferencia en los niveles de gris generados por la parte mojada y la parte seca. Esto implica que la algorítmica necesaria para extraer el frente de avance de una imagen va a suponer un bajo coste computacional, generando a su vez un periodo de muestreo muy bajo debido a este sensor en el bucle de control. Como resultado, obtenemos los nodos de la malla donde está ubicado el frente de avance. Disponer de la malla es de gran utilidad ya que, esta puede ser simulada, tratada y modificada como se ha estado haciendo a lo largo de esta tesis.

7.4.2 Definición de referencias en los FPCS

A partir de la malla que va a sensorizar nuestro sistema de visión, se pueden computar los espacios de configuraciones basados en patrón de flujo descritos en el Capítulo 4 y en el Capítulo 6. Su utilización en los sistemas de control on-line nos van a permitir definir un marco computacional extremadamente eficiente donde diseñar los algoritmos de control. El cómputo de los espacios de configuraciones es un proceso que se realizará off-line. Esto implica que no introduce ningún coste computacional en el bucle de control. Las ventajas que nos ofrecen los espacios de configuraciones frente a computar los algoritmos de control en el espacio cartesiano son principalmente dos. La primera es que permiten simplificar la complejidad dimensional del molde, y a su vez, de los algoritmos de control, como ocurría en los algoritmos de optimización, ver Capítulo 5. Para conseguir la máxima eficiencia computacional, se va a trabajar con los FPCS-1D, ya que provocan una mayor simplificación que los FPCS-2D. La segunda ventaja es que las coordenadas de los nodos en estos espacios son las variables a controlar. Esto implica que, intrínsecamente contienen la referencia a aplicar en el sistema de control, es decir, el patrón de flujo deseado. Así pues, en función del criterio de construcción del espacio de configuraciones podemos tener:

- *Un espacio construido a través de la simulación*, FPTs, donde el patrón de flujo a reproducir durante el llenado es el de la simulación, ver Capítulo 4.

- *Un espacio construido a través de la distancia*, FPDS, donde el patrón de flujo va a ser un frente de avance equidistante al punto de interés, ver Capítulo 4.

- *Un espacio construido a través del mapa homotópico*, FPHS, donde el patrón de flujo es el generado por el mapa homotópico, ver Capítulo 6.

En cualquiera de estos espacios, si el frente de avance tiene la forma predefinida en cada caso, aparecerá representado como una línea recta. El error cometido, se computará comparando la representación del frente de avance con una línea recta. Como la malla sobre la que se construyen los espacios, es la malla sensorizada por la cámara, tendremos de forma inmediata los nodos de la posición del frente de avance en cualquiera de estos espacios.

7.4.3 Algoritmos de control computados en los FPCS

A través de los espacios de configuraciones, podemos definir cualquier estrategia de control que deseemos. Por ejemplo, vamos a definir la estrategia de control para el ejemplo propuesto en [36], es decir, un cuadrado donde el venteo está en el centro y en cada esquina hay un inyector donde es posible controlar su presión y/o caudal. En este caso, en [36] se usa el centroide del frente de avance que, comparado con la posición del venteo, genera el error para provocar la acción de control. El objetivo del control, es que el centroide coincida con el venteo, indicándonos equidistancia a este. Si computamos el FPDS-1D desde el venteo, cuando el frente de avance cumpla esta premisa, aparecerá como una línea recta. Si dividimos el molde por zonas como se propone en [22], tenemos segmentadas las zonas de acción de cada uno de los inyectores. En cada zona, el inyector actúa de forma independiente que, en el FPDS-1D, se convierte en un intervalo angular, ver Figura 7-5.

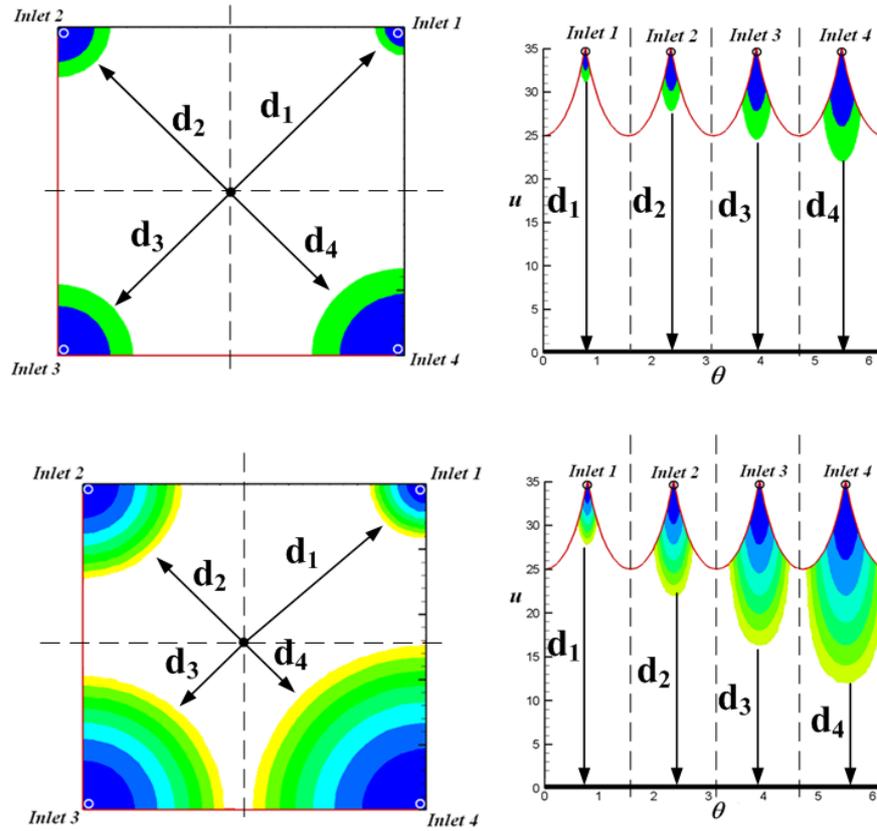


Figura 7-5 FPDS visto desde el venteo para control de geometrías 2D

Así pues, El punto más cercano del frente de avance en cada intervalo se puede utilizar como posición más crítica del frente de avance. Desde el FPDS-1D, esta se puede calcular como;

$$d_1 = \min(u(\theta)), \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \dots, d_4 = \min(u(\theta)), \theta \in \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right] \quad (7.1)$$

Donde $u(\theta)$ es la representación del frente de avance en el FPDS-1D. Debido a que intrínsecamente, la posición del frente de avance en este espacio nos indica la distancia al vacío, simplemente necesitamos utilizar su posición, sin necesidad de realizar ningún cálculo adicional. Una vez obtenidas estas distancias, $[d_1, \dots, d_4]$, el caso ideal sería que estas fueran iguales, línea recta en el FPDS-1D. Este cálculo es más eficiente que calcular el centroide de todos los puntos del frente de avance utilizado en [36]. Sin embargo, la gran ventaja de utilizar esta metodología es que el algoritmo de computo es el mismo, y con el mismo coste computacional si la geometría a controlar es 2D o 2.5D, ver Figura 7-6, mientras que si utilizamos el centroide, este puede caer fuera del dominio Ω , debido al que usa la distancia euclídea para su cálculo, ver Apdo. 4.5.1.

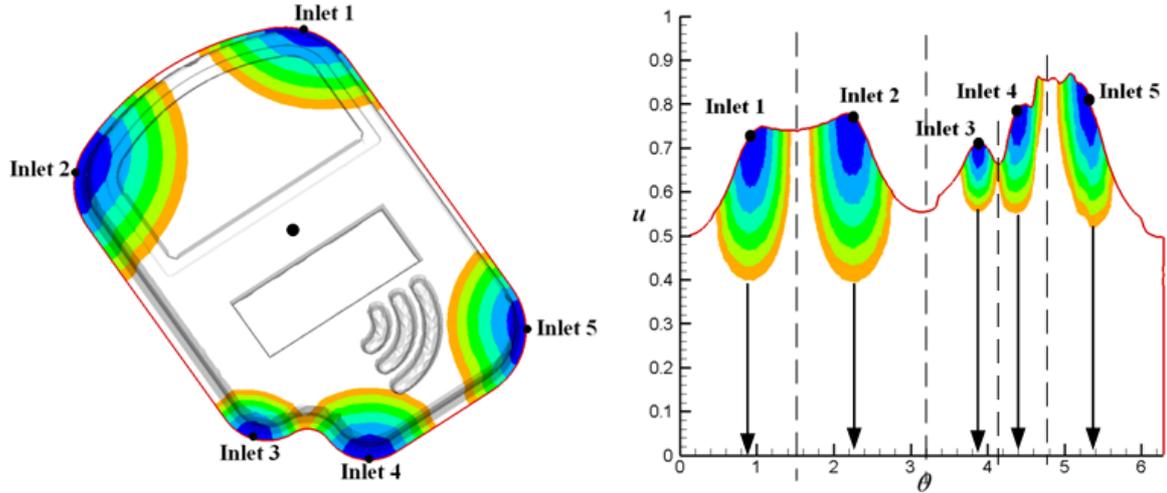


Figura 7-6 FPDS-1D visto desde el venteo para control de moldes 2.5D.

En este caso, sería bastante lógico utilizar, desde el punto de vista de la teoría de control, un controlador PID donde la medida del error para cada inyector, vaya en función de la media entre todas las distancias;

$$\varepsilon_k^n = d_n - \bar{d} \quad (7.2)$$

donde el control PID quedaría definido como;

$$\Delta P^n(k), \Delta Q^n(k) = K_p \varepsilon_k^n + K_i \sum_{j=0}^k \varepsilon_j + K_d (\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}) \quad (7.3)$$

y donde el caudal/Presión a aplicar en cada inyector quedaría como;

$$Q^n(k) = Q^n(k) + \Delta Q^n(k), P^n(k) = P^n(k) + \Delta P^n(k) \quad (7.4)$$

Así pues, los que van mas atrasados, incrementan su valor, y los que van mas adelantados, lo decrementan. La dinámica de este sistema de corrección se define mediante las constantes K_p , K_i , K_d , ponderando el error actual, el integral y el derivativo.

Una alternativa al control de las variables de los inyectores es establecer un control todo/nada. En la literatura podemos encontrar varios de estos controles, [19], [25], [26]. En este caso, vamos a proponer un control mas sencillo donde el objetivo sea seleccionar cual es el punto de vacío óptimo en cada instante de tiempo, en vez del inyector. En este caso, simplemente tenemos que computar el FPCS desde cada punto de interés y representar el frente de avance

real en cada uno de los espacios. Para seleccionar las posibles ubicaciones de los puntos de vacío óptimos se va a utilizar la simulación como en [18]. En este caso, dada una simulación, la ubicación del venteo óptimo es el último nodo en llenarse. Así pues, se analizan diversos escenarios de race tracking en las esquinas. En la Figura 7-8 (fila 1) se muestran los escenarios testeados donde la zona sombreada indica una zona de alta permeabilidad. Con estos resultados obtenemos el diseño del molde, ver Figura 7-7.

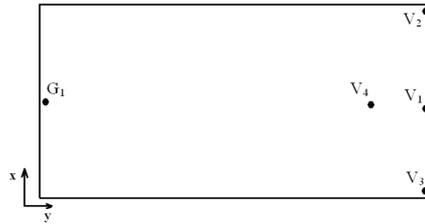


Figura 7-7 Posiciones de venteo óptimas para controlar el race tracking

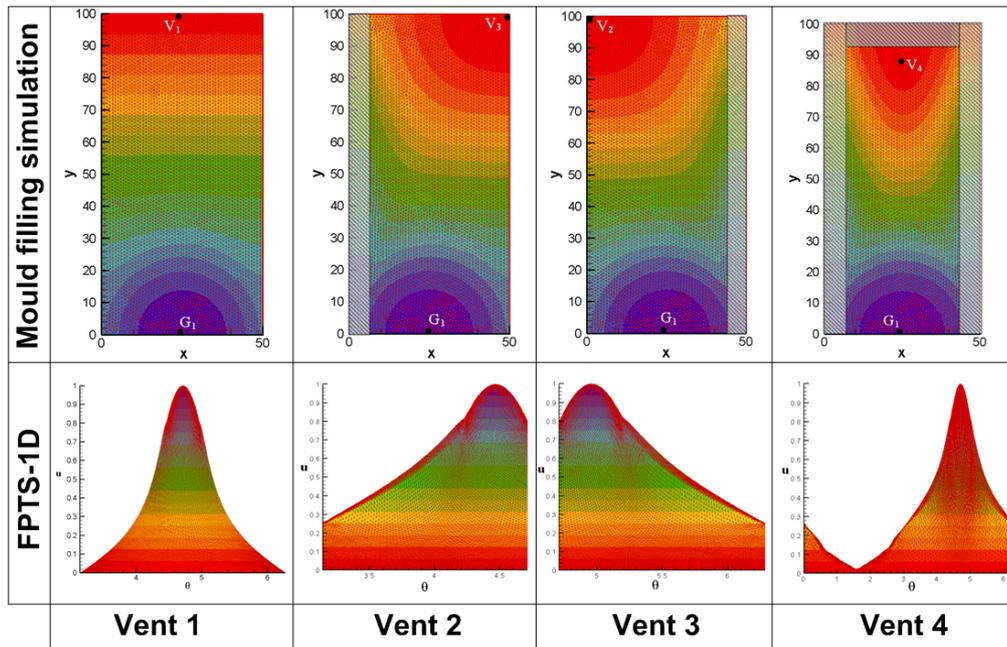


Figura 7-8 Cálculo de la posición óptima de los venteos (Arriba). FPTS-1D desde cada venteo (bajo).

A partir de estas simulaciones, podemos construir para cada caso, un FPTS-1D donde se represente el frente de avance real obtenido por la cámara. La determinación de la boquilla óptima se realiza simplemente computando la desviación típica de cada representación, otorgándonos un índice numérico de cual es el óptimo en cada caso;

$$QD = \frac{\sum_{i_k=1}^{n_k} (\gamma_{ik} - \bar{\gamma}_k)^2}{n} \quad (7.5)$$

El coste computacional de este índice depende del número de nodos que componen el frente de avance y del número de venteos posibles para ser seleccionados. Esto implica que cuanto mas venteos tengamos, más ineficiente será nuestro control. Para solventar este problema, podemos parametrizar el frente de avance como se describió en el apdo. 2.7 y 2.8 de esta tesis. La técnica de aproximación mediante mínimos cuadrados permite parametrizar un frente de avance a partir de la posición de los nodos que lo forman. Con una curva de Bezier de orden 9, es posible obtener una buena aproximación de la inmensa mayoría de formas de frente de avance. Una vez hayamos obtenido la curva paramétrica que representa al frente de avance, el siguiente paso es proyectar los puntos de control sobre la propia curva, ver Apdo. 2.8. La transformación a espacios de configuraciones se realiza sobre los puntos de control proyectados, 10 puntos, desde cada venteo y donde el índice QD se computa en el FPTs-1D, también desde los puntos de control proyectados. El tiempo de cómputo de esta técnica es despreciable frente al tiempo de cómputo de la aproximación, dependiendo en gran medida del número de nodos que forman el frente de avance. En la Tabla 7.1 se muestran los tiempos de cómputo de esta técnica en función de los nodos del frente de avance. Estos cálculos se han realizado en un Pentium IV, 2.4Ghz.

Número de nodos	Coste computacional (seg.)
100	0.062
500	0.272
1000	0.489
2000	0.97

Tabla 7.1 Tiempos de cómputo de la aproximación del frente de avance a curva paramétrica.

7.5 Validación experimental

Para validar la eficiencia computacional de los algoritmos propuestos en este capítulo, vamos a establecer un control todo/nada de selección del venteo. La razón de decantarnos por un control todo/nada de venteos es que la pérdida de controlabilidad del flujo cuando modificamos las variables de entrada, puede invalidar cualquier estrategia de control establecida mediante estos actuadores. Esto implica que, a partir de cierto instante de tiempo, habremos perdido la capacidad de modificar el frente de flujo. Esta capacidad de control se ira dificultando paulatinamente conforme el flujo se aleje del punto de inyección implicando una necesidad de modificación de las constantes del PID para poder garantizar el control en la zona controlable. Sin embargo, si el control esta basado en la elección del venteo, estos inconvenientes no ocurrirán. Mediante la elección del venteo siempre vamos a poder tener llenados que nos minimice el sangrado, “*bledding*”, ya que siempre tendremos como último

punto de vacío el mas adecuado dentro de las posibilidades preestablecidas. Para validar el algoritmo de control propuesto de selección de puntos de vacío se diseña un molde genérico, donde la posición de los venteos se ha establecido de forma equidistante en la parte final del molde, para intentar generalizar la solución propuesta. En este caso, que dispone de 1 inyector y 9 posibles venteos, ver Figura 7-9, donde el contramolde es transparente para permitir el uso de la visión artificial.

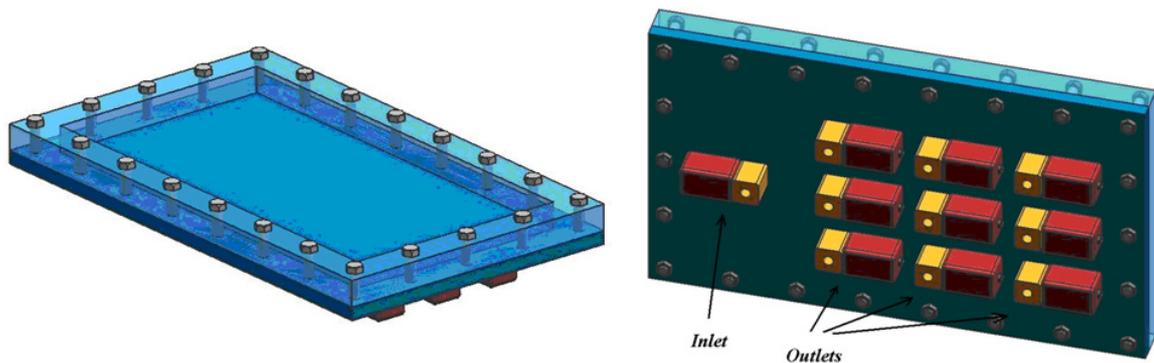


Figura 7-9 Molde experimental.

Para este caso particular, vamos a utilizar una cámara industrial F-145B Dolphin con una óptica de 8 mm de distancia focal y 640x480 píxeles. Esta cámara está conectada a un PC mediante tecnología Firewire (400Mb por segundo). Para la apertura y cierre de las boquillas se van a utilizar electrovalvulas conectadas a un autómata OMRON, que a su vez está conectado al PC mediante RS-232. En la Figura 7-10 se muestra un esquema de la instalación donde la cámara está colocada a 1 m de altura en paralelo con el molde.

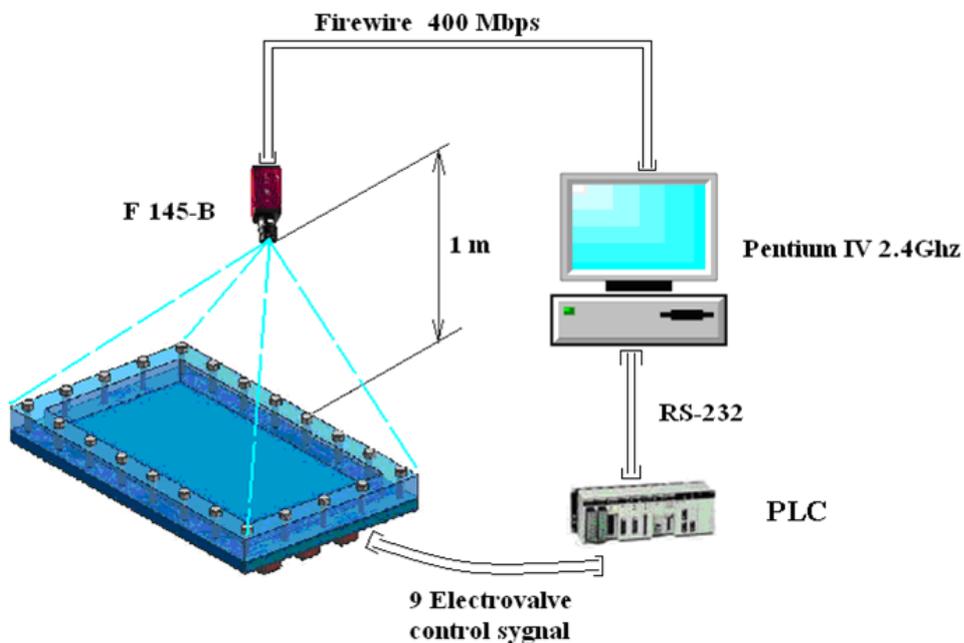


Figura 7-10 Instalación experimental.

En el PC, se ha desarrollado un software en LABVIEW, específico para esta aplicación. Este software consta de dos pasos; estos son:

Paso 1.- Al arrancar la aplicación, aparece la pantalla mostrada en la Figura 7-11 (izquierda). En esta, se selecciona un rectángulo donde se encuentra el molde. Sobre esta región de la imagen, el software busca automáticamente los límites del molde, los venteos y el inyector, definiendo completamente la malla de elementos finitos que componen la geometría, Figura 7-11 (derecha).

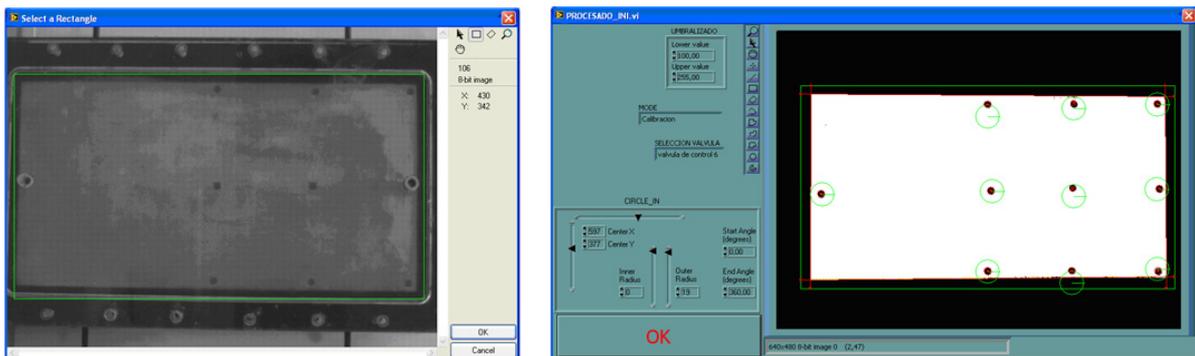


Figura 7-11 Detección automática de la geometría del molde.

Paso 2.- Cuando el paso 1 ha finalizado, se coloca la preforma en el molde y el proceso de llenado esta listo para ser ejecutado. En cada instante de tiempo, el sistema de visión artificial captura la imagen y la procesa. Este procesado es bastante simple ya que existe un importante cambio de nivel de gris entre la parte seca y la mojada. Así pues, con un simple umbralizado podemos segmentar ambas partes. Una vez tenemos los nodos que forman el frente de avance se calcula su aproximación a curva paramétrica y proyección de los puntos de control resultantes sobre la curva obtenida. Sobre estos puntos, se aplica la transformación a espacios de configuraciones, particularizados para cada venteo donde, se calcula el índice QD, utilizando estos mismos puntos. El venteo con menor índice es seleccionado para ser abierto. Para evitar pérdidas de presión, primero se abre el nuevo venteo para después proceder al cierre del anterior. En la Figura 7-12 se muestra un esquema de los pasos seguidos.

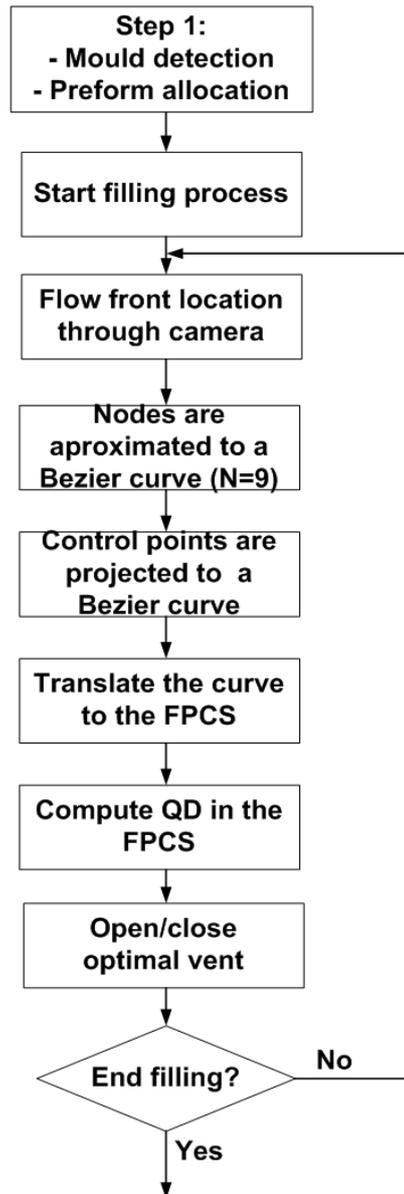


Figura 7-12 Cómputo del algoritmo

Todos los pasos requeridos desde la adquisición de la imagen hasta la apertura y cierre del venteo tienen un coste computacional de 0.5 seg, en un Pentium IV, 2.4Ghz. Así pues, el periodo de muestreo global del bucle de control es $T=0.5 \text{ seg}$. En la Figura 7-13 se muestran los resultados obtenidos del algoritmo de control testeado para una geometría rectangular con un obstáculo con forma de L . En este caso, cuando el frente de avance alcanza el obstáculo, el algoritmo lo considera parte llena y su contorno pasa a formar parte del frente de avance. En la Figura 7-13 (Izquierda) se muestra una secuencia de imágenes del llenado. En la Figura 7-13 (centro) se muestran los elementos finitos que están llenos y en la Figura 7-13 (derecha) el frente de avance con el venteo óptimo seleccionado en cada caso coloreado de verde.

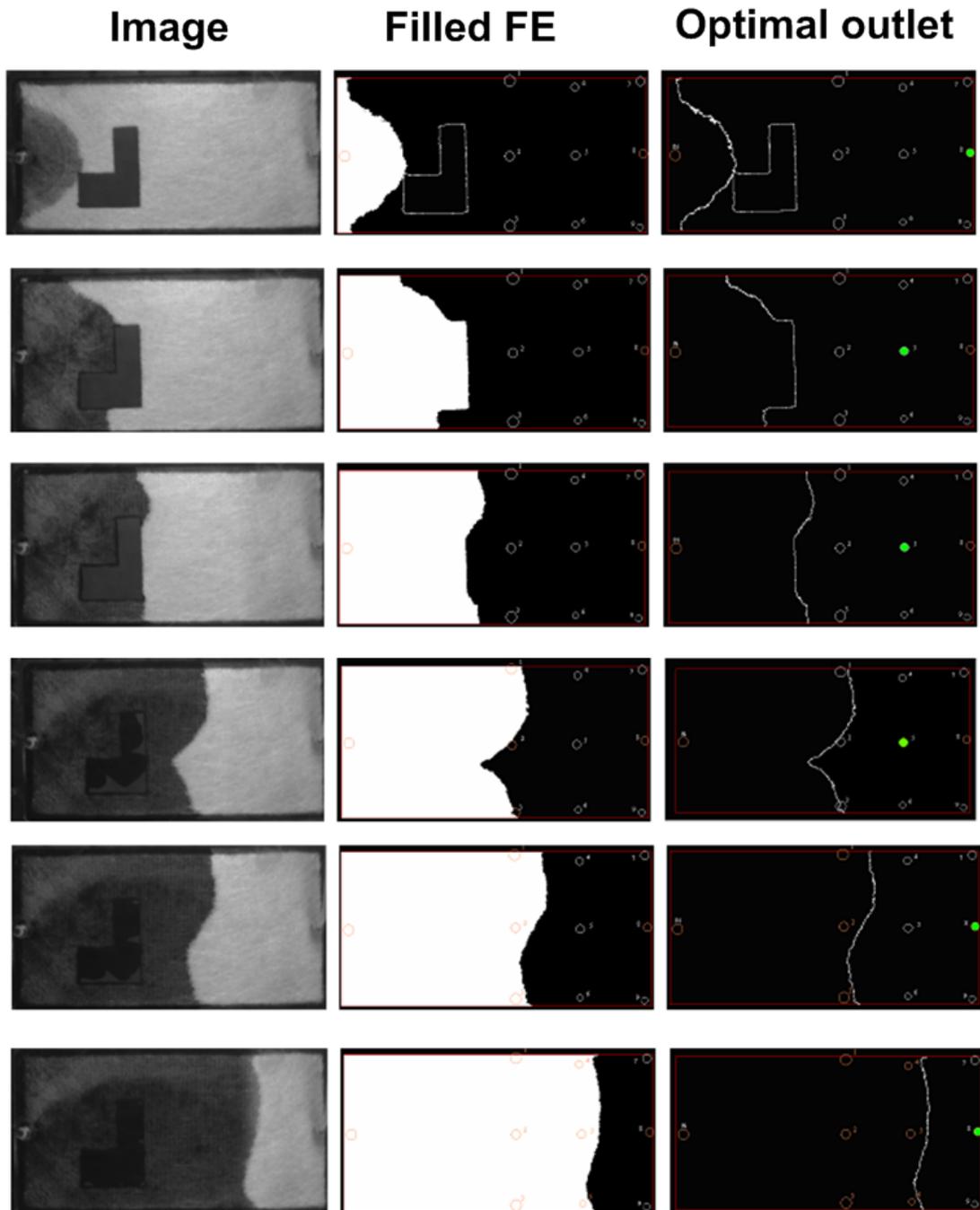


Figura 7-13 Resultados del algoritmo de control

La gran ventaja de esta técnica de control es que siempre podremos minimizar el sangrado. En cambio, este tipo de actuación no tiene la capacidad de modificar la forma del frente, que se desplaza de forma natural. En realidad los sistemas de control on-line para procesos LCM necesitan de una fuerte labor investigadora en como poder modificar la forma del frente de avance para poder conseguir controladores efectivos. En el siguiente apartado se hace una discusión de cuales son las alternativas, a juicio del autor, para actuar sobre la forma del frente.

7.6 Discusión sobre actuadores a utilizar en el control de procesos LCM

La principal limitación a la que nos enfrentamos a la hora de implementar algoritmos de control on-line para procesos LCM ya no es, el tiempo de computo de los algoritmos sino, la baja capacidad de modificar la forma del frente de avance que tenemos. Si analizamos la ley física que gobierna el comportamiento del flujo en medios porosos, Ley de Darcy, Ec. (1.1), podemos observar que, las posibilidades o variables que disponemos para modificar la velocidad del flujo son básicamente 3; cambiar el gradiente de presiones ∇P , cambiar la viscosidad de la resina, μ , y cambiar la permeabilidad de la preforma K .

La primera opción, actuar sobre el gradiente de presiones es la solución comúnmente adoptada en los controles on-line, donde variando el caudal/presión podemos cambiar la velocidad del flujo. Sin embargo, esta técnica pierde su efectividad conforme el flujo se aleja del punto de control, [37], [38], [39].

La segunda opción, cambiar la viscosidad, ha sido explorada recientemente donde, a través del calentamiento de esta, podemos conseguir un cambio en la viscosidad y así un cambio de la velocidad. Esta técnica tiene su capacidad limitada ya que puede provocar que la resina empiece a gelificar de forma prematura. Sin embargo, esta técnica podría ser mejorada si utilizamos como fuente generadora de calor una célula Peltier. Esta fuente de calor esta basada en el efecto Peltier, que es el efecto contrario al Seeback, es decir, el funcionamiento de un termopar. Un termopar esta formado por dos semiconductores conectados de distinto material. Si le aplicamos calor al punto de unión, se produce una corriente eléctrica que es proporcional a la temperatura, efecto Seeback. Sin embargo, si aplicamos corriente a estos semiconductores produce que uno de ellos se caliente y el otro se enfríe, efecto Peltier. El control de cual de ellos se calienta y cual se enfría depende de la dirección en la que se hace circular la corriente. Así pues, una célula Peltier, tiene la capacidad de generar temperaturas bajas como altas, con respecto a la temperatura ambiente ($\pm 50^{\circ}\text{C}$). Esta capacidad nos permite trabajar con temperaturas bajas y reducir la velocidad del flujo. Este control puede ser muy efectivo para controlar los saltos de flujo que pueden ocurrir en infusión o, para frenar el flujo que va por las zonas de *Race tracking*. Evidentemente, también tendrá la capacidad de trabajar con temperaturas altas y aumentar la velocidad del flujo, pero su uso debería de estar reducido.

La tercera opción es cambiar la permeabilidad de la preforma. En principio, esta característica no se puede modificar, ya que es una característica intrínseca de esta. Sin embargo, como se ha demostrado en la literatura para los procesos de contramolde flexible, esta tiene una fuerte

dependencia de la presión a la que se ve sometida. Simplemente con la aplicación del vacío, podemos encontrar zonas en el molde con una diferencia de hasta 10 veces. Así pues, en este tipo de procesos, podemos buscar actuadores que presionen de forma local la preforma, ralentizando la circulación de flujo por esas zonas. Actuadores que nos permitan aumentar la presión en zonas particulares podemos encontrar de todo tipo, neumáticos, eléctricos, magnéticos, etc.

Existe una cuarta posibilidad que difiere de la ley de Darcy, y es introducir en la resina algún tipo de aditivo que nos permita modificarlo, pero sin cambiar las propiedades de la resina. En este sentido, recientemente se está trabajando en introducir, junto con la resina partículas ferromagnéticas de tamaño microscópico [81]. En estos trabajos, una vez el llenado ha finalizado, estas partículas se excitan mediante campos magnéticos para calentar la resina, y controlar el proceso de curado. En nuestro caso, podríamos utilizar las partículas ferromagnéticas para tirar del flujo con campos magnéticos. Esta cuarta posibilidad, puede ser la más interesante ya que podemos generar líneas de campo, muy parecidas a las isocurvas de la Figura 4-8. Esto sería posible magnetizando el inyector y el venteo donde, el norte sería el inyector y el sur, el venteo

7.7 Conclusiones y trabajos futuros

En el presente capítulo se ha presentado como generar un marco computacional eficiente para el control on-line de procesos LCM. Para ello, se han utilizado la gran mayoría de herramientas descritas en esta tesis: Capítulo 2: Parametrización del frente de avance, Capítulo 3: Sensorización de procesos de contramolde flexible mediante visión artificial, Capítulo 4: Espacios de patrón de flujo basados en distancia y en simulación por FE, Capítulo 6: Comportamiento del flujo óptimo mediante mapas homotópicos.

La combinación de todos estos resultados nos permite definir un control on-line para procesos de contramolde flexible donde; La cámara malla el molde y lo sensoriza como si de una simulación se tratara. Los espacios de patrón de flujo actúan como referencia, ya que intrínsecamente se construyen mediante las variables a controlar. En el sistema de control on-line, estos espacios se construyen mediante la malla sensorizada por la cámara formando, un marco computacional extremadamente eficiente donde diseñar los algoritmos de control. Utilizando su construcción paramétrica de los FPCS, podemos obtener mejoras computacionales adicionales según sea el diseño del algoritmo de control. En este capítulo se han presentado como utilizar esta metodología para dos ejemplos, uno basado en los cambios de los parámetros de los inyectores y otro en la elección del venteo óptimo. De estos dos, se ha

validado experimentalmente el segundo, ya que el primero presenta una pérdida de control para la modificación de la forma del frente de flujo. Como resultado, se ha obtenido un control on-line donde el periodo de muestreo global, tiempo de reacción del sistema de control, es de 0.5 seg en un Pentium IV, 2.4Ghz.

El objetivo del presente capítulo ha sido definir y demostrar la eficacia del uso que tienen las herramientas propuestas en esta tesis en el control on-line de procesos de contramolde flexible. En realidad, todo el potencial mostrado se ve mitigado por la poca capacidad que se dispone de modificar la forma del frente de avance de la que se dispone. Esta limitación es debida a los actuadores. Así pues, como línea futura de trabajo se propone una profunda búsqueda de actuadores que nos permitan obtener un control eficaz, sabiendo que ya podemos realizarlo de forma computacionalmente eficiente. En este sentido, al final del presente capítulo se reflexiona sobre las posibilidades existentes para conseguir actuar sobre el proceso. Como propuestas de trabajo futuras se establecen utilizar células Peltier para modificar la viscosidad de la resina, mediante enfriamiento y/o calentamiento de esta y la adición de partículas nanomagnéticas en la resina, para modificar la forma del frente de flujo mediante campos magnéticos.

Capítulo 8

Conclusiones y trabajos futuros.

“Es bien conocido desde Aristóteles, al menos, que toda la ciencia reposa sobre lo que se podría llamar el *“principio del conocimiento voluntariamente incompleto”*: abstraer o generalizar, significa precisamente que se omite, de manera sistemática, ciertos aspectos de los objetos que se consideran.” Esta frase, escrita por el Frances Jean Dieudonne en 1964, define a la perfección cual es el concepto de abstraer y cual es el concepto que introduce esta tesis en los procesos LCM.

La decisión de cual es la frontera entre el conocimiento tenido en cuenta y cual es el conocimiento voluntariamente incompleto es una decisión extremadamente crítica con consecuencias a todos los niveles, complejidad conceptual, tiempo de computo excesivo y líneas de trabajo erróneas cuyos resultados nunca serán efectivos.

Los niveles de abstracción han sido aplicados en los procesos LCM en muchos aspectos, como por ejemplo, para obtener el modelo de la permeabilidad de la preforma. Estas están compuestas por múltiples fibras que, por ejemplo en la *“random mat”*, están dispuestas de forma aleatoria. Sin embargo, el modelo utilizado para la simulación se reduce a un valor de permeabilidad homogéneo en todas direcciones. La modelización del tejido a nivel microscópico, teniendo en cuenta la orientación y permeabilidad de cada una de las fibras es innecesaria ya que, en los resultados de la simulación no mejorarían, pero incrementaríamos sustancialmente el tiempo de cómputo y su complejidad conceptual.

Sin embargo, existen otras líneas de investigación en procesos LCM donde la abstracción de la información no ha sido aplicada. Una de ellas es en los espacios donde se computan los algoritmos. La definición de cual es la frontera entre el conocimiento necesario y conocimiento voluntariamente desechado para conseguir algoritmos lo mas eficientes posibles es la línea principal de aportación de esta tesis, siendo la primera vez que analiza tal concepto en procesos LCM. En general, los algoritmos de optimización, control, etc., se computan sobre el espacio cartesiano, que es el espacio donde se define el molde. En realidad, como se demuestra en esta tesis, trabajar sobre estos espacios muchas veces sobredimensiona innecesariamente los algoritmos, ya que generalmente son de naturaleza monovariable.

Focalizando nuestra atención en resolver un clásico problema de optimización, localización óptima de los inyectores y venteos, en la literatura se trabaja con la simulación del llenado de moldes por elementos finitos acoplada con los algoritmos genéticos, ver Capítulo 5, Apdo. 5.2. En estos casos, el algoritmo de búsqueda trabaja sobre el espacio cartesiano, generando un coste computacional muy elevado, incluso para geometrías simples. En realidad, no existen alternativas mucho mejores, analizando el problema desde el punto de vista del espacio cartesiano, ya que los algoritmos genéticos son la solución mas adecuada para encontrar mínimos en grandes espacios de búsqueda. Esto implica que la ineficiencia computacional del algoritmo de optimización no viene generada por el algoritmo genético en si, sino por la definición del espacio de búsqueda, ya que es este el que condiciona el diseño del algoritmo de optimización. En los algoritmos de control on-line ocurre algo parecido, ya que la medida del error se realiza también sobre en el espacio cartesiano. Los algoritmos de control se pueden considerar como un algoritmo de optimización on-line, donde el tiempo de cómputo se vuelve extremadamente crítico debido a que condiciona el tiempo de reacción del sistema de control.

Así pues, antes de diseñar cualquier algoritmo, debemos de abstraer un espacio en el cual, solo tenga cabida la información estrictamente necesaria y focalizada en la variable a tratar. En este sentido, en el Capítulo 4 se proponen los espacios de configuraciones basados en patrón de flujo, "*Flow Pattern Configuration Spaces (FPCS)*". En la presente tesis se proponen varias variantes de estos espacios, basadas en una variable fija y otra libre. La variable fija esta basada en la radialidad de los frentes de avance, ángulo desde un punto de interés al frente de avance durante el llenado. La primera opción analizada para la variable libre es la distancia, definida desde el punto de interés al frente de avance. A estos espacios se les ha llamado, Espacios de patrón de flujo basados en la distancia, "*Flow Pattern Distance Spaces (FPDS)*". La segunda opción analizada como variable libre es el tiempo obtenido mediante una simulación del llenado por Elementos Finitos. A estos espacios se les ha llamado *espacios de patrón de flujo basados en tiempo*, *Flow Pattern Time Spaces (FPTS)*. Mediante estas variables se propone construir dos nuevos espacios. Uno basado en la reconstrucción de las

coordenadas sobre un espacio 2D, llamado FPDS-2D, FPTS-2D, y otro basado en la representación polar de las variables, llamada FPDS-1D, FPTS-1D. Como resultado obtenemos, unos espacios de búsqueda optimizados, ya que están contruidos a través de las variables a tratar.

Sobre estos espacios de búsqueda configurados con la información necesaria, en el Capítulo 5 se aborda la problemática de la optimización de inyectores y venteos en los procesos de infusión. En este caso, la problemática a solucionar es mucho mas compleja que en procesos RTM, ya que los inyectores no son puntos sino canales de distribución (pipes) cuya forma, dimensión y posición esta por determinar. En este proceso, el venteo tiene una posición fija predeterminada, ya que habitualmente se coloca en el contorno, con el objetivo de conseguir una mejor distribución del gradiente de presiones. Esto permite que, el objetivo del algoritmo de optimización sea obtener la forma, dimensión y posición del canal de inyección que nos permita conseguir que el frente de avance alcance a la vez al venteo (contorno) en todos sus puntos. Esto nos garantizará que el molde se llene por completo sin dejar zonas secas, objetivo clave de estos algoritmos. Si utilizamos uno de los criterios mas usados en LCM, la distancia, este nos indica que, para que el llenado se produzca de forma óptima, sin dejar zonas secas, el frente de avance debe de distar igual al venteo en todos sus instantes de tiempo. Esto nos permite considerar al canal de inyección óptimo resultante como el frente de avance en el instante inicial, que también deberá de distar igual al venteo. Si abordamos este problema desde el espacio cartesiano, nos vemos obligados a utilizar algoritmos de búsqueda, tipo algoritmos genéticos, para encontrar cual es la posición, forma y dimensión de una curva que equidiste igual en todas sus direcciones al contorno o, al menos la mejor curva que haga que esta distancia sea la mas homogénea. Sin embargo, si pensamos en que disponemos de un espacio de configuraciones donde la posición de cada punto es la distancia, en un plano 2D, el algoritmo de búsqueda ya no es necesario, transformando el problema de la optimización en un mero problema geométrico, cuyo objetivo es calcular los puntos equidistantes al contorno. Este problema geométrico puede resolverse mediante la triangulación de Delaunay del contorno del molde representado en el FPCS-2D. Como resultado, se obtiene la ubicación y forma del inyector sin algoritmos iterativos y, si utilizamos el FPDS-2D, sin simulación numérica del proceso de llenado. El uso del espacio de búsqueda óptimo provoca que, el algoritmo de optimización obtenga el canal óptimo en un reducido tiempo de cómputo. La diferencia entre el tiempo de cómputo del algoritmo propuesto, comparado con el más eficiente propuesto en la literatura es notable. El algoritmo propuesto en [21] obtiene el resultado óptimo en 17 minutos para un rectángulo formado por 0.6K FE, mientras que el algoritmo propuesto en esta tesis obtiene el resultado óptimo en 31.9 seg., PIV 2.4Ghz, para un bote formado por 8K FE.

El impacto que tiene trabajar con los FPCS en resolver problemas de optimización, también lo tiene en los algoritmos de control. Esto es debido a que los FPCS, definen un determinado comportamiento del flujo. Por ejemplo, utilizando un FPDS desde el venteo, si el frente de avance dista igual a este, su representación en este espacio será una línea recta en el FPDS-1D. Lo mismo ocurre con el FPTTS, ya que si el frente de avance calculado con la simulación, se representará como una línea recta en el FPTTS-1D. Así pues, la simple representación del frente de avance sobre este espacio ya nos determina el error, ya que, el caso ideal es una línea recta. Así pues, diseñar un algoritmo de control sobre este tipo de espacios es simple, ya que la referencia del sistema de control es el propio espacio de configuraciones. En el Capítulo 7 se analizan las ventajas de utilizar este tipo de espacios para los algoritmos de control. En el bucle propuesto, las cámaras de visión artificial unidas con un láser telemétrico, actúan como mallador del molde, sensorizandolos como si de una simulación se tratara, ver Capítulo 3. Es decir, tenemos información temporal de cuando el flujo ha alcanzado cada nodo de la malla. Así pues, es esta misma malla la que se utiliza para la construcción de los FPCS utilizados en el bucle de control, teniendo el frente de avance representado en estos espacios sin coste computacional alguno. En el Capítulo 7 se presentan dos ejemplos de diseño de algoritmos de control sobre estos espacios, un PID para controlar las variables presión/caudal de los inyectores y un control todo/nada de selección del venteo óptimo. Como validación experimental, en el Capítulo 7 se implementa el control todo/nada ya que, el control sobre las variables de los inyectores, como se demuestra en [37], [38], [39], presenta una pérdida de controlabilidad sobre el flujo. Como resultado, se obtiene un control on-line cuya capacidad de reacción es de 0.5 Seg.

En realidad, los espacios de configuraciones basados en patrón de flujo no solo son útiles para construir sobre ellos algoritmos eficientes, sino que también nos permiten realizar definiciones de forma simple. Así pues, en el Capítulo 6 se ha presentado una modificación del comportamiento ideal del flujo. En la literatura, se propone que la forma ideal del frente de avance debe de ser radial al venteo, [23], [24], es decir debe de distar igual en todos sus puntos a este. Este comportamiento deseado es contrario al comportamiento natural de flujo, radial pero visto desde el inyector, que es utilizado en la literatura para la elección de la posición del venteo, [18]. Luego, el comportamiento óptimo del flujo no debe de ser radial desde el inyector ni radial desde el venteo sino una deformación continua de uno sobre otro. Este concepto se define matemáticamente como homotopía. En el Capítulo 6 se calcula esta homotopía entre el contorno (venteo) y el inyector, generando lo que ha llamado mapa homotópico “*Homothopy map*”. Para obtenerlo, solo tenemos que deformar de forma continua en el FPCS-1D, el contorno hasta el origen para obtener el mapa homotópico. Con este mapa, tenemos definidas las formas del frente de avance que deberíamos de tener durante el llenado. Curiosamente, los llenados obtenidos mediante los inyectores obtenidos en el Capítulo 5 se

parecen cada vez mas al mapa homotópico obtenido con ellos, conforme el radio mínimo de construcción del canal de distribución disminuye. Para poder medir de forma eficiente este comportamiento, en el Capítulo 6, Apdo.6.6 , se construye un nuevo espacio de configuraciones a través del mapa homotópico llamado, espacio de configuraciones basados en mapas homotópicos, “*Flow Pattern Homothopy Spaces (FPHS)*”. Este se construye de la misma forma que el FPTS ya que el mapa homotópico se define con el tiempo normalizado al cual debería de llegar el frente de avance ideal de la discretización. Para obtener la medida de idoneidad, simplemente tenemos que compararlo con la línea recta en el FPHS-1D. Esto nos permite modificar de forma simple el índice propuesto en [24] como índice de bondad del llenado para procesos de infusión. El FPHS-1D se puede utilizar también como referencia en los sistemas de control al igual que el FPDS, FPTS, simplemente cambiando el espacio de referencia.

En esta tesis, todas las simulaciones del llenado de moldes por elementos finitos han sido realizadas mediante los algoritmos de simulación desarrollados para RTM. Como esta tesis esta basada íntegramente en las formas del frente de avance, estas son las mismas en ambos casos, independientemente de las diferencias en los procesos, [82]. Sin embargo, en la presente tesis se establece un nivel de abstracción superior que cuestiona la necesidad de la simulación. Basándonos en el FPDS, podemos obtener el canal de distribución óptimo, definir como deberían de ser las formas del frente de avance, y realizar el control on-line sin la necesidad de simular. Este hecho implica También, que no es necesario conocer el valor de la permeabilidad de la preforma, ni tan siquiera la viscosidad de la resina para diseñar de forma efectiva un proceso por infusión de resina.

Para concluir, el uso de los espacios de configuraciones en los algoritmos utilizados en procesos LCM, puede provocar un giro de 180 ° a la hora de diseñar, optimizar y controlar los procesos de infusión. Como se demuestra en esta tesis, la computación y diseño de algoritmos sobre estos espacios es radicalmente más rápido y simple que realizarlo sobre los espacios cartesianos, sobre todo cuando no esta involucrada la simulación por elementos finitos.

Las líneas futuras se centran en seguir explorando nuevos espacios de configuraciones con otras variables como velocidad, permeabilidad, viscosidad, etc., que nos pueden dar soluciones simples a problemas complejos como puede ser la optimización con preformas no isotrópicas, definir mapas de comportamiento de flujo a velocidad constante, etc.

Referencias

- [1] Hull, D. and T.W. Clyne, *An Introduction to Composites Materials*, Cambridge University Press, 1996.
- [2] J.Summerscales and T.J.Searle *Low-pressure (Vacuum Infusion) techniques for moulding large composite structures*. Proc. IMech E Vol.219 part L:J. Materials : Design and Applications.
- [3] H.Darcy, *Les Fontaines Publiques del la Ville de Dijon*, (1956).
- [4] S.G.Advani, M.V. Bruschke, R. S. Parnas, *Resin Transfer Molding Flow Phenomena in Polymeric Composites*, en S. G. Advani (ed.), *Flow and Rheology in Polymer Composites Manufacturing*, Vol. 10, Ed. Elsevier (1994).
- [5] B. Khomami, *A unified Approach to Modeling Transport of Heat, Mass, and Momentum in The Processing of Polymer Matrix Composite Materials*, en R.S Davé, A.C. Loos (ed.), *Processing of Composites*, Ed. Hanser (2000).
- [6] C.Binétruy, J. Pabiot. *Effects of Fabric Architectural Heterogeneities on Effective and Saturated Permeabilities in RTM*. 12th International Conference on Composite Materials (ICCM-12) Paris, (1999).
- [7] Williams, C.D., Grove, S.M., and Summerscales, J. *Compressive response of fibre reinforced plastics plates during manufacture by resin infusion under flexible tooling method*. Compos part A. A29(1/2), 111-114. 1998.
- [8] Anderson H.M., Lundstrom T.S., Gebart B.R. *Numerical model for vacuum infusion manufacturing of polymer composites*. Int J. Numer. Methods Heat Fluid Flow. 2003;13(3),pp 383-94.
- [9] Williams, C.D., Grove, S.M., and Summerscales, J. *Compressive response of fibre reinforced plastics plates during manufacture by resin infusion under flexible tooling method*. Compos part A. A29(1/2), 111-114. 1998.
- [10] Acheson J.A., Simacek P, Advani S.G. *The implications of fiber compaction and saturation on fully coupled VARTM simulation*. Compos Part A: Appl. Sci Manufact. 2004;35;pp 159-69.
- [11] Trochu F., Ruiz E. Achim V., Soukane S. *Advanced numerical simulation of liquid composite molding for processes analysis and simulation*. Compos Part A: Appl. Sci. Manufact. 2006;37(6):890-902.
- [12] Kessels J.F.A., Jonker A.S., Akkerman R. *Fully 2.5D flow modelling of resin infusion under flexible tooling using unstructured meshes and wet and dry compaction properties*. Compos Part A: Appli Sic Manuf. 2007;38(1). Pp 51-60.

-
- [13] Govignon Q., Bickerton S., Morris J., Kelly P.A., *Full field monitoring of the resin flow and laminate properties during the resin infusion process*. Compos. Part A 39; 2008;pp 1412-26.
- [14] Cai Zhong. *Analysis of mold filling in RTM process*. J Compos Mater 1992;26(9):1310-38.
- [15] Young WB. *Gate location optimization in liquid composite molding using genetic algorithms*. J. Compos Mater 1994;28 (12):1098-113.
- [16] Mathur R, Fink BK, Advani SG. *Use of genetic algorithms to optimize gate and vent locations for the resin transfer molding process*. Polym. Compos 1999;20(2):67-78.
- [17] Luo J, Liang Z, Zhang C, Wang B. *Optimum tooling design for resin transfer molding with virtual manufacturing and artificial intelligence*. Compos Part A 2001;32:877-88.
- [18] Jiang S. Zhang C. Wang B. *Optimum arrangement of gate and vent locations for RTM process design using a mesh distance-based approach*. Compos Part A 2002;33:471-81.
- [19] Gokce A, Hsiao K, Advani SG. *Branch and bound search to optimize injection gate locations in liquid composite molding process*. Compos Part A 2002;33:1263-72.
- [20] Hsiao K-T, Devillard M., Advani S.G. *Simulation based flow distribution network optimization for vacuum assisted resin transfer moulding process*. Model Simul. Mater. Sci. Eng. 2004;12:175-90.
- [21] J.F.A.Kessels, A.S.Jonker, R.Akkerman, *Optimising the flow pipe arrangement for resin infusion under flexible tooling*. Compos. Part A 38(2007), pp. 2076-2085.
- [22] Nalla A.R., Fuqua M., Glancey J. and Lelievre B., *a multi-segment injection line and real-time adaptative, model-based controller for vacuum assisted resin transfer moulding*. Compos. Part A. 38, 1058-1069. 2007.
- [23] Jiang S. Zhang C., Wang B. *A process performance index and its application to optimization of the RTM process*. Polym. Compos 2001;22(5):690-701.
- [24] F. Sánchez, J.A. García, F. Chinesta, Ll. Gascón, C. Zhang, Z. Liang, B. Wang, *A process performance index based on gate-distance and incubation time for the optimization of gate locations in liquid composite molding processes*. Compos Part A, 903-912, Vol.37/6, 2005.
- [25] Lin M., Murphy M., Hahn H., *Resin transfer molding process optimization*. Compos. Part A. 31(4); 361-71. 2000.
- [26] Gokce A., Advani S. *Vent location optimization using map-based exhaustive search in liquid composite molding processes*. Material manufacturing process 19(3);523-48. 2004.
- [27] Mogarevo J., Sun J., Advani S. *a nonlinear control method for resin transfer molding*. Polymer composites 18(3);412-7.1997.

- [28] Bickerton S., Stadefld H., Steiner K., Advani S., *Design and application of actively controlled injection schemes for resin-transfer molding*. Compos. sci. tech. 61(11);1625-37;2001.
- [29] Lawrence J., Hsiao K., Don R., Simacek P., Estrada G., Sozer M., et al. *an approach to couple mould design and on-line control to manufacture complex composite parts by resin transfer molding*. Compos. part A. 33(7) 981-90. 2002.
- [30] Lee C., Rice B., Buczek M., Mason D., *Resin transfer molding process monitoring and control*. In proc. of international sampe symp. and exhibition. Vol 43(1);pp 231-42. 1998.
- [31] Nielsen D., Pitchumani R., *Intelligent model-based control of preform permeation in liquid composite molding process, with on-line optimization*. Compos. Part A. 32(12) 1789-803. 2001.
- [32] Nielsen D., Pitchumani R., *closed-loop flow control in resin transfer molding using real-time numerical process simulations*. Compos. sci. tech. 62(2) 283-98. 2002.
- [33] Nielsen D., Pitchumani R., *Control of flow in resin transfer molding with real-time perform permeability estimation*. Polym. Compos. 23(6);1087-110;2002.
- [34] Heider D., Graf A., Fink B.K., Gillespie jr jw. *Feedback control of the vacuum assisted resin transfer molding (vartm) process*. Proc. of SPIE vol 3589. pp 133-41. 1999.
- [35] Heider D., Epple S., Gillespie jr jw. *Flow rate control during vacuum-assisted resin transfer molding (vartm) processing*. In proc. of SAMPE vol. 46(i), pp. 1061-71. 2001.
- [36] Modi D.,Correia N., Johnson M., Long A., Rudd C. and Robitaille F. *Active control of the vacuum infusion process*. Compos. Part A. 38, 1271-1287. 2007.
- [37] Demirci H., Coulter J. *Control of flow progression during molding process*. Journal of material process manif. sci. 3(4): 409-25.1995.
- [38] Becker B., Barooah P., Yoon M., Sun J. *Sensor based modelling and contrnl of fluid flow in resin transfer molding*. Material process. manif. sci. 7(2), pp: 195-214. 1998.
- [39] Gokce A, Advani S. *Gate effectiveness in controlling resin advance in liquid composite moulding process*. Journal of manif. sci. eng. transac. asme 125:548-55. 2003.
- [40]G.Farin. *Curves and surfaces for computer aided geometric design*. Computer Science and Scientific computing. 1996.
- [41] L.Lizheng, G.Wang *Optimal multi-degree reduction of Bezier curves with G2-continuity*. Computer Aided GeomeDesign Vol.23,9 pp 673-83 (2006).
- [42] F.Bassi, S.Rebay, *High order accurate discontinuous finite element solution of the 2D Euler equations*. Int Jorunal Comput. Phys., vol. 138, no 2, pp 251-285, 1997.
- [43] D. Xue, L. Demkowicz, *Control of geometry induced error in hp finite element (FE) simulations. I. Evaluation of FE error for curvilinear geometries*. Int. J. Numer. Anal. Model., vol.2, no 3, pp 283-300, 2005.

- [44] B.Cockburn, *Discontinuous Galerkin methods for computational Fluid Dynamics, vol. 3 (Fluids)* Encyclopedia of computational Mechanics, ch 4. John Wiley & Sons ,2004.
- [45] A.Dadone, B. Grossman. *Surface boundary conditions for the numerical solution of the Euler equations*, AIAA Journal, vol 32 ,no. 2, pp. 285-293, 1994.
- [46] T.J.R Hughes, J.A.Cottrell, Y.Bazilevs. *Isogeometric analysis:CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement*. Computational methods applied Mechanical Engineering, vol 194, no 39-41, pp 4135-4195. 2005.
- [47] R.Sevilla, S.Fernandez-Mendez, A.Huerta. *NURBS-Enhanced Finite Element Method*. Internacional Journal for numerical methods in engineering Vol 00;pp 1-6. 2007.
- [48] D.Cardoze, B.L.Miller, M.Olah, T.Phillips. *A Bézier-Based Moving Mesh Framework for Simulation with Elastic Membranes*. In 13th International Meshing Roundtable, pp. 71–80, 2004.
- [49] Piegl, L. *Modifying of the shape of rational B-Spline part 1:Curves*. Computer Aided Design, 21(8). Pp 509-518. 1989.
- [50] Fowler, B., Bartels, R. *Constrained-based curve manipulation*. IEEE computer Graphics and Application, Vol 13(5);pp 43-49.1993.
- [51] Au, C.K., Yuen, M.M.F, *Unified approach to NURBS curve shape modification*. Computer Aided design, Vol 27(2); pp 85-93. 1995.
- [52] R.J. Sánchez *A simple technique for NURBS shape modification*. IEEE Computer Graphics and applications, Vol 17(1). Pp 52-59. 1997.
- [53] S.M. Hu, D.W. Zhou, J.G.Sun. *Shape modification of NURBS Curves via Constrained Optimization*. Proceedings of the CAD/Graphics, pp. 958-962. 1999
- [54] S.M Hu, Y.F. Li, J.T.Chen. *Modyfiing the shape of NURBS surfaces with geometric constrains*. Computer Aided Design, Vol 33(12); pp 903-912. 2001.
- [55] L.Xu, Y.J.Chen, N.Hu. *Shape modification of Bezier curves by constrained optimization*. Journal of software (china). Vol 13(6);pp 1069-1074. 2002.
- [56]D.S.Meek, B.H.Ong, D.J. Walton. *Constrained interpolation with rational cubics*. Computer Aided Geometric Design. Vol 20; pp 253-275. 2003.
- [57] Q.B.Wu, F.H.Xia *Shape modification of Bezier curves by constrained optimization*. Journal of Zhejiang University-Science A, Springer-verlag GmbH, pp 124-127.2005.
- [58]Abedallah Rababah, Mohammad Al-Natour, *The weighted dual functions for the univariate Bernstein basis*. App. Math. and Comp. 186(2): 1581-90 (2007).
- [59] F.Sanchez, Ll.Gascon, J.A.Garcia, F.Chinesta. *On the incubation time computation in Resin Transfer Molding Process simulation*. International Journal of forming processes.(Special Issue), pp 51-67, 2005.
- [60] R.Goldman. *The fractal nature of Bezier curves*. Geometric modelling and processing. Pp 3-11 2004.

-
- [61] Hartley R. and Zisserman. *A. Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press Second Edition, 2003.
- [62] J. C. Latombe, *Robot Motion Planning*. Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [63] F.Sanchez, PhD Thesis. *Propuesta de un esquema numérico eficiente para el tratamiento de los problemas de transporte en la simulación del moldeo por transferencia de resina*. 2004.
- [64] V.Surazhsky, T.Surazhsky, D.Kirsanov, S.J.Gortler, H.Hoppe, *Fast exact and approximate geodesics on meshes*. Proceedings of ACM, SIGGRAPH, vol 24 (3), pp 553-560, (July 2005).
- [65] Mitchel, J.S.B., Mount, D.M., Papadimitriou, C.H. *The discrete geodesic problem*. SIAM J. of computing 16(4), pp 647-668. 1987.
- [66] S.G.Advani. *Flow and rheology in polymer composites manufacturing*. Ed Elsevier. 1994.
- [67] D.Modi, M.Johnson, A.Long and C.Rudd. *Experimental Validation of pressure and Fill-time formulation for the vacuum infusion process*. International Conference on Flow Processes in Composite Materials. Montreal, July 2008
- [68] Afra J. Zomorodian. *Topology for computing*. Cambridge monographs on applied and computational mathematics.2005.
- [69] Bernd J., Horst H., Geibler P. *Handbook of computer vision and applications*, volume 1, 2, 3 academic press. 1999.
- [70] Govignon, Q, Bickerton S., Morris J., Kelly P.A. *Full field monitoring of the resin flow and laminate properties during the resin infusion process*. Compos Part A (39). Pp 1412-26, 2008.
- [71] Jing Li, Modelling, *Design and control of vacuum assisted resin transfer molding (VARTM) for thickness variation reduction*. PhD thesis summer 2006.
- [72] Suter SP, Skalak R. *The history of Poiseuille's law*. Ann Rev Fluid Mech 1993;25:1-19.
- [73] P.Boisse, N.Hamila, F.Helenon, B.Hagege, J.Cao. *Different approaches for woven composite reinforcement forming simulation*. Int.J.mat.Forming. Vol 1.Nº1, 2008
- [74] N. Sukumar, J. Dolbow, A. Devan, J. Yvonnet, F. Chinesta, D. Ryckelynck, Ph. Lorong, I.Alfaro, M. A. Martínez, E. Cueto, and M. Doblaré. *Meshless Methods and Partition of Unity Finite Elements*, International Journal of Forming Processes, 8(4), pp. 409–427, 2005.
- [75] Ramis X., Salla JM. *Efect of the inhibitor on the curing of an unsaturated polyester resin*. Polymer 1995;36(18):3511-21.
- [76] Rouison D, Sain M, Couturier M. *Kinetic study of an unsaturated polyester resin containing an inhibitor*. J. Apply Polym Sci. 2003;89:2553-61.

- [77] Cardona C., Ziaee S, Advani SG. *Spatially homogeneous gelation in liquid composite molding*. Polym. Eng Sci 2002; 42(8):1667-73.
- [78] T.Ju, R.Goldman. *Morphing Rational B-Spline curves and surfaces using mass distributions*. Eurographics 2003.
- [79] A.W.F.Lee, D.Dobkin, W.Sweldens, P.Schorödes. *Multiresolution mesh morphing*. Proceedings of SIGGRAPH 99. pp. 343-350, August 1999.
- [80] J.S.Leclerc, E.Ruiz. *Porosity reduction using optimized flow velocity in resin transfer molding*. Compos part A. App. Sci. and manuf., Vol 39, 12. pp 1859-68.2008.
- [81] N.Crainic, D.Bica, A.Torres, N.Calin, P.Oliveira, N.Correia, O.Marinica, C.Pinto, L.Vekas. *Magnetic nanocomposites obtained using high evaporation rate magnetic nanofluids*. International Journal of nanomanufacturing 2007. Vol 1, N°6, pp 784-98.
- [82] N.C.Correia, F.Robitaille, A.C.Long, C.D.Rudd, P.Simacek, S.G.Advani. *Analysis of the vacuum infusion moulding process: I. Analytical formulation*. Compos Part A 36 (2005).pp 1645-1656.
- [83] N.Montes, J.Tornero. *Bezier curves for representing Clothoids, Circles and straight lines*. Proceedings of the Industrial Simulation Conference (ISC) 2005. Berlin(Deutschland).
- [84] N.Montes, J.Tornero. *Approximating clothoids by Bezier curves*. Proceedings of Algebraic Geometric and Geometric Modeling (AGGM), 2006. Barcelona (Spain).
- [85] N.Montes, Marta C.Mora, J.Tornero. *Trajectory generation based on RBCs as clothoids*. IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV) 2007, pp 505-510, Istanbul (Turkey).
- [86] N.Montes, A.Herraez, L.Armesto, J.Tornero. *Real-Time Clothoid approximation by Rational Bezier curves*. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA) 2008, pp 2246-2251, California (EEUU).
- [87] N.Montés, F.Sanchez J.A.Garcia, A.Falco, J.Tornero, F.Chinesta. *Application of artificial vision in flow redirection during filling of liquid composite molding processes*. Journal of American institute of physics. (ESAFORM) 2007. Vol. 907, pp 902-907. Zaragoza (Spain).
- [88] N.Montes, F.Sanchez, J.A.Garcia, J.Tornero. *hacia la fabricacion avanzada de composites moldeados con resinas liquidas (LCM) mediante técnicas de vision artificial*. Proceedings of the (MATCOMP) Vol 1, pp 41-49, 2007. Valladolid(Spain).
- [89] N.Montes, F.Sanchez, J.Tornero. *Numerical technique for the space discretization of resin infusion mould sensing with artificial vision*. International Journal of material forming, (ESAFORM) 2008. Vol.1 pp 923-926. Lyon (France).

-
- [90] N.Montes, F.Sanchez, L.Hilario, A.Falco. *Flow numerical computation through Bezier shape deformation for LCM process simulation methods*. International Journal of material forming, (ESAFORM) 2008. Vol.1 pp 919-922. Lyon (France).
- [91] N.Montes, F.Sanchez. *Methodology for applying computational techniques in the advanced manufacturing of composites through artificial vision*. Proceedings of the European Conference on Composite Materials (ECCM) 2008. Stockholm (Sweden).
- [92] N.Montes, F.Sanchez. *Flow Pattern Configuration Spaces definition for liquid composite moulding process design*. Proceedings of the Flow Process in Composite Materials(FPCM). 2008, Montreal (Canada).
- [93] N.Montes, F.Sanchez, A.Falco. *Flow Pattern Configuration Spaces application for optimization and control of liquid composite moulding processes*. Proceedings of the Flow Process in Composite Materials (FPCM) 2008, Montreal (Canada).
- [94] N.Montes, F.Sanchez, A.Falco. *A topological approach for the flow behaviour characterization in LCM processes*. Proceeding of the European Society of Material Forming (ESAFORM) 2009. Twente (netherland).
- [95] N.Montes, F.Sanchez. *A new computational tool for liquid composite moulding process design based on configuration spaces*. Compos. Part A. Applied science and manufacturing. 2009 *Accepted paper*.
- [96] N.Montes, F.Sanchez, A.falco. *Optimal flow behaviour formulation for LCM process based on homothopy maps and Flow Pattern Configuration Spaces*. Proceedinsg of the International Conference on Composite Materials (ICCM) 2009. Edinburgh (UK).
- [97] N.Montes, L.Domenech, U.Pineda, F.Sanchez. *Inverse engineering application for the resin infusion process design*. International Journal of Material Forming. *Under review*.
- [98] N.Montes, F.Sanchez *Gate Shape optimization of resin infusion process based on configuration spaces and Skeleton*. Compos part A. *Under review*.
- [99] N.Montes, A.Falco, F.Sanchez. *A topological framework for liquid composite moulding design*. Mathematics In Action. *Under review*.