Estimación del riesgo en un proyecto de inversión. Caso de estudio

A TRAVÉS DE UN CASO DE ESTUDIO SE PRESENTAN DISTINTOS MÉTODOS PARA ANALIZAR LA INCORPORACIÓN DEL RIESGO A UN PROYECTO DE INVERSIÓN MEDIANTE EL AJUSTE DE LA TASA DE DESCUENTO, EL AJUSTE DE LOS FLUJOS NETOS DE CAJA Y LOS MODELOS DE SIMULACIÓN.

CRISTINA ISABEL DOPACIO
Dpto. Finanzas. Universidad San Pablo-CEU.

RICARDO J. PALOMO ZURDO
Dpto. Economía Financiera y Contabilidad. Universidad San Pablo-CEU.

Según recogen Keown, Petty, Scott y Martin (1999, p. 245) la cultura china define el riesgo como una combinación entre peligro y oportunidad (esto es, un riesgo alto supone más oportunidades de hacerlo bien, pero también más peligro de hacerlo mal).

Con independencia de la consideración o no del riesgo, la decisión de invertir se convierte en un proceso que puede llegar a ser muy complejo y que comprende las siguientes fases:

1. Identificación de oportunidades de inversión acordes con la estrategia de la empresa –esto es, la creación de valor para los propietarios- (en general, se trata de encontrar activos reales o financieros cuyo valor supere al coste, bien ahora o bien considerados como inversiones estratégicas -o como opciones de inversión-).
2. Estimación de los flujos netos de caja generados por los proyectos (en condiciones de certeza o, más frecuentemente, en condiciones de riesgo). A esto se añade la necesidad de estimar un parámetro de crucial importancia: la tasa de descuento "k".
3. Valoración o análisis de cada alternativa de inversión.
4. Selección de los proyectos viables para la empresa.
5. En su caso, jerarquización de los proyectos que han sido seleccionados, lo que da lugar al establecimiento de una prelación o preferencia de los mismos.

Ficha técnica

Autores: Isabel Dopacio, Cristina; Palomo Zurdo, Ricardo J.

Título: Estimación del riesgo en un proyecto de inversión. Caso de estudio.

Fuente: Estrategia Financiera, nº 198. Septiembre 2003.

Localizador: 81/ 2003.

Resumen: En este artículo se enuncian brevemente los diversos métodos que son susceptibles de utilización cuando se pretende analizar la viabilidad de un proyecto de inversión en condiciones de riesgo. Seguidamente se plantea un caso de estudio simplificado que muestra la aplicación práctica de estos métodos en una empresa fabricante de equipamientos de automóvil, al objeto de observar las ventajas y los inconvenientes que pueden surgir para dicho análisis. Se concluye con la idoneidad de aplicar hojas de cálculo para agilizar los cálculos, si bien, obviamente es preciso entender el planteamiento que debe incluirse en su formulación.

Descriptores: Método del caso, riesgos, proyectos de inversión, *capital budgeting*, coste de capital, Valor Actual Neto (VAN).

En la realidad empresarial los elementos o magnitudes que definen un proyecto de inversión (ingresos, costes, etcétera) no se comportan como magnitudes conocidas con certeza sino que, en muchas ocasiones, sólo se pueden conocer en términos de esperados (es decir, en forma aleatoria o probabilística), lo que obliga a un análisis de las decisiones de inversión, en diferentes escenarios, conscientes del desconocimiento o escaso conocimiento de lo que realmente puede ocurrir. Obviamente esto es así porque se trata de adoptar decisiones sobre situaciones esperadas en el futuro, y, hasta la fecha, ni el más avezado inversor o director financiero puede actuar como un visionario certero.

En este escenario no cabe otra opción que hablar de la existencia de "riesgo" en las decisiones de inversión. A este respecto, se entiende por riesgo todo aquello que supone "variabilidad" en torno al valor esperado, razón por la cual se suele tomar como medida del riesgo la varianza o la desviación típica de una variable, mientras que la esperanza informa sobre el valor esperado. En el caso de los proyectos de inversión, las variables van a ser, principalmente, los denominados Flujos Netos de Caja (FNC).

Para analizar estos proyectos de inversión (también llamados problemas de presupuesto de capital o *capital budgeting*) se puede optar entre varias alternativas en función del tipo y grado de información de la que se dispone:

- El método del "ajuste", a las condiciones de riesgo globales del proyecto, de la tasa de descuento; es decir, mediante la introducción de una prima de riesgo.
- El método del "ajuste" de los flujos netos de caja a las condiciones de riesgo de cada uno de ellos mediante su transformación en flujos netos de caja "ajustados al riesgo" o en flujos netos equivalentes ciertos.
- El método estadístico, basado en el cálculo de esperanzas y varianzas de las variables. Se trata del llamado modelo Media-Varianza.
- Los modelos de simulación, entre los cuales cabe destacar el Modelo de Simulación de Montecarlo, basado en la utilización de series de números aleatorios útiles en situaciones de gran incertidumbre.

LA INCORPORACIÓN DEL RIESGO A UN PROYECTO MEDIANTE EL AJUSTE DE LA TASA DE DESCUENTO: APLICACIÓN DE UNA PRIMA DE RIESGO

Este método pretende sustituir la tasa de actualización o descuento libre de riesgo (k) por otra tasa ajustada al riesgo (s) que incluirá una medida estimada del riesgo global del proyecto mediante la incorporación de una prima de riesgo (p).

Antes de avanzar, conviene detenerse un momento en la tasa de actualización "k". La utilización del coste de capital de la empresa como tasa "k" no siempre es adecuada ni factible de calcular, y tampoco es la única forma de hacerlo. Debe tenerse en cuenta la existencia de un gran número de fuentes de financiación con plazos y características muy diferentes, además de una serie de compromisos contractuales o no, adquiridos por la empresa con sus accionistas ordinarios y preferentes, con los obligacionistas, con otros acreedores, etc. A esto debe añadirse el efecto de la financiación sobre el riesgo de la empresa, la consideración del efectos impositivo, de la inflación, etcétera.

Las decisiones de inversión se convierten en procesos complejos y arriesgados habitualmente sometidas a incertidumbre por proyectarse hacia el futuro

Desde otro punto de vista, el Coste de Capital Medio Ponderado (CCMP) puede utilizarse como tasa de descuento apropiada para estimar el VAN[1] de un proyecto sólo cuando el proyecto tenga unas características de riesgo similares a las de la empresa; por ello, no es útil para evaluar proyectos con alto riesgo o diferentes a los habituales de la empresa. De esto resulta la necesidad, en muchos casos, de calcular un CCMP diferentes para cada división de una empresa.

El conocimiento del coste de capital de la empresa es importante por dos razones fundamentales:

- porque si el objetivo es la consecución del máximo valor de la empresa, será consecuente tratar de alcanzar el mínimo coste de las fuentes de financiación;
- y, porque el coste de capital obtenido se utilizará para determinar la tasa de actualización o descuento aplicable a la hora de valorar las decisiones de inversión.

La utilización de costes de oportunidad, del coste de financiación de cada proyecto, del coste medio estimado para las empresas del mismo sector de actividad, o de la tasa de rentabilidad requerida por los accionistas han tenido defensores y detractores.

Una forma de estimar dicho coste de capital se ha basado en la aplicación del Modelo de Valoración de Activos (CAPM) mediante la conocida fórmula que contempla este coste como la suma de una tasa libre de riesgo más una prima de riesgo de la empresa derivada de su correlación con el mercado (según la denominada "Beta"). Sin embargo, la utilidad del modelo y su simplicidad se encuentran con algunos obstáculos como, por ejemplo, cuando se trata de empresas no cotizadas, donde la estimación del citado coeficiente puede ser difícil, o por el hecho de utilizar una Beta histórica que, como

[1] El criterio del VAN (aportación realizada por Irwin Fisher en 1930) actualiza los flujos netos de caja mediante una tasa y no tiene en cuenta las preferencias individuales sobre el consumo actual frente al consumo futuro. En ambiente de certeza, esta tasa-coste de oportunidad es la denominada tasa libre de riesgo. Desde otro punto de vista, el VAN de una inversión es el valor descontado de las rentas económicas que producirá (las rentas económicas son los beneficios que exceden al coste de oportunidad del capital).

tal, no recoge las apreciaciones sobre la posible aportación de valor por parte de un proyecto que mira hacia el futuro.

Una forma de calcular la Beta de un proyecto es mediante el llamado "método del juego puro", que consiste en buscar empresas cotizadas en bolsa que se asemejen al proyecto que se analiza, para poder usar así, la tasa requerida de la empresa localizada para valorar el proyecto.

Por último, cabe citar la fórmula de James Milles y Russel Ezzel para el cálculo del coste de capital medio ponderado en forma de coste ajustado de capital.

Volviendo a la prima de riesgo, ésta puede entenderse de varias formas, pero resulta sencillo explicar que se trata de remuneración o "compensación" añadida que el proyecto debe proporcionar por motivo del riesgo inherente al mismo; es decir, es una media del "precio del riesgo". La prima de riesgo resulta fácil de comprender cuando se compara, por ejemplo, entre inversiones en productos financieros con y sin riesgo[2].

$$s = k + p$$

De este modo, para analizar la viabilidad de un proyecto de inversión mediante la aplicación de los conocidos y clásicos criterios del Valor Actual Neto (VAN) o Valor Capital y de la Tasa Interna de Rentabilidad (TIR), se pueden formular las siguientes expresiones con la tasa de actualización ajustada al riesgo:

$$VAN = -Inversión + \frac{FNC_1}{(1+s)} + \ldots\ldots + \frac{FNC_t}{(1+s)^t} + \ldots\ldots + \frac{FNC_n}{(1+s)^n}$$

La inversión será efectuable en términos de rentabilidad absoluta cuando el VAN del proyecto tome un valor positivo.

En cuanto a la TIR, ahora se efectuará el proyecto si la TIR ("r" en la expresión) es mayor que "s".

$$0 = -Inversión + \frac{FNC_1}{(1+r)} + \ldots\ldots + \frac{FNC_t}{(1+r)^t} + \ldots\ldots + \frac{FNC_n}{(1+r)^n}$$

En este criterio, la prima de riesgo se puede definir como una cantidad positiva que difiere de cero y que representa la rentabilidad incremental que los inversores exigen, en término medio, a los activos o inversiones con riesgo sobre la de los activos sin riesgo.

LA INCORPORACIÓN DEL RIESGO A UN PROYECTO MEDIANTE EL AJUSTE DE LOS FLUJOS NETOS DE CAJA: LA OBTENCIÓN DE EQUIVALENTES CIERTOS

Otra alternativa para introducir el riesgo en la valoración o selección de proyectos de inversión consiste en transformar los flujos netos de caja arriesgados en sus equivalentes ciertos; es decir, en flujos de caja que incorporen el riesgo.

Operativamente, se multiplica cada flujo de caja por un coeficiente a_t cuyo valor está comprendido entre 0 y 1 según el grado de riesgo del correspondiente flujo de caja. Si no hay riesgo estimado, el coeficiente toma el valor 1; mientras que, a medida que el riesgo aumenta, el coeficiente se acerca más a cero.

Según esto, es lo mismo recibir en el momento t un flujo de caja con riesgo de valor FNC_t que un flujo de caja ajustado al riesgo de valor $FNC'_t = a_t\, FNC_t$.

Si se aplica este planteamiento a los criterios de valoración y selección de inversiones VAN y TIR se obtienen las siguientes expresiones:

El VAN:

$$VAN = -Inversión + \frac{a_1 FNC_1}{(1+k)} + \frac{a_2 FNC_2}{(1+k)^2} + \ldots\ldots + \frac{a_n FNC_n}{(1+k)^n}$$

La TIR:

$$0 = -Inversión + \frac{a_1 FNC_1}{(1+TIR)} + \frac{a_2 FNC_2}{(1+TIR)^2} + \ldots\ldots + \frac{a_n FNC_n}{(1+TIR)^n} = 0$$

Según esto, la inversión es efectuable si VAN > 0 y/o TIR > k.

La experiencia de los gestores se convierte en el mejor aliado para valorar el riesgo asociado a los proyectos, aunque debe utilizarse técnicas adecuadas

[2] Un ejemplo útil es comparar entre la adquisición de Letras del Tesoro y la compra de bonos emitidos por una empresa privada. Evidentemente, "a priori" el riesgo puede ser mayor en el segundo caso, razón por la cual la tasa de descuento de los flujos netos esperados debería ser mayor.

LA INCORPORACIÓN DEL RIESGO A UN PROYECTO MEDIANTE LA APLICACIÓN DE INSTRUMENTOS ESTADÍSTICOS

Cuando las magnitudes que definen un proyecto de inversión se conocen en términos de probabilidad subjetiva[3] la aplicación del criterio de la esperanza matemática puede conducir a la adopción de decisiones supuestamente más racionales.

En las decisiones de inversión, la aplicación de este criterio consiste en hacer máximo el valor de la esperanza matemática de ganancia y mínimo el riesgo de la inversión, utilizando para medir este riesgo la varianza matemática.

Un inversor racional optará por aquellos proyectos que proporcionen un mayor Valor Actual Neto Esperado y una menor Varianza. Se trata, por tanto, de elegir una combinación ganancia-riesgo (media-varianza) que no es sino una función de utilidad que depende de la actitud del inversor frente al riesgo.

El cálculo de la Esperanza del Valor Actual Neto (VAN)

Una vez conocidos los posibles valores y su probabilidades respectivas, se puede determinar la esperanza matemática de cada una de las magnitudes que definen el proyecto de inversión y, consecuentemente, del VAN.

$$E(VAN) = -E(I) + \frac{E(FNC_1)}{(1+k)} + \frac{E(FNC_2)}{(1+k)^2} + ... + \frac{E(FNC_n)}{(1+k)^n}$$

Siendo:

$$E(I) = \sum_{r=1}^{k} I_0^r \times P_0^r$$

$$E(FNC) = \sum_{r=1}^{h} FNC_t^r \times P_t^r$$

- I_0^r = Valor posible "r" que puede tomar el desembolso inicial de la inversión.
- P_0^r =Probabilidad de que se de el valor I_0^r
- FNC_t^r = Valor posible "r" del flujo de caja del período "t".
- P_t^r = Probabilidad de que se obtenga el FNC_t con un valor "r".
- t = 1, 2, 3,......n.
- r = 1, 2, 3,......h.

El cálculo de la varianza del VAN

La varianza del VAN puede utilizarse como medida del riesgo de una inversión. Desde el punto de vista estadístico la varianza de una variable aleatoria es igual a la media aritmética ponderada de las desviaciones cuadráticas de dicha variable con respecto a su valor medio.

Así, para un período de tiempo "t", la varianza del Flujo Neto de Caja (FNC_t) responde a la siguiente expresión:

$$\sigma^2(FNC_t) = \sum_{r=1}^{h}\left[FNC_t^r - E(FNC_t)\right]^2 P_t^r$$

Siendo:

- FNC_t^r= Flujo de caja de la posibilidad "r" en el período t
- P_t^r = Probabilidad de que ocurra Q_t^r.
- $E(FNC_t^r)]$ = Esperanza matemática de Q_t^r.

La desviación típica será la raíz cuadrada de la varianza:

$$\sigma(FNC_t) = \sqrt{\sum_{r=1}^{k}\left[FNC_t^r - E(FNC_t)\right]^2 P_t^r}$$

Por otra parte, para determinar la varianza del VAN también es necesario calcular el valor de las correlaciones que existen entre las magnitudes que definen el proyecto de inversión. Para ello se utiliza como herramienta estadística la Covarianza. Para determinar el valor ésta, en función de la información disponible, se pueden hacer lo siguiente:

a) Si se conocen los coeficientes de correlación (ρ)

$$\rho(FNC_i, FNC_j) = \frac{Cov(FNC_i, FNC_j)}{\sigma(FNC_i)\sigma(FNC_j)} \Rightarrow$$

$$Cov(FNC_i, FNC_j) = \sigma(FNC_i)\sigma(FNC_j)\rho(FNC_i, FNC_j)$$

b) Si sólo se conocen las probabilidades asociadas y los posibles valores.

$$Cov(FNC_1, FNC_2) = \left[\left(FNC_1^1 - E(FNC_1)\right)\left(FNC_2^1 - E(FNC_2)\right)\right]P^1 + ... +$$
$$+\left[\left(FNC_1^h - E(FNC_1)\right)\left(FNC_2^h - E(FNC_2)\right)\right]P^h$$

Una vez determinada la varianza de las magnitudes que definen el proyecto de inversión, así como el valor de sus covarianzas se procede a determinar la varianza del VAN[4] ajustándose a la siguiente expresión:

$$\sigma^2(VAN) = \sigma^2(I) + \frac{\sigma^2(FNC_1)}{(1+k)^2} + \frac{\sigma^2(FNC_2)}{(1+k)^4} + ... + \frac{\sigma^2(FNC_n)}{(1+k)^{2n}} + (-1)\frac{2Cov(I, FNC_1)}{(1+k)} +$$
$$(-1)\frac{2Cov(I, FNC_2)}{(1+k)^2} + ... + (-1)\frac{2Cov(I, FNC_n)}{(1+k)^n} + \frac{2Cov(FNC_1, FNC_2)}{(1+k)^3} + \frac{2Cov(FNC_1, FNC_3)}{(1+k)^4} + ... + \frac{2Cov(FNC_1, FNC_n)}{(1+k)^{n+1}} + ...$$

LA INCORPORACIÓN DEL RIESGO A UN PROYECTO MEDIANTE MODELOS DE SIMULACIÓN: APLICACIÓN DEL MÉTODO DE MONTECARLO

Los modelos de simulación se pueden utilizar como instrumentos de representación simplificada de un fenómeno simulado para la adopción de decisiones. De todos los modelos de simulación, uno de los más significativos en el ámbito de la economía en general, y de la valoración de inversiones en particular, es el modelo de simulación de Montecarlo.

Este modelo se fundamenta en la utilización de "números aleatorios" que se pueden obtener a partir de distintos procedimientos manuales o computerizados.

Este modelo consiste en un muestreo simulado o artificial que reemplaza el universo real (desconocido) por un universo teórico, definido por una ley de probabilidad que se supone conocida. Con base en esto se obtiene una muestra mediante una sucesión de números aleatorios.

En el desarrollo del procedimiento de este modelo, se pueden distinguir dos situaciones:

- Para variables aleatorias continuas
- Para variables aleatorias discretas.

En las **variables continuas**, el procedimiento se basa en lo siguiente:

1. Se especifica una función de densidad de probabilidad f(x) del universo teórico y se representa gráficamente la función acumulativa de probabilidad Y = F (x).

$$Y = F(X) = \int_{-\infty}^{x} f(u)\,du$$

2. Se elige al azar un número aleatorio comprendido entre los valores 0 y 1, y este número se lleva sobre el eje de ordenadas y se proyecta de manera horizontal hasta que corte a la curva F(x).
3. Los puntos de corte se proyectan sobre el eje de abscisas obteniéndose así los valores de la muestra simulada.

En las variables discretas basta con disponer de las probabilidades acumuladas para los distintos valores de la variable aleatoria. Los números aleatorios se llevan sobre la columna de probabilidades acumuladas obteniendo así los correspondientes valores de la variable.

Cuadro 1. Formación de los flujos netos de caja

Desembolso de la inversión Valor de Ventas (adicionales por la implantación de la nueva inversión) (-) Coste de Ventas y/o de producción (-) Amortización Técnica de la inversión (cuotas)
BAII (Beneficio antes de Intereses e Impuestos) (-) intereses de préstamos (gastos financieros)
BAI (Beneficio antes de Impuestos) (-) Impuestos (35% del BAI)
BDI (Beneficio después de Impuestos) (+) Amortizaciones técnicas (cuota anual) (-) Amortización financiera (devolución principal préstamo) (-) Pago de dividendos (% sobre Beneficio después de Impuestos)
FONDOS GENERADOS POR OPERACIONES ("Cash-Flow") (-) Inversión en caja. (-) Inversión en Clientes. (-) Inversión en Existencias. (+) Financiación de Proveedores. (+) Financiación de Impuestos. (+) Valor Residual del Inmovilizado
CAJA GENERADA POR LAS OPERACIONES (CGO) (-) Inversión (desembolso de la Inversión) (+) FINANCIACIÓN RECIBIDA (PRÉSTAMO)
FLUJOS NETOS DE CAJA

CASO PRÁCTICO

La empresa EUROSA es una potente empresa, participada por un gran grupo automovilístico europeo, que centra su actividad en la fabricación de componentes de alta tecnología para los modernos sistemas de seguridad en caso de accidente de los automóviles. Recientemente ha patentado un nuevo sistema de control de frenado denominado por su acrónimo SPA, cuya fabricación en serie desea iniciar. Los ingenieros, técnicos de mercado y responsables de presupuesto han realizado diversas estimaciones en cuanto al desembolso o inversión inicial requerida (que sitúan en 10 millones de euros), en cuanto a la tasa de actualización de referencia libre de riesgo (5%) y en cuanto a los flujos netos de caja más probables (éstos se obtendrían sobre las previsiones de facturación, costes, impuestos, amortizaciones, etc. tal y como recoge como propuesta el cuadro 1)[5]. Para simplificar estos cálculos se dispone ya de los siguiente datos resultantes del análisis previo de la formación de dichos flujos netos de caja para los 5 años que va a durar esta inversión; pues se estima que en dicho plazo deberá trabajarse sobre nuevos sistemas más avanzados:

- o Año 1 = 1.000.000 €.
- o Año 2 = 2.500.000 €.
- o Año 3 = 3.000.000 €.
- o Año 4 = 4.500.000 €
- o Año 5 = 4.000.000 €.

[3] La probabilidad subjetiva de un suceso se puede definir como un número (entre 0 y 1) que cuantifica el concepto cualitativo de verosimilitud del sujeto decisor basándose en la experiencia, la intuición, el grado de información, etc., del inversor.

[4] Para ofrecer una visión de conjunto de la varianza del VAN se va a suponer que alguna de las variables que definen el proyecto de inversión, presentan correlación entre sí.

[5] El cuadro número 1 muestra el proceso de formación de los flujos netos de caja de la inversión realizada teniendo en cuenta la dotación de amortizaciones, la posible existencia de cargas financieras para la inversión analizada, así como la inversión en caja, en clientes, la financiación de proveedores, etc.

Partiendo de estos supuestos simplificadores para simplificar el caso de estudio y poder centrarlo en la consideración del riesgo, se va ha procedes a aplicar los métodos anteriormente explicados.

En primer lugar, si no se considerase la existencia de riesgo o incertidumbre en los datos anteriores, se obtendría que la rentabilidad absoluta (VAN) y relativa (TIR) de la misma serían:

$$VAN = -10.000.000 + \frac{1.000.000}{(1+0,05)} + \frac{2.500.000}{(1+0,05)^2} + \frac{3.000.000}{(1+0,05)^3} + \frac{4.500.000}{(1+0,05)^4} + \frac{4.000.000}{(1+0,05)^5} = 2.647.733,25€$$

$$TIR \quad 0 = -10 \times 10^6 + \frac{1 \times 10^6}{(1+r)} + \frac{2,5 \times 10^6}{(1+r)^2} + \frac{3 \times 10^6}{(1+r)^3} + \frac{4,5 \times 10^6}{(1+r)^4} + \frac{4 \times 10^6}{(1+r)^5} \Rightarrow r = 12,5\%$$

Dado que el VAN de la inversión en estas condiciones toma un valor positivo y que la TIR (r) es mayor que la tasa de descuento (k), la inversión es, en principio, efectuable para EUROSA, tanto en términos de rentabilidad absoluta, como en términos de rentabilidad relativa.

A continuación se procede a analizar el efecto que, sobre dicha valoración, tiene la incorporación del riesgo, a través de las siguientes opciones.

Opción 1: Aplicación de una prima de riesgo

El Departamento de Gestión y Dirección Financiera de EUROSA decide aplicar a este proyecto una prima de riesgo del 6%, considerando su experiencia en proyectos anteriores relativamente equiparables, así como la posibilidad de la irrupción de nuevos competidores en el mercado. Otros factor considerado ha sido la ralentización económica frene el crecimiento de las ventas de automóviles. Así, la nueva tasa de descuento ajustada al riesgo (s) sería:

$$s = k+p \text{ fi } s \Rightarrow 0,05 + 0,06 = 11\%.$$

En esta nueva situación el VAN y la TIR del proyecto serían:

$$VAN = -10.000.000 + \frac{1.000.000}{(1+0,11)} + \frac{2.500.000}{(1+0,11)^2} + \frac{3.000.000}{(1+0,11)^3} + \frac{4.500.000}{(1+0,11)^4} + \frac{4.000.000}{(1+0,11)^5} = 461.625,62€.$$

$$TIR \quad 0 = -10 \times 10^6 + \frac{1 \times 10^6}{(1+r)} + \frac{2,5 \times 10^6}{(1+r)^2} + \frac{3 \times 10^6}{(1+r)^3} + \frac{4,5 \times 10^6}{(1+r)^4} + \frac{4 \times 10^6}{(1+r)^5} \Rightarrow r = 12,5\%$$

Como puede verse, en términos de rentabilidad absoluta la inversión sigue siendo efectuable aunque su valor ha descendido significativamente.

En términos de rentabilidad relativa, la TIR se debe comparar con la nueva tasa de descuento ajustada al riesgo, resultando que el 12,5% es obviamente mayor que el 11% (la tasa de descuento ajustada al riesgo) por lo que la inversión generaría valor para EUROSA.

Así, la prima de riesgo máxima que podría aplicar el inversor a este proyecto para que fuese interesante o efectuable sería hasta del 7,5% (s = 7,5+5 = 12,5%). Si la prima superase dicho valor la TIR sería menor que "s", de modo que la prima de riesgo introducida llegaría a anular la ganancia neta esperada por EUROSA

Además, de acuerdo con este último criterio, si EUROSA tuviese que optar por distintas alternativas (hecho que, en principio, no ocurre en este caso) para elegir aquella más conveniente, al valor de la TIR se restaría el valor de la prima de riesgo asociada a cada proyecto, optando por la que mayor diferencial obtuviese.

Opción 2. Utilización de Flujos Netos de Caja ajustados al riesgo

Para incorporar el riesgo al proyecto EUROSA establece los siguientes coeficientes, basados en su experiencia y sus estimaciones de riesgo para el plazo de la inversión. Se han supuesto más arriesgados los flujos más alejados del momento actual dada la mayor incertidumbre sobre competidores, situación económica, etc.

$$\alpha_0 = 1;\ \alpha_1 = 0,95;\ \alpha_2 = 0,9;\ \alpha_3 = 0,85;\ \alpha_4 = 0,8;\ \alpha_5 = 0,7.$$

El VAN y la TIR serían ahora:

$$VAN = -10.000.000 \times 1 + \frac{0,95 \times 1.000.000}{(1+0,05)} + \frac{0,9 \times 2.500.000}{(1+0,05)^2} + \frac{0,85 \times 3.000.000}{(1+0,05)^3} + \frac{0,8 \times 4.500.000}{(1+k)^4} + \frac{0,7 \times 4.000.000}{(1+k)^5} = 303.966,28€$$

$$TIR \Rightarrow 0 = -10.000.000 \times 1 + \frac{0,95 \times 1.000.000}{(1+r)} + \frac{0,9 \times 2.500.000}{(1+r)^2} + \frac{0,85 \times 3.000.000}{(1+r)^3} + \frac{0,8 \times 4.500.000}{(1+r)^4} + \frac{0,7 \times 4.000.000}{(1+r)^5} \Rightarrow r = 5,95\%$$

Desde el punto de vista económico, el proyecto seguiría siendo interesante para EUROSA puesto que el VAN sigue siendo positivo y la TIR mayor que k. Si bien, habría que plantea hasta que punto la ganancia obtenida compensa el coste de la explotación de este proyecto (una opción sería vender o transferir la tecnología a otro fabricante).

Se podrían relacionar estos dos métodos alternativos (prima de riesgo y flujos netos de caja equivalentes ciertos) de manera que en lugar de aplicar una prima de riesgo "p" global a lo largo de todo el período de planificación del proyecto, se determinase un valor de a distinto en cada período, pero que fuese equivalente en términos de riesgo.

Esta equivalencia se podría definir en los siguientes términos:

$$\frac{Q_t}{(1+s)^t}=\frac{a_t Q_t}{(1+k)^t}\Rightarrow a_t=\frac{(1+k)^t}{(1+s)^t}$$

Para este caso práctico, en términos de riesgo sería equivalente aplicar una prima de riesgo global del 6% al proyecto que transformar los flujos netos de caja mediante los siguientes coeficientes:

$$a_1=\frac{(1+0{,}05)^1}{(1+0{,}11)^1}=0{,}95 \qquad a_4=\frac{(1+0{,}05)^4}{(1+0{,}11)^4}=0{,}8$$

$$a_2=\frac{(1+0{,}05)^2}{(1+0{,}11)^2}=0{,}89 \qquad a_5=\frac{(1+0{,}05)^5}{(1+0{,}11)^5}=0{,}76$$

$$a_3=\frac{(1+0{,}05)^3}{(1+0{,}11)^3}=0{,}85$$

Opción 3. Aplicación del criterio Media-Varianza

En este caso EUROSA decide introducir el riesgo en el análisis del proyecto mediante la determinación de la varianza del VAN, como indicador de la dispersión en torno a los resultados esperados. Para ello plantea diversos escenarios o previsiones a los que asigna determinadas probabilidades subjetivas, suponiendo que el importe del desembolso inicial en las instalaciones es conocido con certeza. Asimismo, se detecta la existencia de relación entre los flujos netos de caja de los años 1 y 2, y 3 y 5, dada la tendencia esperada de las ventas.

Figura

Variable	*Valores (euros)*	*Probabilidad.*
Inversión	10.000.000	100%.
FNC 1	1.000.000 500.000 1.400.000	50%. 30%. 20%
FNC 2	2.500.000 3.500.000	60%. 40%.
FNC 3	3.000.000 2.500.000 4.500.000	40%. 40%. 20%
FNC 4	4.500.000 3.000.000	30%. 70%.
FNC 5	4.000.000 2.000.000 5.000.000	40%. 30%. 30%

Existe relación entre los FNC de la inversión medida en los siguientes términos:
- Correlación entre flujos netos de caja: $\rho_{fnc1,\,fnc2}$ = 70%.
- Covarianza entre flujos netos de caja:
$Cov_{fnc\,3,\,fnc\,5}$ = -500.000 x 10^6

Para analizar estos datos, en primer lugar se determina el valor esperado y la varianza de cada una de las variables:

$$E(I)=\sum_{i=1}^{n} I_i \times P_i$$

$$E(FNC)=\sum_{i=1}^{n} FNC_i \times P_i$$

$$E(I)=10.000.000\times 1=10.000.000$$

$$E(FNC_1)=(1.000.000\times 0{,}5)+(500.000\times 0{,}3)+(1.4000.000\times 0{,}2)=930.000€.$$

$$E(FNC_2)=(2.500.000\times 0{,}6)+(3.500.000\times 0{,}4)=2.900.000€$$

$$E(FNC_3)=(3.000.000\times 0{,}4)+(2.500.000\times 0{,}4)+(4.5000.000\times 0{,}2)=3.100.000€.$$

$$E(FNC_4)=(4.500.000\times 0{,}3)+(3.000.000\times 0{,}7)=3.450.000€$$

$$E(FNC_5)=(4.000.000\times 0{,}4)+(2.000.000\times 0{,}3)+(5.000.000\times 0{,}3)=3.700.000€.$$

En términos esperados la rentabilidad del proyecto sería:

$$E(VAN) = -10.000.000 + \frac{930.000}{(1+0,05)} + \frac{2.900.000}{(1+0,05)^2} + \frac{3.100.000}{(1+0,05)^3} + \frac{3.450.000}{(1+0,05)^4} + \frac{3.700.000}{(1+0,05)^5} = 1.931.366,68€$$

Para completar el análisis, además de determinar la esperanza del VAN, es necesario medir el riesgo, para ello se calcula la varianza.

$$\sigma^2(FNC_t) = \sum_{r=1}^{h}\left[FNC_r^t - E(FNC_t)\right]^2 P_r^t$$

$$\sigma^2(A) = 0$$

$$\sigma^2(FNC_1) = \left[(1.000.000 - 930.000)^2 \times 0,5\right] + \left[(500.000 - 930.000)^2 \times 0,3\right] +$$
$$\left[(1.400.000 - 930.000)^2 \times 0,2\right] = 102.100 \times 10^6 \Rightarrow \sigma(FNC_1) = \sqrt{\sigma^2(FNC_1)} = 319.530,91€$$

$$\sigma^2(FNC_2) = \left[(2.500.000 - 2.900.000)^2 \times 0,6\right] + \left[(3.500.000 - 2.900.000)^2 \times 0,4\right] =$$
$$= 240.000 \times 10^6 \Rightarrow \sigma(FNC_2) = \sqrt{\sigma^2(FNC_2)} = 489.897,95€$$

$$\sigma^2(FNC_3) = \left[(3.000.000 - 3.100.000)^2 \times 0,4\right] + \left[(2.500.000 - 3.100.000)^2 \times 0,4\right] +$$
$$\left[(4.500.000 - 3.100.000)^2 \times 0,2\right] = 540.000 \times 10^6 \Rightarrow \sigma(FNC_3) = \sqrt{\sigma^2(FNC_3)} = 489.897,95€$$

$$\sigma^2(FNC_4) = \left[(4.500.000 - 3.450.000)^2 \times 0,3\right] + \left[(3.000.000 - 3.450.000)^2 \times 0,7\right] =$$
$$= 472.500 \times 10^6 \Rightarrow \sigma(FNC_4) = \sqrt{\sigma^2(FNC_4)} = 687.386,35€$$

$$\sigma^2(FNC_5) = \left[(4.000.000 - 3.700.000)^2 \times 0,4\right] + \left[(2.000.000 - 3.700.000)^2 \times 0,3\right] +$$
$$\left[(5.000.000 - 3.700.000)^2 \times 0,3\right] = 1.410.000 \times 10^6 \Rightarrow \sigma(FNC_5) = \sqrt{\sigma^2(FNC_5)} =$$
$$= 1.187.434,21€$$

Para analizar las relaciones existentes entre los flujos netos de caja, se procede al siguiente cálculo de las covarianzas:

$$\rho(FNC_1, FNC_3) = \frac{Cov(FNC_1, FNC_3)}{\sigma(FNC_1)\sigma(FNC_3)} \Rightarrow$$

$$Cov(FNC_1, FNC_3) = 0,7 \times 319.530,9 \times 489.897,95 = 109.576 \times 10$$

$$Cov(FNC_3, FNC_5) = -150.000 \times 10^6$$

Por tanto, la varianza del VAN y su desviación típica se obtienen de la siguiente forma:

$$\sigma^2(VAN) = \sigma^2(A) + \frac{\sigma^2(FNC_1)}{(1+k)^2} + \frac{\sigma^2(FNC_2)}{(1+k)^4} + \frac{\sigma^2(FNC_3)}{(1+k)^6} + \frac{\sigma^2(FNC_4)}{(1+k)^8} + \frac{\sigma^2(FNC_5)}{(1+k)^{10}} +$$
$$+ \frac{2Cov(FNC_1, FNC_3)}{(1+k)^3} + \frac{2Cov(FNC_3, FNC_5)}{(1+k)^8}$$

$$\sigma^2(VAN) = 0 + \frac{102.100 \times 10^6}{(1+0,05)^2} + \frac{240.000 \times 10^6}{(1+0,05)^4} + \frac{540.000 \times 10^6}{(1+0,05)^6} + \frac{472.500 \times 10^6}{(1+0,05)^8} +$$
$$+ \frac{1.410.000 \times 10^6}{(1+0,05)^{10}} + \frac{2(109.576 \times 10^6)}{(1+0,05)^3} + \frac{2(-150.000 \times 10^6)}{(1+0,05)^8} = 1.085.640.913,98$$

$$\sigma(VAN) = \sqrt{\sigma^2(VAN)} = 1.041.940,94€$$

Se llega así a la solución de que el rendimiento de este proyecto, en términos absolutos es de 1.931.366,68€ y el riesgo asociado al mismo es de 1.041.940,94€; por tanto si se determina el coeficiente de variación se obtendría (a modo de ratio que relacione el rendimiento esperado y el riesgo asumido o, más concretamente, las unidades de riesgo por cada unidad de ganancia esperada) el siguiente resultado unidimensional:

$$Cv = \frac{\sigma(VAN)}{E(VAN)} = \frac{1.041.940,94}{1.931.366,68} = 0,54$$

Es decir, por cada euro de ganancia esperada, esta inversión está asumiendo un riesgo de 0,54 €.

A partir de este dato se podrían establecer comparaciones con otros proyectos alternativos y así poder elegir la mejor combinación rendimiento-riesgo. Este análisis podría completarse con la determinación de la probabilidad que tiene el proyecto para que sea efectuable.

Opción 4. Aplicación del Modelo de Simulación de Montecarlo

Para simplificar los cálculos y no extender en exceso el caso de estudio se va a considerar sólo la simulación de un flujo neto de caja de la inversión, aunque se puede hacer extensivo al resto.

Figura

	VALOR ESPERADO	PROBABILIDAD ASOCIADA
FNC 1	1.000.000	50%.
	500.000	30%.
	1.400.000	20%

Para realizar las simulaciones de la variable, se plantean 6 simulaciones tomando como base los siguientes números aleatorios: 0,3; 0,15; 0,72; 0,82; 0,46; 0,05. En la práctica, deberían formularse miles de simulaciones mediante procesos computerizados.

Figura

Variable	Valores	Probabilidad	Probabilidad Acumulada
FNC 1	500.000	30%.	30%.
	1.000.000	50%.	80%.
	1.400.000	20%	100%

En primer lugar, se ordena el valor de la variable de menor a mayor, y, a continuación, se hacen corresponder los números aleatorios con la columna de probabilidad acumulada, obteniéndose los siguientes resultados para cada número aleatorio:

- 0,3 ⇒ 500.000 €.
- 0,15 ⇒ 500.000 €.
- 0,72 ⇒ Estaría comprendido entre el 30% y el 80%, se toma el intervalo superior (80%) que corresponde con un valor del FNC de 1.000.00 €.
- 0,82 ⇒ 1.400.000 €.
- 0,46 ⇒ 1.000.000 €.
- 0,32 ⇒ 1.000.000 €.

Una vez simulada la variable se determina su media y su varianza:

$$FNCm = \frac{\sum FNC}{n}$$

$$= \frac{500.000 + 500.000 + 1.000.000 + 1.400.000 + 1.000.000 + 1.000.000}{6} = 900.000 €.$$

$$\sigma^2(FNC) = \frac{\sum (FNC - FNCm)^2}{n}$$

$$\sigma^2(FNC) = \frac{(500.000 - 900.000)^2 + (500.000 - 900.000)^2 + (1.000.000 - 900.000)^2 +}{6}$$

$$\frac{(1.400.000 - 900.000)^2 + (1.000.000 - 900.000)^2 + (1.000.000 - 900.000)^2 +}{6} =$$

$$600.000 \times 10^6 \Rightarrow \sigma(FNC) = \sqrt{\sigma^2(FNC)} = 774.596,67 €.$$

Este procedimiento se aplicaría en los mismos términos al resto de las variables si fuera el caso. Una vez determinados los valores simulados con sus respectivas medias y varianzas se procedería al cálculo de la media y la varianza del VAN (ver escenario 3).

En las siguientes hojas de cálculo se muestra un ejemplo de la conversión de flujos netos de caja mediante coeficientes correctores y mediante prima de riesgo. La hoja de cálculo permite así reiterar indefinidamente el proceso probando diversas opciones sin necesidad de realizar los laboriosos cálculos mostrados en el caso práctico. Asimismo se pueden aplicar las herramientas de análisis de escenarios (Figura 1 y 2).

BIBLIOGRAFÍA

ANG, J.; LEWELLEN, W. (1982). “Risk adjustment in Capital Investment Project Evaluations”, *Financial Management*, N. 11, Verano, pp. 5-14.

BREALEY, R.A.; MYERS, S.C. (1998): *Fundamentos de financiación empresarial* (5ª Ed., reimpresión 2001), McGraw-Hill, Madrid.

CAMPA, J. (1994): “Decisiones de inversión bajo incertidumbre”, *Alta Dirección*, N. 175, julio, p. 31.

CLARK, J.J. *et al.* (1984): *Capital Budgeting. Planning and Control of Capital Expenditure*, (2ª Ed), Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs.

FAMA, E. (1977): “Risk Adjusted Discount Rates and Capital Budgeting under Uncertainty”, *Journal of Financial Economics*, N. 5, pp. 3-24.

FERNÁNDEZ, A.I.; GARCÍA, M. (1992): *Las decisiones financieras de la empresa*, Ariel, Barcelona.

GARCÍA, M. (1984): “Sistemas de información para la gestión. Modelos de simulación financiera”, *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, V. 13, 43, pp. 101-117.

GARCÍA-GUTIÉRREZ, C. (1989): “Estudio práctico del efecto de las aproximaciones para el cálculo de la tasa interna de rentabilidad, considerando el riesgo sobre los flujos de caja presupuestados”, *Actualidad Financiera*, N. 1, Doc. 3, enero, pp. 50-56.

GARCÍA-GUTIÉRREZ, C.; MASCAREÑAS, J.; PÉREZ, E. (1991): *Casos prácticos de inversión y financiación en la empresa*, (3ª ed.),Pirámide, Madrid.

KEOWN, A.; PETTY, W.; SCOTT, D.; MARTÍN, J. (1999): *Introducción a las finanzas. La práctica y la lógica de la dirección financiera*, (2ª Ed.), Prentice-Hall, Madrid.

ROSS, S.; WESTERFIELD, R.W.; JAFFE, F.J. (2000): *Finanzas corporativas* (5ª. Ed.), Irwin McGraw-Hill, México.

SOBOL, I.M. (1976): *Método de Montecarlo*, MIR, Moscú.

	C	D	E	F	G	H	I
12							
13		ANÁLISIS DE PROYECTOS DE INVERSIÓN					
14							
15							
16				FLUJOS NETOS DE CAJA (Q_t)			
17							
18		**Desembolso**	**Flujo1**	**Flujo 2**	**Flujo 3**	**Flujo 4**	**Flujo 5**
19	**Inversión A**	-5.000	3.000	1.000	3.000	2.000	3.000
20	**Inversión B**	-7.000	1.800	5.000	2.000	4.000	3.000
21	**Inversión C**	-1.200	500	500	1.000	200	300
22							
23							
24	**Inflación**		2,0%	2,2%	2,5%	2,8%	2,0%
25	**Impuestos**	35**%**					
26							
27				FLUJOS NETOS DE CAJA (Qt) DESPUÉS DE IMPUESTOS			
28							
29		**Desembolso**	**Flujo1**	**Flujo 2**	**Flujo 3**	**Flujo 4**	**Flujo 5**
30	**Inversión A**	-5.000	1.911,76	622,32	1.810,77	1.164,05	1.766,18
31	**Inversión B**	-7.000	1.147,06	3.111,58	1.207,18	2.328,10	1.766,18
32	**Inversión C**	-1.200	318,63	311,16	603,59	116,40	176,62
33							
34							
35				COEFICIENTES CORRECTORES (á$_t$)			
36							
37			á$_1$	á$_2$	á$_3$	á$_4$	á$_5$
38		**Inversión A**	100%	90%	80%	60%	70%
39		**Inversión B**	80%	70%	90%	100%	100%
40		**Inversión C**	100%	54%	100%	100%	100%
41							
42				EAQUIVALENTES CIERTOS			
43							
44		**Desembolso**	Q´$_1$	Q´$_2$	Q´$_3$	Q´$_4$	Q´$_5$
45	**Inversión A**	-5.000	1.911,76	560,09	1.448,62	698,43	1.236,32
46	**Inversión B**	-7.000	917,65	2.178,11	1.086,46	2.328,10	1.766,18
47	**Inversión C**	-1.200	318,63	168,03	603,59	116,40	176,62

Figura 1

	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS–AT
53													
54			SITUACIÓN ALEATORIA O PROBABILÍSTICA										
55					APLICACIÓN DE UNA PRIMA DE RIESGO								
56–58	K (%)	Prima de riesgo (%) (p)	s=k+p (%)	TIR Inversión A	TIR Inversión B	TIR Inversión C	Preferencias según el criterio de la TIR		VAN (A)	VAN (B)	VAN (C)	Máx. VAN	Preferencias según el criterio del VAN
59	0	3	3	13,87%	11,13%	9,62%	13,87%	Inversión A	1.657,55	1.743,36	210,79	1.743,36	Inversión B
60	1	3	4						1.470,07	1.494,69	175,32	1.494,69	Inversión B
61	2	3	5						1.290,91	1.256,72	141,24	1.290,91	Inversión A
62	3	3	6						1.119,59	1.028,86	108,49	1.119,59	Inversión A
63	4	3	7						955,68	810,57	77,00	955,68	Inversión A
64	5	3	8						798,77	601,32	46,71	798,77	Inversión A
65	6	3	9						648,48	400,64	17,55	648,48	Inversión A
66	7	3	10						504,45	208,09	-10,53	504,45	Inversión A
67	8	3	11						366,35	23,22	-37,57	366,57	Inversión A
68	9	3	12						233,86	-154,34	-63,64	233,86	Inversión A
69	10	3	13						106,69	-324,97	-88,77	106,69	Inversión A
70	11	3	14						-15,44	-489,02	-113,02	-15,44	Inv. No Realizables
71	12	3	15						-132,78	-646,82	-136,42	-132,78	Inv. No Realizables
72	13	3	16						-2,245,57	-798,67	-159,01	-159,01	Inv. No Realizables
73	14	3	17						-354,04	-944,87	-180,82	-180,82	Inv. No Realizables
74	15	3	18						-458,42	-1.085,68	-201,90	-201,90	Inv. No Realizables
75	16	3	19						-558,89	-1.221,37	-22,28	-222,28	Inv. No Realizables
76	17	3	20						-655,65	-1.352,18	-241,98	-241,98	Inv. No Realizables
77	18	3	21						-748,87	-1.478,33	-261,04	-261,04	Inv. No Realizables
78	19	3	22						-838,73	-1.600,05	-279,48	-279,48	Inv. No Realizables
79	20	3	23						-925,38	-1.717,52	-297,33	-297,33	Inv. No Realizables

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS INVERSIONES APLICANDO UNA PRIMA DE RIESGO

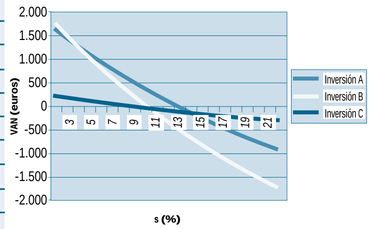

Figura 2