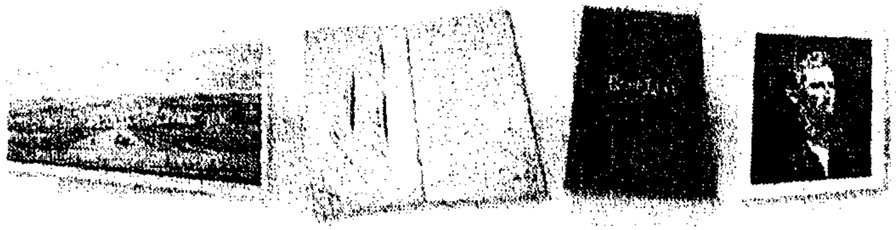


Capítulo 5
TASAS DE CRECIMIENTO Y LA VELOCIDAD SUBYACENTE EN LA EVOLUCION DE UN FENOMENO ECONOMICO

Antoni Espasa y José Ramón Cancelo

5.0. Introducción

En este capítulo se aborda el problema de cómo medir el crecimiento de los fenómenos económicos, de modo que las mediciones resultantes sean indicadores útiles en el análisis de coyuntura para evaluar y diagnosticar la evolución de un fenómeno económico. Esta ha sido y es una preocupación muy viva entre los analistas. Así, en el número dos de la colección de Estudios Económicos del Banco de España, Poveda y Martínez Méndez (1973), se recoge un trabajo pionero en España sobre el tema, con el objeto de «someter a examen crítico esa práctica (la aplicación de las tasas de crecimiento), para llamar la atención sobre su verdadero sentido y sobre algunos errores comunes en su aplicación».

El capítulo empieza planteando que el crecimiento de un fenómeno económico es, en sí mismo, una magnitud de interés sustantivo. Esta puntualización es importante, pues en ocasiones el cálculo del crecimiento se puede interpretar como un proceso por el que se filtra la serie original y del cual se obtiene una señal que puede ser una estimación razonable del componente cíclico de la serie. Cuando se adopta este último enfoque, el planteamiento de las tasas de crecimiento como un proceso de filtrado resulta determinante, ya que se trata de que el resultado del filtro refleje el perfil cíclico del fenómeno económico analizado: la tasa se ha de definir de modo que en su cómputo, además de eliminar la tendencia, estacionalidad y oscilaciones de corto plazo de los datos originales, se obtenga una serie temporal que esté en fase con el componente cíclico de la serie original.

Cuando el componente tendencial es muy estable y las oscilaciones cíclicas son regulares y homogéneas, usar el crecimiento como aproximación del perfil cíclico resulta atractivo: existe poca incertidumbre sobre la evolución de la tendencia, y el interés del analista se concentra en perfilar los distintos momentos del ciclo de actividad («business cycle») de la serie temporal en cuestión.

Sin embargo, cuando la tendencia de un fenómeno económico es menos estable o las oscilaciones cíclicas son bastante irregulares, separar aquélla de los posibles ciclos de actividad no resulta sencillo, y el interés se sitúa entonces en perfilar las características de crecimiento del componente mixto tendencia-ciclo. Este es el caso de muchos fenómenos económicos, y por tal motivo en el capítulo anterior no se abordó cómo separar la tendencia de los posibles ciclos económicos.

Se tiene así que la evolución del crecimiento no está necesariamente reflejando el perfil del componente cíclico del fenómeno, sino que el que lo haga o no depende de las características estocásticas de dicho componente y de la tendencia. Pero evidentemente esto no significa que en series con tendencias menos estables o ciclos poco regulares el crecimiento no sea de interés.

Por esa razón se ha dicho al comienzo de esta introducción que el crecimiento es de interés por sí mismo: la información que aporta *siempre* resulta imprescindible para evaluar la situación que atraviesa el fenómeno económico que se está analizando.

Establecido que el cálculo de la serie de crecimiento resulta imprescindible para evaluar la situación que atraviese el fenómeno económico, con independencia de que aproxime o no su componente cíclico, continúa siendo cierto que dicho crecimiento se obtiene filtrando la serie original, y es conveniente conocer las características de los diferentes filtros posibles para: *a*) entender bien las medidas de crecimiento resultantes, y *b*) poder discriminar mejor entre ellas.

En otras palabras, aunque no preocupe el crecimiento como señal cíclica, el conocimiento de las propiedades frecuenciales que tienen las transformaciones que se aplican a los datos para obtener distintas medidas de crecimiento es muy conveniente a la hora de tener que diferenciar unas de otras. De ahí que, y utilizando los resultados de Melis (1991), se dediquen los dos primeros epígrafes a comentar con cierto detalle las propiedades de los filtros implícitos en el cálculo de las tasas de crecimiento.

En este sentido el trabajo durante años de Melis merece una mención especial, y la publicación Melis (1991) es muy recomendable para cualquier lector que quiera profundizar en el tema; en este capítulo se hará continua referencia a muchos de sus resultados.

Con ambos enfoques del crecimiento hay intereses coincidentes en

cuanto a las características de los filtros empleados para calcularlo. Así, en ambos casos se desea conocer los efectos de los filtros alternativos respecto a la amortiguación de oscilaciones de corto plazo, ya que las alternativas más extendidas tienen idénticos efectos en cuanto a la estacionalidad y todas implican diferenciar una vez la serie original. Sin embargo, difieren en cómo corregir el desfase que los filtros provocan.

Avanzando en el tema, en el epígrafe uno se define como crecimiento básico de una serie al crecimiento en el momento t sobre el momento $t-1$: $(Y_t - Y_{t-1})/Y_{t-1}$. Estos crecimientos básicos, en series mensuales los crecimientos mensuales, son muy oscilantes y poco útiles como señal; sin embargo, constituyen las observaciones originales sobre el crecimiento del fenómeno correspondiente, y es en ellos en donde, aunque con gran ruido u oscilación, se encuentra la estructura temporal o perfil de crecimiento relevante.

Desde la perspectiva adoptada en este capítulo, en el que el objetivo principal es medir el crecimiento como tal, los crecimientos básicos son muy importantes, pues recogen el *perfil temporal* de crecimiento que se busca, si bien en sí mismos son una medida confusa del mismo. En cambio, para el enfoque del crecimiento como aproximación del componente cíclico estos crecimientos básicos tienen menos interés: siguen siendo objeto de atención, pues cualquier otra tasa se obtiene filtrando estos crecimientos básicos; pero se les niega valor en cuanto a contener la referencia temporal, en este caso *cíclica*, que tal enfoque pretende determinar.

Considerando que en el análisis económico el crecimiento se mide mayoritariamente en tasas anuales, a ellas se dedica el segundo epígrafe. Se empieza estudiando la tasa de crecimiento de un mes sobre el mismo mes del año anterior, a la que, siguiendo una tradición popularizada a través de las publicaciones del Banco de España, se le denomina T^1_{12}. En su aproximación lineal esta tasa es la suma de los doce crecimientos mensuales comprendidos en el período sobre el que se calcula, y se señala que esta suma tiene el pernicioso efecto de amplificar ciertas oscilaciones de corto plazo de la serie original. Por esta razón la tasa T^1_{12} es de escasa utilidad cuando se aplica a series con importantes oscilaciones de corto plazo, y es necesario contemplar otras tasas anuales que supongan suavizar la tasa T^1_{12}.

La tasa de la media de doce meses sobre la media de los doce meses inmediatamente anteriores es una alternativa inmediata a la T^1_{12}, ya que es la tasa de crecimiento que se contempla en la Contabilidad Nacional Anual. A esta tasa se le denomina T^{12}_{12}, y en su aproximación lineal es una media aritmética de las doce tasas T^1_{12} que entran en el período de tiempo sobre el que se calcula la T^{12}_{12}. El filtro que supone la T^{12}_{12} amortigua considerablemente las oscilaciones de corto plazo que amplifica la tasa T^1_{12}, por lo que constituye una medida de crecimiento más adecuada cuando ésta se calcula directamente a partir de la serie original.

Cuando se calculan las tasas anuales con datos mensuales es preciso asignar su valor a un mes concreto. Aceptando que el perfil temporal de crecimiento se encuentra en la serie de crecimientos mensuales, la asignación de las tasas anuales se resuelve poniendo a éstas en fase con los primeros, es decir, haciendo que los máximos y mínimos relevantes de ambas tasas coincidan en el tiempo. Para ello se han de asignar las tasas anuales al punto medio del intervalo temporal comprendido entre el primer y último dato original que entra en el cálculo de la correspondiente tasa, y éste es el criterio propuesto en este libro. A esto se le denomina *centrar la tasa*.

El centrado de las tasas implica que, al publicarse el dato correspondiente al mes t, las tasas T^1_{12} y T^{12}_{12} más recientes que se pueden calcular son las correspondientes a seis y once meses antes, respectivamente. Para obtener valores de la tasa para momentos más próximos en el tiempo al presente, y en especial para el propio momento t, se han de emplear predicciones, tal y como se propone en el epígrafe cuarto. El uso de predicciones no es un inconveniente específico de estas tasas anuales, sino una característica intrínseca del problema que se aborda: calcular tasas anuales en fase con los crecimientos mensuales; éste tipo de cálculo, sea cual sea la tasa que se utilice para ello, es imposible sin utilizar predicciones.

La propuesta de este libro es utilizar predicciones eficientes, es decir, basadas en modelos estadístico-econométricos, con lo que el crecimiento económico pasa a ser considerado como una medida basada en modelos y, por tanto, con mayores garantías de fiabilidad.

En contraposición al uso de predicciones eficientes está la práctica, hoy en día considerada ya como arcaica, de utilizar tasas anualizadas. Los graves inconvenientes que tales tasas poseen se discuten en el epígrafe quinto.

A partir del hecho de que en los informes de coyuntura se emplean diferentes tasas, en el epígrafe sexto se discute si esto es o no conveniente. La respuesta es negativa, y en el epígrafe siguiente se indaga cuáles pueden ser las características ideales que debería tener una tasa de crecimiento para que sólo se usase dicha tasa. En tal enumeración se destaca, entre otras, la característica de que el crecimiento esté vinculado a una señal de nivel. A lo largo de este libro se viene considerando la tendencia (en realidad el componente tendencia-ciclo) como la señal de nivel más apropiada, y se concluye el epígrafe proponiendo medir el crecimiento subyacente de un fenómeno económico a través de la tasa T^1_{12} de su tendencia, centrada y calculando sus últimos valores mediante el uso de predicciones.

No obstante, habrá casos en los que la T^1_{12} de la tendencia no sea la tasa más adecuada: por ejemplo, en series en las que la tendencia todavía muestre oscilaciones de corto plazo importantes, la T^1_{12} mostrará oscilaciones que pueden confundir al analista, y en tales casos la propuesta es medir el crecimiento a través de la T^{12}_{12} de la tendencia. Otras veces la T^{12}_{12} y la T^1_{12} de la tendencia se podrán aproximar bien mediante la T^{12}_{12} de la serie original, y en tales casos ésta será la medida de crecimiento propuesta.

Todo lo dicho es válido para series que no se ven afectadas por acontecimientos anómalos o especiales. Cuando éstos estén presentes su efecto ha de ser tenido en cuenta, usando la información que proporcionan los resultados del análisis de intervención que modeliza su influencia sobre el fenómeno analizado. El epígrafe ocho discute cómo hacerlo.

El capítulo acaba analizando cómo se pueden descomponer las tasas anuales cuando se dispone de un modelo econométrico uniecuacional sobre la variable en cuestión. La descomposición propuesta permite ver el efecto de cada variable explicativa en dicha tasa, aspecto éste que es de especial utilidad en los análisis de coyuntura.

5.1. Consideraciones generales sobre las tasas de crecimiento en series económicas

5.1.1. El crecimiento como concepto de interés económico en sí mismo y como señal cíclica

Uno de los puntos de mayor interés de todo análisis de coyuntura es el de la *medición del crecimiento* de una variable económica. La importancia del crecimiento varía en función del fenómeno que se analiza: si la serie es estacionaria o integrada de primer orden $I(1, 0)$[1], el crecimiento tiene poca importancia; lo relevante es el nivel, porque son series cuyo valor de equilibrio, tal y como se vio en el capítulo 2, tiende en cada momento del tiempo a una constante. Este es el caso, por ejemplo, de las series de tipos de cambio o tipos de interés.

Sin embargo, cuando la serie es integrada de orden $I(2, 0)$, entonces el fenómeno en estudio presenta un nivel que evoluciona de forma

[1] La notación empleada para representar el grado de no estacionariedad de una serie económica es $I(d, m)$: d se refiere al número de diferencias requeridas para convertir una serie en estacionaria; m indica si la media de la serie estacionaria es nula ($m=0$) o no ($m=1$). Sobre el interés de esta notación véase el capítulo 2, epígrafe octavo.

cuasilineal en el tiempo —en niveles o en logaritmos—, y la serie tiende a una situación de crecimiento equilibrado lineal en los niveles o en su transformación logarítmica.

En esos casos es la tasa de crecimiento de la serie la que tiende en cada momento del tiempo a un valor de equilibrio constante; y para analizar cómo evoluciona el fenómeno a lo largo del tiempo es importante tener presente su crecimiento, convirtiéndose éste en un término imprescindible para el seguimiento de la variable.

Naturalmente todo esto también es válido para la evolución subyacente, o señal de tendencia; cuando ésta se comporta de forma cuasilineal, es su crecimiento el que tiende a estabilizarse alrededor de un determinado valor. Tal y como se vio en el capítulo anterior, a una serie generada por un modelo ARIMA que sea $I(2, 0)$ le corresponde una tendencia que es también $I(2, 0)$.

En toda esta discusión es importante tener presente el carácter estocástico que, en general, tienen las series económicas y sus principales elementos (tendencia, crecimiento de equilibrio, tasa de crecimiento, etc.). Si la serie evolucionara alrededor de una tendencia determinista, el calcular su tasa de crecimiento sería muy sencillo. En cambio, en series generadas por procesos integrados $I(d, 0)$ con $d \geqslant 2$, su estimación plantea una serie de problemas, que son los que se van a tratar en este capítulo.

En lo que antecede se toma *el crecimiento de una variable como un concepto de interés económico en sí mismo*, que nos describe la forma de evolucionar una serie. En series integradas $I(d,0)$, $d \geqslant 2$, el estimar su evolución subyacente a través de la tendencia, tal y como se ha sugerido en el capítulo anterior, no es suficiente para que el analista tenga una idea completa de la situación que atraviesa el fenómeno económico analizado; también es necesario describir qué características muestra la evolución de este nivel tendencial, y tales características se resumen en su crecimiento.

Desde otro punto de vista, un analista interesado en los ciclos económicos se encuentra con frecuencia que la estimación del componente cíclico es compleja: recuérdese que por este motivo en el capítulo anterior, dedicado a la extracción de señales, se agrupaba en un solo componente la tendencia y todos los ciclos de periodicidad superior a la anual. Esta dificultad de estimar el componente cíclico ha llevado a aproximarlo mediante la utilización de tasas de crecimiento: en dicha situación el crecimiento deja de ser algo con interés propio, ya que el concepto primario que se quiere determinar es otro, el componente cíclico; y el crecimiento pasa a ser un mero instrumento, cuya utilidad reside en aproximar un término diferente como es el ciclo.

Sin embargo, en economía a menudo el crecimiento de una variable es tan importante como la propia variable en sí misma: el analista económico está igualmente interesado en el nivel de la renta per capita y en su tasa de crecimiento. De hecho los agentes económicos están, con frecuencia, más informados sobre el crecimiento de una variable macroeconómica que sobre su nivel. Probablemente pocos ciudadanos de los países desarrollados saben cuál es el nivel del producto interior bruto de su país, pero son muchos más los que conocen su crecimiento y se preocupan acerca de cómo va a evolucionar. Así pues, a lo largo de este libro el crecimiento interesa por su valor económico intrínseco.

Para ilustrar los desarrollos teóricos que se realizan en este capítulo se utilizará la serie artificial que se presenta en el gráfico 5.1, con un total de 120 observaciones; para facilitar la exposición esta serie carece de componente estacional, estando formada sólo por tendencia, ciclo y elemento irregular. Sin pérdida de generalidad se supone que la serie es mensual.

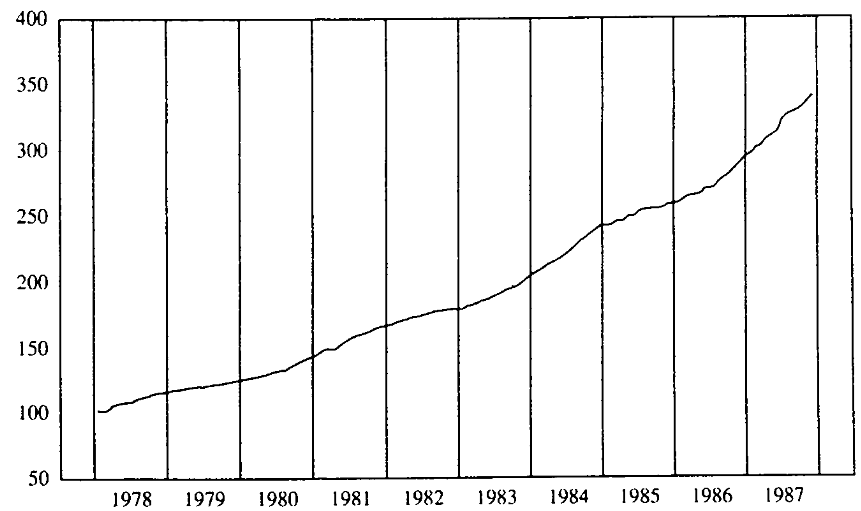
La serie Y_t ha sido generada de acuerdo con la expresión:

$$Y_t = T_t * C_t * I_t, \tag{5.1.1}$$

donde T_t representa la tendencia, C_t el ciclo y I_t el irregular, y se supone un esquema multiplicativo (aditivo en logaritmos). Si se formulan C_t y I_t como

$$C_t = 1 + C_t^* \qquad I_t = 1 + I_t^*,$$

GRÁFICO 5.1. *Serie artificial (tendencia, ciclo sinusoidal y ruido aleatorio)*



donde C_t^* e I_t^* representan el ciclo y el elemento irregular, respectivamente, en tanto por uno sobre la tendencia, entonces la expresión (5.1.1) se puede reexpresar como

$$Y_t = T_t * (1 + C_t^*) * (1 + I_t^*).$$

y en esta formulación las variables con asterisco tienen media cero.

Para los efectos ilustrativos que se pretenden con este ejemplo no es necesario considerar componentes tendencial y cíclico estocásticos, por lo que, para simplificar, éstos han sido generados mediante esquemas deterministas. Así, la tendencia obedece al siguiente esquema:

$$T_t = 100 \exp(0{,}01t)$$

El ciclo viene dado por la expresión

$$C_t = 1 + 0{,}03 \operatorname{sen}(0{,}17t) = 1 + C_t^*,$$

que supone una amplitud de $\pm 3\%$ y un período de 36,96 meses. Su representación gráfica aparece en el gráfico 5.2.

Por último se ha añadido un componente irregular estocástico, de la forma

$$I_t = 1 + I_t^*,$$

donde I_t^* está generado por una distribución normal de media 0 y varianza 0,000025, lo que supone que I_t cae entre 0,99 y 1,01 con una probabilidad ligeramente superior al 95%. Naturalmente los valores del elemento irregular referidos a distintos momentos del tiempo son independientes entre sí. Este elemento irregular es, en el presente ejemplo, el único componente estocástico de la serie original y, por tanto, el responsable de que tal serie no sea puramente determinista.

5.1.2. Definiciones de tasas de crecimiento

Habitualmente las tasas de crecimiento se obtienen comparando valores del nivel de la serie en dos momentos de tiempo distintos, t y $t-h$, de la forma

$$m_h = \frac{Y_t - Y_{t-h}}{Y_{t-h}} = \frac{Y_t}{Y_{t-h}} - 1, \qquad (5.1.2)$$

donde el resultado está expresado en tanto por uno. De momento, y para evitar entrar ahora en cuestiones que se discutirán con detalle

más adelante, suprimiremos la referencia temporal en la notación de las tasas.

Para definir una tasa de crecimiento es preciso especificar h; una vez determinado ese parámetro, se dice que m_h es la *tasa de crecimiento de período h*. En particular, a la tasa de crecimiento de un período frente al período inmediatamente anterior se le denota por m_1,

$$m_1 = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1. \qquad (5.1.3)$$

Otro caso particular de interés es la tasa de crecimiento de un período frente al mismo período del año anterior, m_s:

$$m_s = \frac{Y_t - Y_{t-s}}{Y_{t-s}} = \frac{Y_t}{Y_{t-s}} - 1, \qquad (5.1.4)$$

donde s es el período estacional (12 para series mensuales, cuatro para series trimestrales, etc).

Centrando la discusión en el caso en que h sea igual a 1, la *definición de tasa de crecimiento* se generaliza[2] mediante la expresión

$$G(M) = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{M(Y_t, Y_{t-1})},$$

en donde $M(Y_t, Y_{t-1})$ es una función de valor medio con la propiedad $\min(Y_t, Y_{t-1}) \leqslant M(Y_t, Y_{t-1}) \leqslant \max(Y_t, Y_{t-1})$. La tasa m_1 es un caso particular de $G(M)$ en el que $M(Y_t, Y_{t-1})$ es Y_{t-1}.

Análogamente, la tasa de crecimiento

$$l_1 = \ln(Y_t/Y_{t-1}),$$

que tal y como se verá más adelante se suele emplear como aproximación de m_1, se puede reformular como

$$l_1 = (Y_t - Y_{t-1})/L(Y_t, Y_{t-1}),$$

en donde

$$L(Y_t, Y_{t-1}) = (Y_t - Y_{t-1})/(\ln Y_t - \ln Y_{t-1}),$$

[2] Lorenzen (1990): en su trabajo se considera $h=1$, aunque la generalización a cualquier valor de h es sencilla.

con lo que claramente es otro caso particular de GM en el que $M(Y_t, Y_{t-1})$ es $L(Y_t, Y_{t-1})$.

Desde un punto de vista matemático cabe preguntarse por las propiedades deseables de la función $M(Y_t, Y_{t-1})$, a la hora de definir una tasa de crecimiento. No se va a entrar en el análisis detallado de este punto, aunque sí discutir algunas cuestiones relacionadas con el cumplimiento o no de una propiedad específica, la de simetría[3].

Se observa que la tasa m_1, a diferencia, por ejemplo, de su aproximación lineal l_1, no cumple esta propiedad de simetría: cambiando en la definición de la tasa Y_t por Y_{t-1} y viceversa, no se obtiene el mismo valor cambiado de signo. De hecho, como dice Lorenzen (1990), m_1 es una tasa que arroja resultados optimistas, ya que proporciona valores altos cuando la variable crece y bajos cuando decrece: si $Y_{t-1}=k_1<Y_t=k_2$, cuando se pasa de k_1 a k_2 la tasa en valor absoluto es mayor que si se hubiese pasado de k_2 a k_1[4].

Las implicaciones de este resultado son inmediatas: si de un año a otro el índice de producción industrial pasa del valor cien al ciento cinco, la tasa m_1 indica que la producción industrial ha crecido el cinco por cien; pero si al año siguiente se vuelve a bajar al nivel cien, la correspondiente tasa m_1 establece que la producción industrial ha caído un 4,76%.

La cuestión de si las tasas de crecimiento deben o no tener la propiedad de simetría es un tema de debate, que probablemente sugiere respuestas diferentes según sea la serie económica a la que se le apliquen. De todos modos, para tasas de crecimiento pequeñas el debate es de escaso interés pues la magnitud de la asimetría es reducida. En cualquier caso, en el análisis económico las tasas m_h están tan impuestas sobre las alternativas que en este volumen, dedicado al análisis de la coyuntura económica, no se entra en la discusión de qué definición de la función de valor medio puede ser el más apropiado para la formulación de las tasas de crecimiento en series económicas, y sólo se considerarán las tasas del tipo m_h y sus aproximaciones lineales.

En el resumen 5.1 se recogen los conceptos principales definidos en este apartado.

[3] Se dice que una tasa es simétrica cuando al intercambiar los argumentos Y_t y Y_{t-1} se obtiene el mismo valor numérico con el signo cambiado.

[4] Obsérvese que implícitamente se está suponiendo que la variable sólo puede tomar valores positivos.

Resumen 5.1
TASAS DE CRECIMIENTO

Tasa de crecimientos básicos

$$m_1 = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \tag{5.1.3}$$

es la empleada en este libro y representa el crecimiento en tanto por uno sobre el valor precedente.

Tasa de crecimiento de período h

$$m_h = \frac{Y_t - Y_{t-h}}{Y_{t-h}} \tag{5.1.2}$$

Cuando h es un año m_h es la tasa de crecimiento respecto al mismo período del año anterior. Si la serie es mensual, esta tasa se obtiene como

$$m_{12} = \frac{Y_t - Y_{t-12}}{Y_{t-12}}$$

5.1.3. Tasas de crecimiento y filtros

Si m_h es pequeña se cumple que

$$m_h \simeq (1-L^h) \ln Y_t = \ln Y_t - \ln Y_{t-h}, \tag{5.1.5}$$

y la tasa de crecimiento de período h se puede *aproximar por un operador lineal* sobre la serie en logaritmos. Con esta aproximación la tasa de crecimiento, que es el resultado de una transformación no lineal de la serie original, se convierte en una transformación lineal (una diferencia de orden h) sobre la serie en logaritmos[5]. Esta aproximación es tanto más fiable cuanto más próxima a cero esté m_h.

[5] Recuérdese que la tasa original m_h no es simétrica pero su aproximación lineal $\Delta_h \ln Y_t$ sí.

En particular se tiene que

$$m_1 \simeq \Delta \ln Y_t = \ln Y_t - \ln Y_{t-1} \qquad (5.1.6)$$

y

$$m_{12} \simeq \Delta_{12} \ln Y_t = \ln Y_t - \ln Y_{t-12} \qquad (5.1.7)$$

¿Cuál es el interés de emplear esta aproximación lineal, sobre todo si se tiene en cuenta que su cálculo no resulta más sencillo que el de la verdadera tasa? Como se ha indicado y se irá viendo a lo largo de todo el capítulo, el proceso de calcular una tasa supone filtrar una serie, de forma que la serie temporal de tasas refleja ciertas características de la serie de partida no tal y como aparecen en ésta, sino distorsionadas (adelantadas/retrasadas en el tiempo, amplificadas/atenuadas, etc.) por efecto del filtro concreto empleado. Por esa razón es muy importante conocer exactamente qué distorsiones se están introduciendo al calcular una tasa, con el fin de poder descontar su efecto.

Las distorsiones inducidas por la operación de filtrado se calculan fácilmente si el filtro es lineal. Por lo tanto, en la medida en que la aproximación mencionada sea válida, se pueden analizar las propiedades del filtro de la tasa m_h a través de las propiedades de Δ_h; y ésta es la razón de que la aproximación lineal de las tasas originalmente propuestas merezca tal atención en este capítulo.

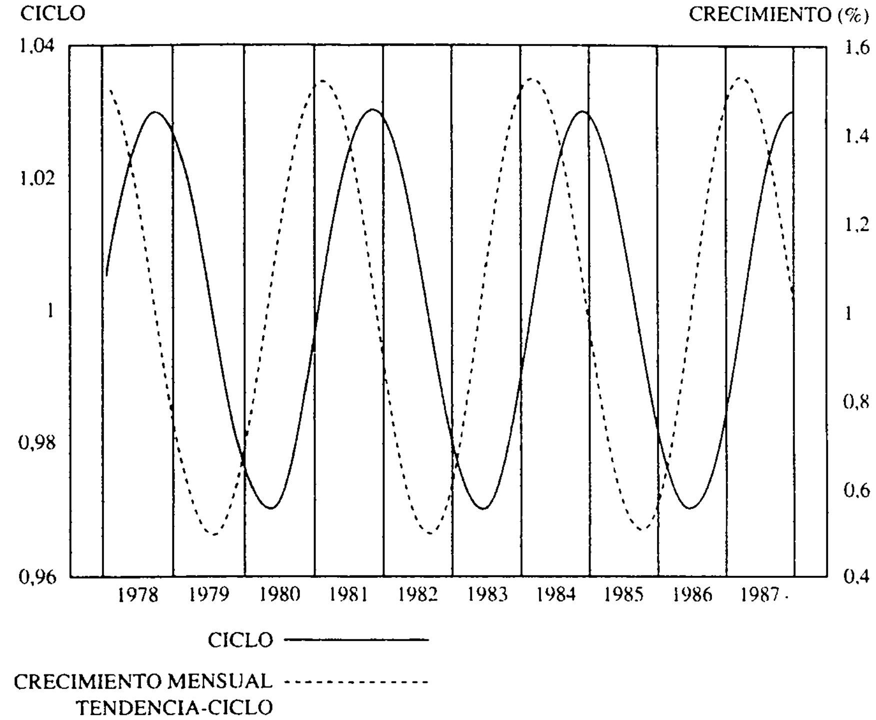
Este resultado se generaliza: cualquier tasa de crecimiento, sea de la forma m_h o del tipo más general que será estudiado más adelante, se puede interpretar de forma aproximada como un filtro lineal que se aplica a la serie en logaritmos, siendo la aproximación tanto mejor cuanto menor sea la variación que se está midiendo.

Además, este enfoque del *crecimiento como una variable que se obtiene filtrando la serie original*, es la base de la utilización de una serie de crecimiento para aproximar el componente cíclico de la serie original. La justificación de esta forma de proceder reside en que, por efecto del filtro, todas las tasas, sin excepción, exageran algunas de las oscilaciones cíclicas presentes en la serie original, y al mismo tiempo suavizan otras[6].

En el gráfico 5.2 se representan el ciclo y el crecimiento mensual de la serie artificial, a la que previamente se ha eliminado el componente irregular, y en él se pueden ver las similitudes y las diferencias entre ambos. Dicho gráfico sirve también para ilustrar que si no se

[6] Melis ha desarrollado, a lo largo de diversos trabajos, un completo estudio de las tasas de crecimiento como filtros lineales desde la perspectiva frecuencial; véase especialmente la excelente compilación realizada en Melis (1991).

GRÁFICO 5.2. *Ciclo y crecimiento mensual de la tendencia-ciclo de la serie artificial del gráfico 5.1.*



pudiese estimar el ciclo, y dependiendo de la periodicidad de éste, la trayectoria de crecimiento debidamente desfasada es un buen indicador de ese componente cíclico.

La interpretación del crecimiento como aproximación al componente cíclico tiene más interés cuando el crecimiento de la tendencia o crecimiento tendencial es muy estable, como en el caso del ejemplo; pero en series reales el crecimiento tendencial es estocástico, y el interés se traslada a dar una valoración lo más apropiada posible del mismo, tanto en términos de magnitud como de posición temporal, y para ello se necesita centrar la atención en la serie temporal de la tasa de crecimiento elegida. Es esa senda la que, en opinión de los autores, recaba el interés en el análisis de coyuntura, y de ahí el enfoque tomado en este capítulo respecto al crecimiento.

Aunque no se va a tener interés por el crecimiento como aproximación al componente cíclico, es conveniente conocer los efectos que producen los filtros que definen las distintas tasas de crecimiento sobre la serie original; ello permite saber en cada caso qué oscilaciones cíclicas originales quedan amplificadas en la serie de crecimientos por efecto del filtro, y cuáles resultan atenuadas. Todos estos efectos se describen con ejemplar claridad en Melis (1991), de donde se han tomado los resultados que se presentan a continuación.

Se comprueba que una diferencia de orden h, $\Delta_h = 1 - L^h$, causa los siguientes efectos sobre la serie a la que se aplica:

1. Desfasa la serie de crecimientos respecto a las oscilaciones cíclicas de la serie original: los máximos y mínimos de dichas oscilaciones no coinciden en el tiempo con los que muestra la serie de crecimientos. Esto se puede comprobar fácilmente comparando la evolución cíclica de la serie artificial con el crecimiento mensual (tasa m_1) de su tendencia-ciclo, recogidas en el gráfico 5.2.
2. Atenúa la importancia de la tendencia, y en particular si ésta es determinista y lineal la anula. En el ejemplo de la serie original recogida en el gráfico 5.1, que muestra una evolución progresiva en el tiempo, se tiene una serie de crecimiento (gráfico 5.3) que muestra una evolución oscilante alrededor de un nivel medio constante, que en el ejemplo es igual al uno por ciento[7].
3. Amplifica o atenúa determinadas oscilaciones cíclicas, como se puede apreciar para el ejemplo tratado en el mencionado gráfico 5.2.

La propiedad anteriormente mencionada de que la serie diferenciada está desfasada respecto a la original juega un importante papel en el análisis de coyuntura, y por esa razón se va a desarrollar a continuación con cierto detalle.

El desfase que provoca la operación de diferenciar no es constante, sino que depende del periodo de la oscilación que se considere. En el caso de la diferencia de primer orden, $\Delta = 1 - L$, las oscilaciones cíclicas de periodicidad anual de la serie original se verán adelantadas en 2,5 meses en su correspondiente serie de primeras diferencias, mientras que las oscilaciones cíclicas de periodicidad bianual se verán adelantadas cinco meses y medio (véase Melis, 1991, cuadro 2 y figura 3[8]). En general, el adelanto temporal que produce el operador de primeras diferencias para oscilaciones de periodo p viene dado por $(p-2)/4$. Así, para el ciclo de 36,96 meses del gráfico 5.2 el adelanto es de aproximadamente nueve meses.

[7] Es importante destacar que los niveles medios constantes de los gráficos (5.2) y (5.3) se deben a que el componente tendencia-ciclo es determinista. En el caso más general de una tendencia estocástica reflejada en un operador Δ^2 en el modelo de la serie original, los crecimientos mostrarán una evolución análoga a la de una serie integrada $I(1,0)$: véase el capítulo 2.

[8] Obsérvese que en la última fila del cuadro 2 hay erratas: los dos últimos valores de dicha fila deben ser $-5{,}5$ y $-8{,}5$ respectivamente.

Para valores más generales de h, y puesto que $(1 - L^h)$ se descompone, véase capítulo 2, de la siguiente forma:

$$\Delta_h = (1 - L^h) = (1 - L)(1 + L + L^2 + \cdots + L^{h-1}) = \\ = (1 - L)\, U_{h-1}(L), \tag{5.1.8}$$

el desfase de Δ_h es la suma de los desfases de $(1 - L)$ y de $U_{h-1}(L)$.

Obsérvese que, utilizando las aproximaciones (5.1.6) y (5.1.7), m_h supone la aplicación de un filtro $(1 - L)$ sobre la serie de nivel y un filtro $U_{h-1}(L)$ sobre la serie de crecimientos m_1. En concreto, se tiene que

$$m_h \simeq \Delta_h \ln Y_t = \Delta U_{h-1}(L) \ln Y_t = (1 + L + \cdots + L^{h-1})(\ln Y_t - \ln Y_{t-1}) \simeq \\ \simeq (1 + L + \cdots + L^{h-1})\, m_1 \tag{5.1.9}$$

y la tasa m_h es, aproximadamente, una media móvil de tasas m_1; en el caso concreto en que h es igual a 12:

$$m_{12} \simeq (1 + L + \cdots + L^{11})\, m_1. \tag{5.1.10}$$

En el epígrafe siguiente se recoge la relación exacta entre la tasa de crecimiento mensual y la tasa m_{12}.

El operador $U_{h-1}(L)$ es una media móvil simétrica de orden $h - 1$, cuya aplicación a cualquier serie implica un retraso de $(h-1)/2$ meses para las oscilaciones de periodicidad superior a h. Por esa razón se dice que la tasa m_{12}, que se obtiene aplicando el filtro $U_{11}(L)$ a la serie de tasas m_1, está retrasada cinco meses y medio respecto a esta última. Por otro lado, su desfase respecto a la serie de nivel será la suma de los desfases debidos a $(1 - L)$ y a $U_{11}(L)$; de aquí se deduce que m_{12} retrasa, respecto a la serie de nivel, tres meses las oscilaciones de periodicidad anual y deja en fase, es decir, ni adelanta ni retrasa, las oscilaciones de periodicidad bianual.

Se puede demostrar que una determinada tasa m_h está en fase con las oscilaciones de período $2h$ de la serie de nivel, y está desfasada respecto a las oscilaciones con períodos distintos. Usando este resultado, en tanto en cuanto una determinada serie temporal tenga una oscilación dominante de período $2h$, se puede calcular la tasa m_h en fase con tales oscilaciones y utilizar la consiguiente serie temporal de tasas como estimación del ciclo.

Sin embargo, si el período de un componente cíclico no es fijo sino que cambia de un ciclo a otro, la serie de crecimientos m_h no será un indicador en fase con tal estructura cíclica. Desgraciadamente las series económicas muestran normalmente ciclos de periodicidad variable en el tiempo; por ejemplo, sobre el denominado ciclo de actividad («business cycle»), se reconoce que puede tener una periodicidad de dos a cuatro o cinco años según los casos. De ahí que no siempre sea factible captar el momento del ciclo que atraviesa el fenómeno usando una tasa de crecimiento.

Los principales resultados de este epígrafe se recogen en el resumen 5.2.

5.1.4. Serie original de crecimiento o crecimientos básicos

Dada cualquier serie de nivel, sus *crecimientos básicos* o *serie de observaciones originales de crecimiento* son los crecimientos de orden uno; si la serie es mensual, los crecimientos mensuales. Su representación gráfica para la serie artificial figura en el gráfico 5.3.

Entre las *principales características de estos crecimientos básicos* se pueden destacar:

1. De acuerdo con lo dicho anteriormente, esta transformación de los datos adelanta todas las oscilaciones de la serie original, excepto las de periodicidad bimensual que las deja en fase. Por lo tanto si la serie original tiene oscilaciones cíclicas con otra periodicidad distinta de la bimensual, la serie de crecimientos mensuales estará desfasada respecto a ellas.

2. Los crecimientos básicos proporcionan el auténtico perfil de crecimiento, ya que constituyen las observaciones originales sobre el crecimiento de la variable en cuestión. Todas las demás tasas son función de estos crecimientos básicos. En concreto, para la tasa m_h, y tal y como se vio en (5.1.9)

$$m_h \simeq (1 + L + L^2 + \cdots + L^{h-1})\, m_1,$$

de donde el crecimiento m_h obtenido comparando los valores de los niveles en t y $t-h$ se puede expresar como la suma de los h crecimientos básicos m_1 asociados al intervalo $[t-h, t]$.

3. El filtro correspondiente a la tasa m_1 amplifica las oscilaciones de periodicidad inferior a seis unidades de tiempo, es decir amplifica lo más errático[9]. Cuanto más corto es el período de un componente

[9] Esto está relacionado con lo que en la literatura de filtros lineales se conoce como la ganancia del filtro: la ganancia es mayor que uno para aquellas oscilaciones cuya amplitud aumenta al calcular la tasa, y en ese sentido se dice que el filtro las amplifica; y menor que uno para aquellas oscilaciones que resultan suavizadas, y se dice que el filtro —en este caso la tasa— las atenúa.

Resumen 5.2
APROXIMACION LINEAL DE LAS TASAS DE CRECIMIENTO USUALES

Si m_h es pequeño se puede aproximar de la siguiente forma:

$$m_h \simeq \ln Y_t - \ln Y_{t-h} = (1-L^h)\ln Y_t \qquad (5.1.5)$$

Ejemplos:

$$m_1 \simeq (1-L)\ln Y_t \qquad (5.1.6)$$

$$m_{12} \simeq (1-L^{12})\ln Y_t \qquad (5.1.7)$$

Con la aproximación lineal la serie temporal m_h se obtiene aplicando un FILTRO LINEAL, $1-L^h$, sobre la serie temporal correspondiente a la transformación logarítmica de Y.

Efectos del filtro $(1-L^h)$

1. Desfasa a la serie temporal de crecimientos m_h respecto a las oscilaciones cíclicas de la serie Y_t (véase gráfico 5.2).

2. Atenúa la tendencia de Y_t. En el caso en que la tendencia sea determinista y lineal la anula.

3. Amplifica o atenúa las oscilaciones cíclicas de Y_t (véase gráfico 5.2).

Descomposición del filtro $(1-L^h)$

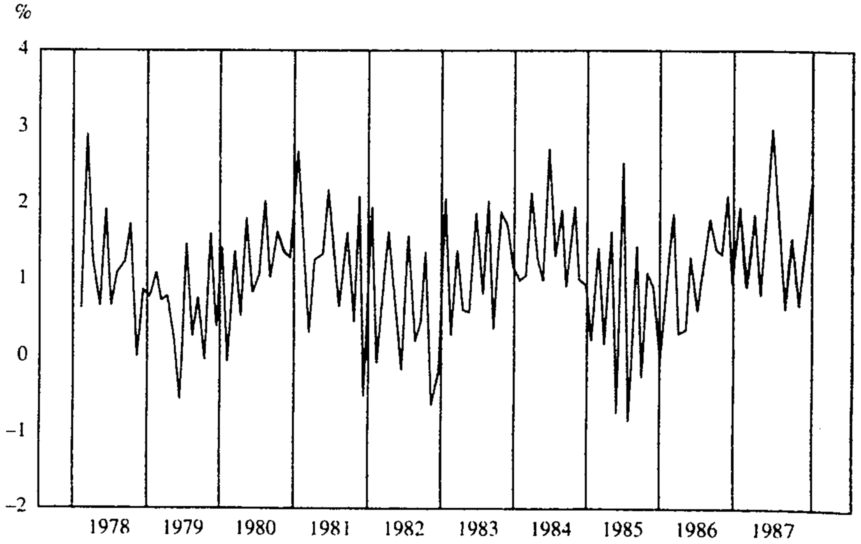
$$(1-L^h) = (1-L)(1+L+L^2+\cdots+L^{h-1}) = (1-L)\,U_{h-1}(L)$$

Con ello

$$m_h \simeq (1-L^h)\ln Y_t = U_{h-1}(L)(1-L)\ln Y_t \simeq U_{h-1}(L)\, m_1$$

y con la aproximación lineal m_h se obtiene aplicando el filtro $U_{h-1}(L)$ a m_1.

GRÁFICO 5.3. *Tasa de crecimiento mensual de la serie artificial del gráfico 5.1.*



cíclico, o lo que es lo mismo, cuantos más ciclos se observan en un intervalo de tiempo dado, más oscilante (errática) es la serie sobre la que se calcula la tasa, y más todavía resulta serlo la serie de tasas m_1. En ese sentido los crecimientos básicos amplifican lo peor, las oscilaciones de periodicidad más corta.

4. La tasa m_1 atenúa las oscilaciones de mayor periodicidad. Esta atenuación crece con el período de la oscilación: cuanto mayor es el período, más atenuada está la correspondiente oscilación[10].

5. El crecimiento básico se obtiene comparando las observaciones en t y $t-1$, y es preciso decidir a cuál de estos momentos se asigna el crecimiento.

Con series mensuales el problema apenas tiene relevancia, ya que la unidad de tiempo es corta; sin embargo, en general dista de ser trivial, como se podrá comprobar en próximos epígrafes.

Como norma general el valor de la tasa de crecimiento se debe asignar al instante de tiempo correspondiente al centro del intervalo temporal considerado para calcular la tasa. Por ejemplo, si en una serie mensual los valores observados corresponden al último día del mes, lo correcto es asignar la tasa m_1 al punto central del mes t; en

[10] Precisamente esta propiedad está en la base del hecho, discutido en el capítulo 2, de que una serie con una no estacionariedad de carácter homogéneo se convertía en estacionaria si se aplicaba d veces el operador de diferencias.

cambio si la serie original se obtiene como media de valores diarios, el crecimiento se debe asignar al punto inicial del último mes, a las cero horas del día 1 del mes t.

En consecuencia, se puede establecer el convenio de que la asignación de m_1 se hará siempre al momento de tiempo correspondiente a la última observación, y se pondrá entre paréntesis: la notación detallada a emplear para estos crecimientos será $m_1(t)$.

5.1.5. Relación de una tasa de crecimiento cualquiera con los crecimientos básicos: centrado de tasas

Los crecimientos básicos no son de mucha utilidad en el análisis aplicado, ya que presentan demasiadas oscilaciones, tal y como se ha visto al analizar sus propiedades. Es necesario buscar otra medida de crecimiento, lo que conduce al problema de elegir el intervalo h más adecuado.

Una primera manera de abordar el problema de la especificación de h consiste en atender a razones de tipo institucional (objetivos macroeconómicos, presupuestos del Estado, balances de empresas privadas, etc.) y climatológicas (con sus derivaciones en los hábitos de comportamiento de los agentes): ambas llevan a que el año sea el candidato ideal, y de hecho éste es el período más utilizado para medir crecimientos en variables económicas.

Cuando se traduce lo anterior en términos de tasas, la propuesta resultante para series mensuales es el empleo de la m_{12} o, siguiendo la terminología popularizada por el Banco de España, T_{12}^1: crecimiento de un mes sobre el mismo mes del año anterior. Dado que a esta tasa se le conoce por T_{12}^1, a continuación siempre la denotaremos de esta forma, aunque el lector ha de tener presente que no es más que un caso particular de (5.1.2) con $h=12$, o lo que es lo mismo, de (5.1.4) para series mensuales.

En series con estacionalidad, esta forma de proceder presenta la ventaja adicional de que en las correspondientes series de crecimiento anual la estacionalidad inicial desaparece, si es determinista, o queda casi anulada, si es estocástica. Además, como la tasa T_{12}^1 es, aproximadamente, una suma de doce tasas mensuales m_1 —véase (5.1.10)—, la serie de crecimientos anuales presentará menos oscilaciones que la serie de crecimientos básicos. De hecho, éstas son otras dos de las razones del uso universalizado del año como período de referencia en el cálculo de tasas de crecimiento.

No obstante, la determinación de la tasa de crecimiento más adecuada se puede enfocar desde una perspectiva distinta. Cuando se admite que el crecimiento es un concepto económico importante en sí mismo, la serie de crecimientos básicos constituye la serie originalmente observada de dicho concepto. Se ha visto que tal serie original es excesivamente oscilante y, por eso, se busca una medida alternativa de crecimiento: éste es un problema de extracción de señales, donde la serie de crecimientos básicos es la serie agregada resultado de combinar la señal propiamente dicha y el ruido adicional que interesa eliminar; y cabe preguntarse qué tipo de propiedades es conveniente que tenga esa señal (la medida alternativa de crecimiento). Entre otras, se pueden señalar las siguientes:

1. Es importante que el nivel de la señal en t refleje el estado presente del concepto económico de interés (el crecimiento) sin estar contaminado por evoluciones erráticas en el presente o pasado inmediato de su correspondiente serie original (crecimientos básicos).
2. La unidad temporal h ha de ser aceptable, y como se ha visto, normalmente es el año.
3. Se desea que la señal esté en fase con el concepto original: por ello se entiende que sus máximos y mínimos relevantes coincidan con los de los crecimientos básicos.

En el capítulo 4 se vio que para estimar de forma óptima la señal de tendencia, por ejemplo, se aplicaban medias móviles simétricas sobre la serie original; y el resultado era la estimación del valor de la tendencia correspondiente al punto medio del intervalo de tiempo considerado en el cómputo de la media móvil. Cualquier asignación temporal distinta hubiese supuesto desfasar la tendencia sobre la serie original, lo cual es un resultado no deseado, pues en tal caso el seguimiento de esa señal confundiría respecto la evolución temporal de la serie original.

Del mismo modo, cuando se pretende extraer una señal de los crecimientos básicos, como concepto económico de interés directo, dicha señal debe estar en fase con la serie observada de la que proviene, lo que conduce a asignar la correspondiente tasa al punto medio de las observaciones que han intervenido en su cálculo. A esto se le llama *centrar la tasa*.

En tanto en cuanto una tasa de crecimiento cualquiera (señal) se quiera relacionar con la serie original de la que procede (crecimientos básicos) el centrado de la tasa es incuestionable. Pues como se ha dicho toda tasa es una media móvil simétrica de los crecimientos básicos, y en un contexto dinámico las medias móviles simétricas se tienen que asignar al centro del período de tiempo considerado si no se quiere distorsionar la sucesión temporal registrada.

En los próximos epígrafes se discutirá cómo relacionar las consideraciones de tipo institucional y climatológico con el enfoque de extracción de señales, de manera que se obtenga una tasa de creci-

miento que satisfaga ambos tipos de planteamiento. Los principales resultados de los dos últimos epígrafes se recogen en el resumen 5.3.

Resumen 5.3
CRECIMIENTO BASICO DE UNA SERIE TEMPORAL

Características de la serie de crecimientos básicos

Supóngase que Y_t es una serie mensual:

1. Adelanta todas las oscilaciones de la serie original, excepto las de periodicidad bimensual que las deja en fase. El adelanto depende de la periodicidad (p) de la oscilación de la serie original que se considere, de acuerdo con la fórmula:

$$\text{adelanto} = (p-2)/4$$

2. Constituye la serie original de crecimiento del fenómeno Y.
3. Amplifica las oscilaciones de periodicidad inferior a seis meses.
4. Atenúa las oscilaciones de mayor periodicidad.

Relaciones de los crecimientos básicos con las otras tasas

Cualquier otra tasa de crecimiento es una media ponderada de los crecimientos básicos.

Si no se quiere distorsionar el patrón de crecimiento de Y tal y como lo mide la serie de crecimientos básicos, el valor de una tasa de crecimiento debe asignarse al punto medio de las observaciones que han intervenido en su cálculo (CENTRADO DE LAS TASAS).

5.2. Tasas anuales de crecimiento

En la literatura sobre análisis de coyuntura se han propuesto una serie de tasas para el seguimiento a corto plazo de las magnitudes económicas. Algunas de ellas comparan momentos del tiempo que distan exactamente un año, y reciben el nombre de tasas anuales. Otras comparan, por ejemplo, un mes frente al anterior, o un trimestre frente al anterior, y, dada la universalidad del uso del intervalo anual, capitalizan (extrapolan) el crecimiento mensual o trimestral a todo el año. A esta operación se denomina *anualizar la tasa*.

En este epígrafe se definirán y estudiarán las propiedades de las tasas anuales; las tasas anualizadas serán tratadas en el epígrafe cinco.

Centrando el estudio en las tasas anuales, las más empleadas son:

1. *Crecimiento acumulado en doce meses* (T^1_{12}), o tasa de crecimiento de un mes sobre el mismo mes del año anterior:

$$T^1_{12} = \frac{Y_t - Y_{t-12}}{Y_{t-12}} = \frac{Y_t}{Y_{t-12}} - 1$$

Aplicando el centrado de tasas discutido anteriormente, esta tasa así calculada corresponde al momento $t-6$. La T^1_{12} correspondiente a t, denotada como $T^1_{12}(t)$, es

$$T^1_{12}(t) = \frac{Y_{t+6} - Y_{t-6}}{Y_{t-6}}.$$

2. *Crecimiento de la media de doce meses sobre la media de los doce meses inmediatamente anteriores* (T^{12}_{12}), es decir, tasa de crecimiento sobre las medias anuales

$$T^{12}_{12}(t) = \frac{\sum_{j=0}^{11} Y_{t+j}}{\sum_{r=1}^{12} Y_{t-r}} - 1$$

En la definición anterior la tasa T^{12}_{12} aparece debidamente centrada. Con el fin de recalcar la necesidad de centrar la tasa, en la discusión que sigue desarrollaremos algunas de las propiedades de estas tasas cuando no se centran, es decir, cuando se asignan a la última observación que entra en su cálculo.

5.2.1. Características[11] de la tasa T^1_{12}

A.1. Usando el resultado ya presentado en (5.1.9) y (5.1.10), la T^1_{12} asignada al final del período se puede expresar como:

$$T^1_{12}(t) \simeq \Delta_{12} \ln Y_t = (1 + L + \cdots + L^{11})\Delta \ln Y_t \simeq (1 + L + \cdots + L^{11}) m_1(t)$$

Se tiene así que, al menos de forma aproximada, T^1_{12} es una suma móvil de crecimientos básicos. La expresión exacta viene dada por

$$T^1_{12}(t) = \sum_{j=0}^{11} \frac{Y_{t-j} - Y_{t-j-1}}{Y_{t-j-1}} \cdot \frac{Y_{t-j-1}}{Y_{t-12}},$$

es decir

$$T^1_{12}(t) = \sum_{j=0}^{11} m_1(t-j)\, \frac{Y_{t-j-1}}{Y_{t-12}}.$$

Este es un resultado importante, como se verá en la discusión de la cuarta característica[12].

A.2. La T^1_{12} asignada al final de período está desfasada respecto a la serie original, siendo el desfase función del período del componente cíclico de la serie original que se considere. Para ciclos de período mayor que doce el desfase se puede calcular a partir de la fórmula

$$\text{adelanto} = (\text{periodo} - 24)/4. \tag{5.2.1}$$

de donde es inmediato comprobar que para ciclos de periodo exactamente igual a dos años la tasa T^1_{12} sin centrar está en fase con la serie original, mientras que para ciclos de periodo superior tal T^1_{12} está adelantada respecto a la serie original.

[11] Las características de las tasas T^1_{12} y T^{12}_{12} como consecuencia de ser el resultado de la aplicación de determinados filtros sobre la serie original se estudian en Melis (1990b, 1991), de donde se toman los resultados que aquí se comentan.

[12] Póveda y Martínez Méndez (1973) señalan que la T^1_{12} también se puede expresar como

$$T^1_{12} = \left(\frac{\sqrt[12]{\prod_{j=0}^{11} Y_{t-j}}}{\sqrt[12]{\sum_{j=1}^{12} Y_{t-j}}} \right)^{12} - 1,$$

con lo que se puede interpretar como una tasa m_1 elevada a 12 —es decir, anualizada— calculada sobre medias móviles geométricas.

A.3. En lo referente a su efecto sobre la amplitud de las oscilaciones, del análisis de la función de ganancia del filtro se distinguen tres casos:

a) Oscilaciones de período entre 14,4 y 72 meses: las amplifica, siendo la amplificación máxima cuando el período es de 24 meses. Este último resultado es especialmente importante, ya que ésta es la zona de frecuencias que recoge las oscilaciones más relacionadas con los ciclos de actividad; al aparecer más claras este tipo de evoluciones en la T^1_{12}, esta tasa se propone como particularmente útil en el seguimiento de los ciclos de actividad.

b) Oscilaciones de período superior a 72 meses: están atenuadas en la T^1_{12}, tanto más cuanto mayor sea el periodo.

c) Oscilaciones estacionales: también aparecen claramente atenuadas.

El lector puede comprobar estos resultados en los gráficos 5.4 a 5.6; en ellos se representa esta tasa, para la serie artificial que se propuso como ejemplo en el anterior epigrafe, por separado y de forma conjunta con otras series que ayudan a resaltar sus propiedades.

A.4. Como ya se ha adelantado al definirla, la T^1_{12} asignada a final del período está retrasada con respecto a la serie de crecimientos básicos, véase el gráfico 5.6. Uno de los requisitos que se imponian a cualquier señal de crecimiento es que estuviese en fase con ellos, por lo que de alguna forma se ha de corregir esta deficiencia para que los movimientos en el tiempo de esta tasa T^1_{12} se puedan interpretar apropiadamente, y no con retraso sobre la serie de crecimiento original: los crecimientos básicos. La corrección, como ya se ha dicho, consiste en centrar la tasa.

GRÁFICO 5.4. *Tasa T^1_{12} centrada de la serie artificial del gráfico 5.1.*

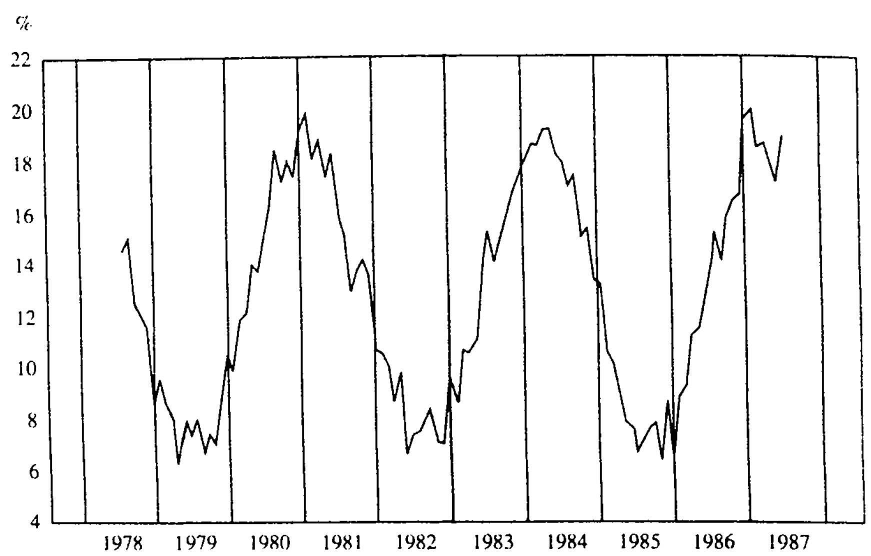
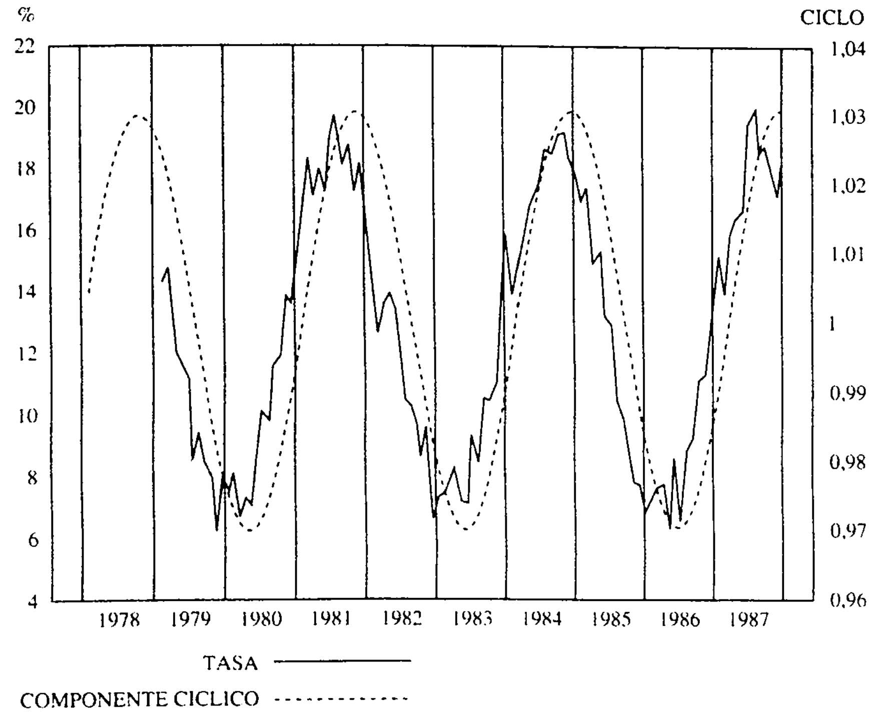


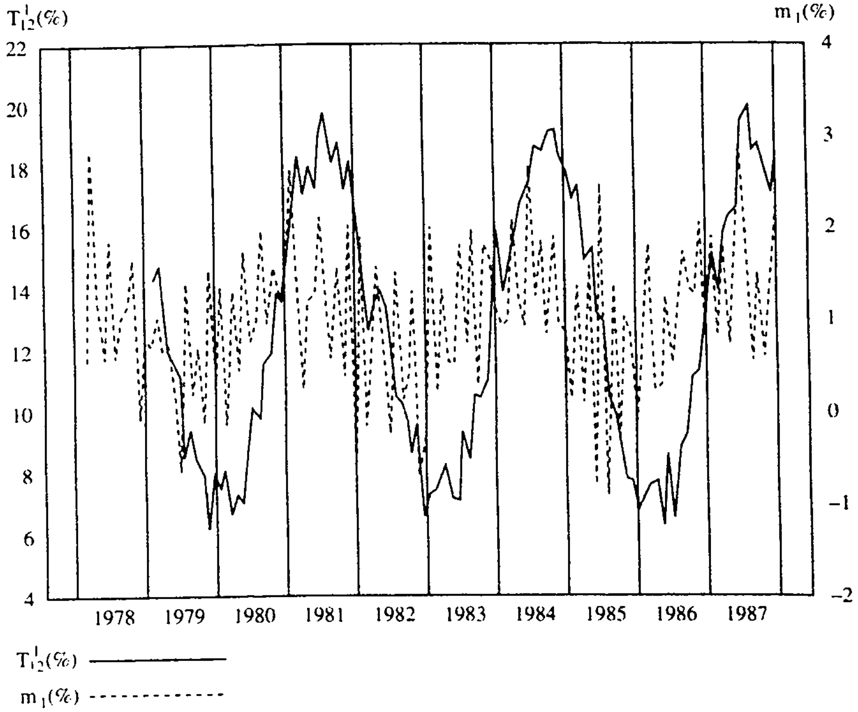
GRÁFICO 5.5. *Tasa T^1_{12} y componente cíclico de la serie artificial del gráfico 5.1.*



Nota: La tasa está asignada al último momento de tiempo que entra en su cómputo para apreciar el desfase respecto al componente cíclico.

Un ejemplo del uso popular de la tasa T^1_{12} se tiene cuando se dice que la inflación acumulada en la economía española durante 1991 fue del 5,5%. Con esta tasa se está midiendo el crecimiento experimentado en el año, que resulta de comparar el índice de precios al consumo en diciembre de 1991 con su nivel en diciembre de 1990.

GRÁFICO 5.6. *Tasa T^1_{12} y crecimientos básicos de la serie artificial del gráfico 5.1.*



Nota: Las tasas están asignadas al último momento de tiempo que entra en su cómputo para apreciar el desfase que se produce.

5.2.2. Características de la tasa T^{12}_{12}

B.1. La tasa T^{12}_{12} se puede aproximar por una media móvil de las tasas T^1_{12}. Esta aproximación, cuando ambas tasas están centradas, viene dada por:

$$T^{12}_{12}(t) \simeq \frac{1}{12} \sum_{j=0}^{11} T^1_{12}(t-6+j) \qquad (5.2.2)$$

Para ver cómo se obtiene esta relación, empecemos denominando $SY(t+6)$ a la suma de los valores de Y desde t a $t+11$. Con ello

$$T^{12}_{12}(t) = (SY(t+5)/SY(t-6)) - 1,$$

es decir $SY(t+6)/SY(t-6) = (1 + T^{12}_{12}(t))$, o de forma equivalente

$$\ln SY(t+6) - \ln SY(t-6) = \ln(1 + T^{12}_{12}(t))$$

y de aquí se tiene que[13]

$$\ln SY(t+6) - \ln SY(t-6) = \ln(1 + T^{12}_{12}(t)) =$$
$$= T^{12}_{12}(t) - (T^{12}_{12}(t))^2/2 + (T^{12}_{12}(t))^3/3 - \cdots,$$

con lo que si $T^{12}_{12}(t)$ toma valores pequeños se puede utilizar solamente el primer término de la expansión, y se tiene

$$\ln SY(t+6) - \ln SY(t-6) \simeq T^{12}_{12}(t).$$

Para el próximo paso, obsérvese que $SY(t+6)$ es una suma de términos, y que por lo tanto es igual a doce veces su media aritmética:

$$SY(t+6) = 12MY(t+6),$$

de donde

$$\ln SY(t+6) - \ln SY(t-6) = \ln MY(t+6) - \ln MY(t-6). \quad (5.2.3)$$

Si ahora se aproxima la media aritmética por la media geométrica[14]

$$MY(t+6) \simeq GY(t+6) = \sqrt[12]{\prod_{j=0}^{11} Y_{t+j}},$$

se tiene que

$$T^{12}_{12}(t) \simeq \ln GY(t+6) - \ln GY(t-6) = \frac{1}{12}\left(\sum_{j=0}^{11} \ln Y_{t+j} - \sum_{j=-12}^{-1} \ln Y_{t+j}\right),$$

es decir,

$$T^{12}_{12}(t) = \frac{1}{12} \sum_{j=0}^{12} (\ln Y_{t+j} - \ln Y_{t+j-12}),$$

[13] Haciendo un desarrollo de Taylor alrededor de $T^{12}_{12} = 0$.

[14] Si bien es cierto que la media geométrica es siempre menor que la media aritmética, es fácil comprobar como este resultado no se traslada a la fórmula (5.2.3), de forma que no necesariamente la diferencia $\ln GY(t+6) - \ln GY(t-6)$ ha de ser siempre menor o mayor que $\ln MY(t+6) - \ln MY(t-6)$.

con lo que

$$T_{12}^{12}(t) \simeq \frac{1}{12} \sum_{j=0}^{12} \Delta_{12} \ln Y_{t+j} \simeq \frac{1}{12} \sum_{j=0}^{12} T_{12}^{1}(t-6+j).$$

La relación exacta entre la tasa T_{12}^{12} y las tasas T_{12}^{1} es

$$T_{12}^{12} = \sum_{j=0}^{11} \frac{Y_{t+j} - Y_{t+j-12}}{Y_{t+j-12}} \cdot \frac{Y_{t+j-12}}{\sum_{r=1}^{12} Y_{t-r}},$$

es decir,

$$T_{12}^{12} = \sum_{j=0}^{11} T_{12}^{1}(t-6+j) \cdot w_j^{(t)}$$

donde $w_j^{(t)} = \left(Y_{t+j-12} \Big/ \sum_{r=1}^{12} Y_{t-r} \right)$ varia con t. Se puede comprobar que la aproximación (5.2.2) equivale a sustituir las ponderaciones variables $w_j^{(t)}$ por la constante 1/12, transformando así una media aritmética ponderada de tasas T_{12}^{1} en una media simple.

B.2. La tasa T_{12}^{12} también se puede expresar como una media ponderada de los crecimientos básicos; para la T_{12}^{12} centrada la relación entre ambos tipos de tasas viene dada por:

$$T_{12}^{12}(t) = \sum_{j=-11}^{11} (12-|j|)\, m_1(t+j) \cdot \frac{Y_{t+j-1}}{\sum_{r=1}^{12} Y_{t-r}} \qquad (5.2.4)$$

Obsérvese la introducción del término $12-|j|$: su efecto es inducir un patrón simétrico y decreciente en las ponderaciones de $m_1(t+j)$.

El eje de simetría corresponde a $j=0$. En efecto, para el cálculo de la T_{12}^{12} se consideran 24 observaciones mensuales, que sin pérdida de generalidad supóngase que corresponden a dos años naturales, de enero del año n a diciembre del año $n+1$; en ese caso, $j=0$ corresponde a enero del año $n+1$. Por lo tanto, el crecimiento básico correspondiente a ese mes es el que recibe una ponderación mayor en el cálculo de la T_{12}^{12} formada por las 24 observaciones de los años n y $n+1$: este resultado merecerá especial atención en el epígrafe cuarto.

B.3. El desfase de la T_{12}^{12} también es función del período del ciclo de la serie (Y_t) sobre la que se calcula, y para la T_{12}^{12} asignada a final de período viene dado por

$$\text{adelanto} = (\text{período} - 46\ )/4 \qquad (5.2.5)$$

y para ciclos de período ligeramente menor a los cuatro años (46 meses), la tasa T_{12}^{12} no centrada está en fase con la serie original; si la serie sobre la que se calcula está dominada por un ciclo de período superior a los 46 meses, tal T_{12}^{12} adelanta los puntos extremos.

B.4. Su efecto sobre la amplitud de las oscilaciones se puede resumir en:

a) Oscilaciones entre 20,4 y 68 meses: aparecen amplificadas, siendo la amplificación máxima para ciclos de período 32 meses. En consecuencia esta tasa también resulta útil para descubrir aquellos ciclos en los que se centra el interés del analista de la coyuntura.

b) Oscilaciones de período inferior a 20,4 meses o superior a 68: su amplitud se reduce con esta tasa; esto incluye las oscilaciones estacionales, ya que tienen un período igual a doce meses, y sobre todo a la de período infinito (tendencia), ya que la ganancia del filtro para oscilaciones con ese período es igual a cero.

B.5. Por ser una media móvil de los crecimientos básicos, la tasa T_{12}^{12} asignada a final de período estará desfasada con respecto a éstos. Al mismo tiempo, y puesto que se puede expresar como una media móvil de las tasas T_{12}^{1}, también estará desfasada en relación a esta última asignada a final de período. Ambas propiedades a la vez implican que el desfase respecto a los crecimientos básicos asociado a una T_{12}^{12} sin centrar es mayor que el de una T_{12}^{1} también sin centrar, lo que se puede comprobar de forma inmediata comparando las funciones de adelanto (5.2.1) y (5.2.5).

Los gráficos 5.7, 5.8 y 5.9 permiten apreciar los desfases a los que anteriormente se ha hecho referencia: en ellos el desplazamiento de los extremos de la tasa respecto a los extremos del componente cíclico (gráfico 5.7), de los crecimientos básicos (5.8) y de la tasa T_{12}^{1} (5.9) se perciben con toda claridad.

Un ejemplo del uso de la tasa T_{12}^{12} se tiene al afirmar que el crecimiento de la media anual del IPC en 1991 sobre la media anual de 1990 fue del 5,9%.

Los principales resultados de este epígrafe se recogen en el resumen 5.4.

Resumen 5.4
TASAS ANUALES

Crecimiento acumulado en doce meses

$$m_{12}(t-6) = T^1_{12}(t-6) = \frac{Y_t - Y_{t-12}}{Y_{t-12}}$$

$$T^1_{12}(t-6) \simeq (1 + L + L^2 + \cdots + L^{11})\, m_1(t)$$

$$T^1_{12}(t-6) = \sum_{j=0}^{11} m_1(t-j)\, \frac{Y_{t-j-1}}{Y_{t-12}}$$

Crecimiento de la media de doce meses sobre la media de los doce meses precedentes

$$T^{12}_{12}(t) = \left(\sum_{j=0}^{11} Y_{t+j} \Big/ \sum_{r=1}^{12} Y_{t-r} \right) - 1$$

$$T^{12}_{12}(t) \simeq \frac{1}{12} \sum_{j=0}^{11} T^1_{12}(t-6+j)$$

$$T^{12}_{12}(t) = \sum_{j=0}^{11} T^1_{12}(t-6+j)\, w_j^{(t)}$$

$$T^{12}_{12}(t) = \sum_{j=-11}^{11} (12-|j|)\, m_1(t+j)\, \alpha_j^{(t)}$$

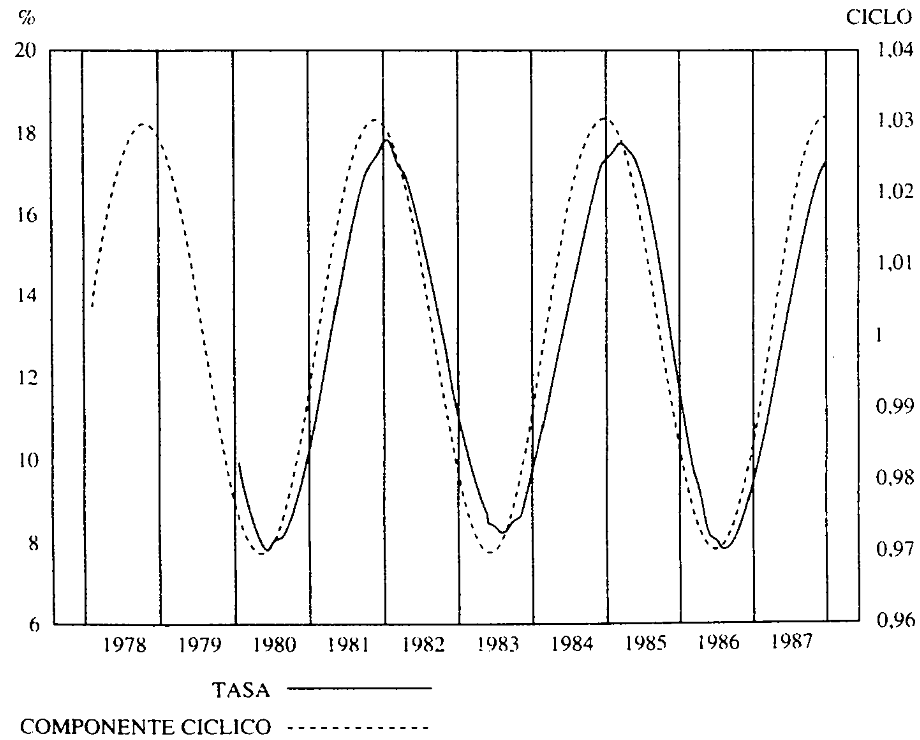
5.2.3. Relación entre las tasas T^1_{12} y T^{12}_{12}: suavización de la tasa T^1_{12}

Resulta revelador profundizar en la relación existente entre las tasas T^1_{12} y T^{12}_{12}. Puesto que (5.2.2) implica que

$$T^{12}_{12} \simeq (1/12)\, U_{11}(L)\, T^1_{12}$$

es inmediato que la tasa T^{12}_{12} suaviza la evolución que muestra la T^1_{12}, lo que tiene una repercusión evidente para el analista de la coyuntura: cuando se analiza con detalle la función de ganancia del filtro de la (aproximación lineal de la) T^1_{12}, se observa que esta tasa no sólo

GRÁFICO 5.7. *Tasa T^{12}_{12} y componente cíclico de la serie artificial del gráfico 5.1.*



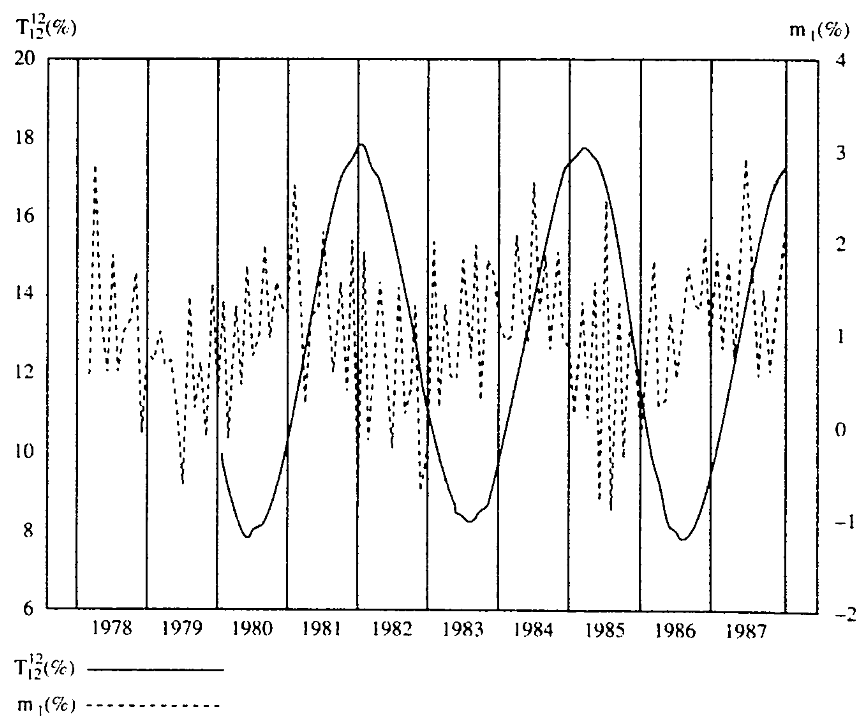
Nota: La tasa está asignada al último momento de tiempo que entra en su cómputo para apreciar el desfase respecto al componente cíclico.

amplifica las oscilaciones de periodicidad bianual de la serie original —véase propiedad *A*.3—, sino también las oscilaciones de corto plazo de periodicidad 8, 4,8, 3,43, 2,67 y 2,18 meses; por esa razón, en demasiadas ocasiones su utilización en el análisis económico a corto plazo no es del todo apropiada. De ahí que, con gran frecuencia, el seguimiento mes a mes a través de los medios de comunicación de variables económicas como índice de precios al consumo, agregados monetarios, producción industrial, etc., mediante sus tasas T^1_{12} resulte confuso.

Eso hace necesario disponer de una tasa de crecimiento anual que suavice las amplificaciones de las oscilaciones de corto plazo que provoca la tasa T^1_{12}. En este libro, siguiendo la propuesta marcada en trabajos anteriores como Espasa et al (1984, 1987), se propone suavizar la T^1_{12} de las series originales mediante la tasa T^{12}_{12}.

La tasa T^{12}_{12} no es el único procedimiento factible para suavizar

GRÁFICO 5.8. *Tasa T^{12}_{12} y crecimientos básicos de la serie artificial del gráfico 5.1.*



Nota: Las tasas están asignadas al último momento de tiempo que entra en su cómputo para apreciar el desfase que se produce.

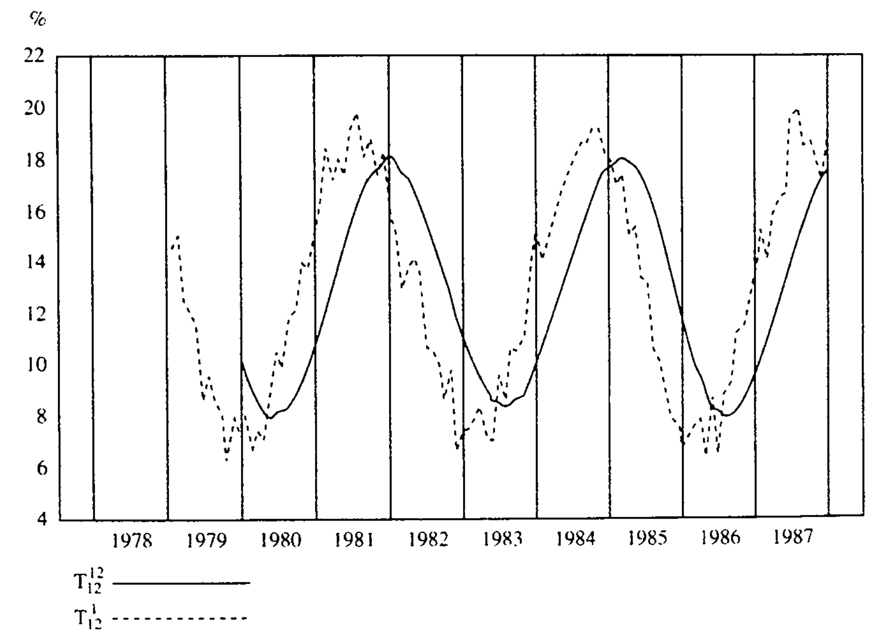
las oscilaciones de la T^{1}_{12}: Melis (1991) propone aplicar un filtro con unas características frecuenciales que él señala como deseables, y más en concreto un filtro autorregresivo de segundo orden. A la tasa resultante la denomina *tasa interanual suavizada* (TAS), que se define como[15]

$$\mathrm{TAS} = \frac{0{,}07839}{1 - 1{,}56291L + 0{,}641306L^2}\, T^{1}_{12}. \tag{5.2.5}$$

Del estudio comparativo que Melis (1991) realiza entre la tasa T^{12}_{12} y la TAS se demuestra que ambas tienen características muy similares, por lo que en la práctica ofrecen resultados muy próximos. No obstante, y puestos a escoger una, las propiedades frecuenciales de la TAS son ligeramente preferibles a las de la T^{12}_{12}, por lo que dicho autor rechaza esta última tasa en favor de la primera.

[15] Para simplificar se suprime toda referencia al momento de tiempo al que se asigna la TAS.

GRÁFICO 5.9. *Tasas T^{1}_{12} y T^{12}_{12} de la serie artificial del gráfico 5.1.*



Nota: Las tasas están asignadas al último momento de tiempo que entra en su cómputo para apreciar el desfase que se produce.

La propuesta que se hace en este epígrafe de favorecer la tasa T^{12}_{12} frente a la TAS y a otras tasas similares se basa en que la T^{12}_{12} tiene una interpretación intuitiva muy directa: el crecimiento del nivel medio de doce observaciones sobre el nivel medio de las doce precedentes: este es el crecimiento que utiliza la Contabilidad Nacional Anual, como se verá en el próximo epígrafe. Sin embargo, la TAS carece de interpretación directa, excepto que supone un crecimiento anual suavizado respecto al que refleja la tasa T^{1}_{12}.

Una última cuestión es la referente a la aplicación de estas tasas a series con un componente estacional apreciable. Es evidente que tanto la T^{1}_{12} como la T^{12}_{12} tienen potencia para reducir el peso de este componente, y en ese sentido «ajustar de estacionalidad» la serie a la que se aplican. Sin embargo se ha procurado evitar recalcar esta utilización porque cuando la estacionalidad constituya un problema es preferible eliminarla de forma eficiente, utilizando alguno de los procedimientos estudiados en el capítulo cuatro, y a continuación aplicar la tasa a la serie no contaminada. La sugerencia de aplicar las tasas de crecimiento a una señal de la serie original se encuentra en Poveda y Martínez Méndez (1973), siendo una práctica que ya en aquella época estaba extendida en otros países.

5.3. La asignación mensual de los crecimientos anuales

5.3.1. Crecimiento anual de las variables de la Contabilidad Nacional y de sus correspondientes indicadores mensuales

La medición más adecuada de las variables macroeconómicas se realiza con las cuentas anuales de la Contabilidad Nacional. El valor anual que toma una variable en la Contabilidad Nacional es un acumulado (es decir, doce veces un promedio) de los valores correspondientes a doce meses. En consecuencia, y como criterio de aplicación general, ese valor se debe asignar al punto central del intervalo de tiempo considerado, es decir, a las cero horas del 1 de julio. Esta es una decisión coherente con la práctica habitual en el análisis de series temporales, donde una media de una serie de variables temporales se hace corresponder al momento central del intervalo de tiempo considerado.

Pasando al fechado de las tasas de variación, cuando se comparan los niveles de una misma cuenta en dos años consecutivos, n y $n+1$, se obtiene el crecimiento anual de la magnitud en cuestión. Este crecimiento anual se define como «el crecimiento del nivel medio de una variable en los doce meses que empiezan en enero del año $n+1$, sobre el nivel medio de los doce meses del año n».

En ese sentido esta tasa de crecimiento se puede asimilar a la T_{12}^{12} que se presentó en el segundo epígrafe; aun cuando en la Contabilidad Anual realmente sólo figuren cifras anuales, detrás de cada dato anual hay un conjunto de doce cifras mensuales, y el anual no es más que el acumulado de éstas. Como en el cálculo de la T_{12}^{12} sólo se usa el acumulado, y conocido éste las cifras mensuales concretas que lo originan no son ya de interés para calcular la tasa, a todos los efectos el crecimiento anual es una tasa T_{12}^{12} similar a la que se obtendría a partir de una serie mensual.

Este punto es importante, y es preciso insistir en él: si el dato anual para cualquier flujo es una cifra acumulada (o de forma equivalente un promedio) de los doce meses del año, cualquier crecimiento anual para el año $n+1$ recoge la variación del nivel medio en $n+1$ respecto al nivel medio en n. Esta caracterización de la tasa de variación de las magnitudes de la Contabilidad Nacional resultará determinante en la discusión sobre su asignación temporal.

La periodicidad anual de la Contabilidad Nacional constituye un grave inconveniente para su uso en el seguimiento de la actividad económica, ya que proporciona una información muy limitada sobre el corto plazo. A esto habría que añadir el desfase que media entre el momento al que se refiere el dato y el momento en que se publica, que para datos definitivos puede llegar a ser de tres años.

Ahora bien, las principales magnitudes de la Contabilidad Nacional, como consumo nacional, su deflactor o correspondiente índice de precios, importaciones, exportaciones, gasto público, producto nacional bruto, etc., constituyen un conjunto de variables clave para el diseño e instrumentación de la política económica. Por lo tanto es necesario medirlas o aproximarlas mediante indicadores que se observen con una frecuencia más alta que la anual: tales mediciones o aproximaciones suelen realizarse mensualmente.

Un ejemplo de esto es el deflactor anual del consumo privado que se recoge en la Contabilidad Nacional, una variable que sólo se mide anualmente pero cuya aproximación mes a mes se realiza mediante el índice de precios al consumo.

La existencia de la variable anual (deflactor del consumo privado) y del indicador mensual (índice de precios al consumo) obliga a fechar en un mes concreto el crecimiento anual de la variable recogida en la Contabilidad Nacional, con el fin de poder interpretar adecuadamente las tasas de crecimiento de la variable y del indicador.

Precisamente el retraso en la publicación de la Contabilidad Nacional es la causa que obliga a la autoridad económica a fijar objetivos sobre los indicadores, y éstos suelen establecerse en términos de crecimientos anuales acumulados o, en la notación presentada en el epígrafe anterior, en términos de tasas T_{12}^{1}.

Posteriormente el seguimiento del cumplimiento de dichos objetivos se realiza mensualmente, de forma implícita o explícita, sobre los crecimientos mes a mes (m_1), ya que éstos aportan información sobre los cambios recientes que ha experimentado el sistema.

Como vemos, existen tres medidas alternativas del crecimiento relevante de un determinado fenómeno económico, T_{12}^{12}, T_{12}^{1} y m_1, que se complementan en el modo actual de diseñar y seguir la política económica. No obstante se comprobó en el epígrafe anterior que estas tasas no están en fase, lo que requiere ponerlas en fase pues de lo contrario su consideración conjunta aportará información contradictoria; si la tasas no se ponen en fase, se estará midiendo el ritmo de variación del fenómeno de interés en distintos momentos del tiempo, y a la vez interpretando los resultados como si se refiriesen al mismo instante temporal.

Por esa razón es tan importante fechar de forma correcta el crecimiento de las variables que proporciona la Contabilidad Nacio-