



UNIVERSIDAD SAN PABLO-CEU

Matemática, y además *Poesía*

por

ANDRÉS MARÍA GUTIÉRREZ GÓMEZ

CATEDRÁTICO DE MATEMÁTICA APLICADA
DE LA UNIVERSIDAD SAN PABLO-CEU

LECCIÓN MAGISTRAL
SOLEMNE APERTURA DEL
CURSO ACADÉMICO 2003-2004

Matemática, y además *Poesía*

*Excmo. Sr. Secretario de Estado de Educación y Universidades
Excmo. Sr. Canciller, Magnífico y Excmo. Sr. Rector,
Excmo. e Ilmos Sres.; Sres. Miembros del Claustro,
Sres. alumnos, Personal de Administración y servicios,
Sras. y Sres.*

Es un honor ocupar esta tribuna para dictar la lección inaugural del curso académico 2003-2004 en el que se celebra el DÉCIMO aniversario de la creación de esta Universidad y en el que se cumple el TRIGÉSIMO-SÉPTIMO de mi vinculación a la Fundación Universitaria San Pablo CEU.

Agradezco muy vivamente a la Junta de Gobierno esta distinción y pido benevolencia al auditorio con mi intervención.

EXORDIO

Una deliciosa descripción de la matemática se encuentra en los escritos de un Padre de la Iglesia del siglo III d.C, ANATOLIO DE ALEJANDRÍA, obispo de Laodicea, quien narra que un humorista des-

conocido, utilizando palabras de Homero cuyo objetivo había sido completamente distinto, dijo lo siguiente de esta ciencia:

“Ella que se alza, pequeña al principio, pero que pronto llega a tocar los cielos con su frente, mientras sus pies caminan sin cesar sobre la Tierra”.

ILIADA, canto IV

Y a sus orígenes me voy a referir y también a su evolución y desarrollo hasta convertirse en auténtica ciencia, en ciencia; es decir voy a hablar del “milagro griego” en el campo de la matemática, del nacimiento de Occidente a la ciencia y al espíritu científico dentro del maravilloso proceso de formación de la civilización helena, milagro que fue posible gracias al genio griego del que fueron depositarios unos hombres con ansias de aprender y con una genial intuición.

Y lo voy hacer, parafraseando a Newton, apoyado en hombros de gigantes, que como Tales, Pitágoras, Zenón, Platón, Eudoxo, Aristóteles, Euclides, Arquímedes, Apolonio y Ptolomeo, entre otros, interpretaron a la perfección ese guión insuperable del devenir del pueblo griego que fue heredero de las grandes civilizaciones anteriores en cuyo legado figuraban sus mitos y sus avances científicos pero que supo introducir, en esa incipiente ciencia, un nuevo método de actuación que les llevaría a alcanzar grandes progresos, y que fueron el resultado del esfuerzo por la conquista de la verdad mediante la experiencia y la razón; estas consideraciones me avalan para que el subtítulo de mi intervención sea: “DEL MITO AL LOGOS” y que llevaré a cabo a lo largo de 3 capítulos:

1º MATEMÁTICA PREHELÉNICA

2º EL MILAGRO GRIEGO EN LA MATEMÁTICA

3º Y “DE TALES A HIPATIA”

a los que añadiré un epílogo.

“Toda nuestra vida está como impregnada de matemática. Los actos cotidianos y las construcciones de los hombres llevan su marca y hasta nuestros goces artísticos y nuestra vida moral sufren su influencia”

PAUL MONTEL

La matemática, que se hizo ciencia gracias a los griegos, empezó su desarrollo con el hombre, con sus quimeras, con su entorno, con su actividad y con sus intereses.

El hombre fue nómada, luego agricultor y más tarde ingeniero y comerciante, profesiones o actividades que le obligaron a contar, a medir tierras, a distribuir cosechas, a construir viviendas, canales de riego y a intercambiar productos y todo ello mirando al cielo, contemplando los astros para medir y prever sus movimientos no solo porque en ellos anida el secreto de su nacimiento, de su destino y de su suerte sino porque necesitaban un calendario para regir las faenas agrícolas y, además, como siempre fue religioso tenía que fijar las fechas conmemorativas de sus creencias y levantar altares y erigir monumentos funerarios.

La matemática, pues, en un primer momento ,como gran parte del saber humano, surgió o por necesidades de la vida práctica o por razones religiosas.

El contacto con la realidad y los problemas que tal contacto presentaba impulsaron a los hombres a buscar medios para su solución. Posiblemente que uno de estos medios y quizás el primero, fuese la magia es decir un conjunto de ritos mediante los cuales el hombre intentó dominar las fuerzas de la Naturaleza.

conocido, utilizando palabras de Homero cuyo objetivo había sido completamente distinto, dijo lo siguiente de esta ciencia:

“Ella que se alza, pequeña al principio, pero que pronto llega a tocar los cielos con su frente, mientras sus pies caminan sin cesar sobre la Tierra”.

ILIADA, canto IV

Y a sus orígenes me voy a referir y también a su evolución y desarrollo hasta convertirse en auténtica ciencia, en ciencia; es decir voy a hablar del “milagro griego” en el campo de la matemática, del nacimiento de Occidente a la ciencia y al espíritu científico dentro del maravilloso proceso de formación de la civilización helena, milagro que fue posible gracias al genio griego del que fueron depositarios unos hombres con ansias de aprender y con una genial intuición.

Y lo voy hacer, parafraseando a Newton, apoyado en hombros de gigantes, que como Tales, Pitágoras, Zenón, Platón, Eudoxo, Aristóteles, Euclides, Arquímedes, Apolonio y Ptolomeo, entre otros, interpretaron a la perfección ese guión insuperable del devenir del pueblo griego que fue heredero de las grandes civilizaciones anteriores en cuyo legado figuraban sus mitos y sus avances científicos pero que supo introducir, en esa incipiente ciencia, un nuevo método de actuación que les llevaría a alcanzar grandes progresos, y que fueron el resultado del esfuerzo por la conquista de la verdad mediante la experiencia y la razón; estas consideraciones me avalan para que el subtítulo de mi intervención sea: “DEL MITO AL LOGOS” y que llevaré a cabo a lo largo de 3 capítulos:

1º MATEMÁTICA PREHELÉNICA

2º EL MILAGRO GRIEGO EN LA MATEMÁTICA

3º Y “DE TALES A HIPATIA”

a los que añadiré un epílogo.

MATEMÁTICA PREHELÉNICA

“Toda nuestra vida está como impregnada de matemática. Los actos cotidianos y las construcciones de los hombres llevan su marca y hasta nuestros goces artísticos y nuestra vida moral sufren su influencia”

PAUL MONTEL

La matemática, que se hizo ciencia gracias a los griegos, empezó su desarrollo con el hombre, con sus quimeras, con su entorno, con su actividad y con sus intereses.

El hombre fue nómada, luego agricultor y más tarde ingeniero y comerciante, profesiones o actividades que le obligaron a contar, a medir tierras, a distribuir cosechas, a construir viviendas, canales de riego y a intercambiar productos y todo ello mirando al cielo, contemplando los astros para medir y prever sus movimientos no solo porque en ellos anida el secreto de su nacimiento, de su destino y de su suerte sino porque necesitaban un calendario para regir las faenas agrícolas y, además, como siempre fue religioso tenía que fijar las fechas conmemorativas de sus creencias y levantar altares y erigir monumentos funerarios.

La matemática, pues, en un primer momento ,como gran parte del saber humano, surgió o por necesidades de la vida práctica o por razones religiosas.

El contacto con la realidad y los problemas que tal contacto presentaba impulsaron a los hombres a buscar medios para su solución. Posiblemente que uno de estos medios y quizás el primero, fuese la magia es decir un conjunto de ritos mediante los cuales el hombre intentó dominar las fuerzas de la Naturaleza.

Más esos ritos debieron mostrar pronto su inoperancia, causa por la que el hombre, librado de la mentalidad mágico-simbólica, emprendería otro camino para domeñar los fenómenos naturales, un camino que se ha llamado racional. Es el paso del MITO al LOGOS.

Aunque se suele decir que ese tránsito de lo mágico a lo racional se produce con el nacimiento de la Filosofía en Grecia, es indudable que la vía hacia una comprensión y dominio lógico-racional de la Naturaleza fue emprendida por la matemática, junto con la Astronomía, es decir, con la observación y racionalización de los movimientos de los cuerpos celestes, la primera ciencia nacida en la Humanidad.

¿En qué instante concreto de la Historia del hombre nace la matemática?

Como es natural, lo desconocemos. Lo que sí es indudable es que, al principio, la reflexión matemática surge como un intento de dirigir la praxis humana, no como un saber estrictamente especulativo.

Necesidades de orden práctico impulsaron al hombre a contar, a medir y comparar, actividades intelectuales que originaron el número y la forma, conceptos básicos de la Aritmética y de la Geometría, de la matemática.

De esos balbuceos iniciales nació la matemática, que al ser una ciencia humana y humanista, fruto del intelecto del hombre y reflejo, porque no puede ser de otra manera, del mismo hombre, tenía que abrirse al mundo cual recién nacido y comenzar a ver con dificultad y a tropezar y a luchar por su supervivencia.

Y fue con las culturas egipcia y babilónica con las que alcanzó un desarrollo considerable pero era una matemática conectada directamente con la realidad y para fines concretos; era una matemática fundamental-

mente EMPÍRICA, de ahí el nombre que algunos científicos utilizan para este período como el de EDAD del EMPIRISMO.

Babilonios y egipcios crearon una aritmética poderosa en sus cálculos y proporcionaron un sistema de numeración, sentaron las bases del álgebra, trabajaron con cuerpos geométricos, su geometría fue incipiente pero vigorosa y relacionaron álgebra, aritmética y geometría, y aunque no demostraron nada ni ofrecieron un esquema lógico del pensamiento matemático, esas instrucciones o “recetas” con las que resolvieron problemas particulares abrieron la puerta de la abstracción, del razonamiento y de la generalización, aunque no supieron traspasarla.

Esas fueron las mimbres que encontró el pueblo heleno para fabricar el cesto maravilloso y genial que se ha denominado milagro griego y que supuso una nueva revolución del pensamiento y no digo la primera, como he oído y leído a muchos, porque creo que la primera la llevó a cabo el hombre que, sin armas, empezó a luchar y las tuvo que inventar para defenderse y para que otros las perfeccionaran en una batalla por el predominio de la RAZÓN que, entonces, no hizo sino que comenzar.

EL MILAGRO GRIEGO EN LA MATEMÁTICA

Dijo Proclo: *“Así es, pues, la matemática: te recuerda la forma invisible del alma; da vida a sus propios descubrimientos; despierta la mente y purifica el intelecto; arroja luz sobre nuestras ideas intrínsecas y anula el olvido y la ignorancia que nos corresponden por nacimiento”*. La anterior cita de PROCLO la utilizo como bello pórtico para acceder al conocimiento de las líneas maestras del templo matemático cuya estructura fundamental estudiaremos en el próximo capítulo de la mano de sus insignes arquitectos y operarios; tales líneas directrices son las que constituyen el MILAGRO GRIEGO en la ciencia matemática y que es una parte muy importante del MILAGRO GRIEGO, el nacimiento de occidente a la ciencia y al espíritu humanista y científico.

Amor a la sabiduría, predominio del intelecto, entendimiento racional del universo, espíritu crítico, diálogo, pasión por el arte y la cultura, búsqueda de lo estéticamente bello y armonioso figurarían en el anhelado horizonte de los griegos teniendo como centro al hombre.

El inicio de nuestra civilización que coincidió con la decadencia de las culturas egipcia y babilonia, fue debido a las nuevas culturas que surgieron a lo largo de la costa mediterránea oriental y que tomaron el testigo de los habitantes del valle del Nilo y de los pobladores de los valles del Tigris y el Eufrates prolongados hacia el Mediterráneo por los del Orontes y el Jordán y que forma una media luna que se conoce como el fértil creciente.

Allí fueron a beber, a esas fuentes de saber que estaban a disposición de cualquier viajero curioso y ávido de conocimientos, los jonios, con ese espíritu abierto, atrevido e imaginativo de todo explorador y conocieron así una cultura y unas tradiciones que asimilaron y aceptaron pero que en sus manos adquirieron una forma totalmente distinta; fueron más lejos que sus predecesores y anfitriones mejorando todo lo que tocaron gracias a un nuevo espíritu que era reflejo del genio helénico.

Y todo ello parece paradójico porque tanto el bagaje como la tradición cultural, científica y literaria de los antiguos guerreros era paupérrima pero estaban espoleados por el sagrado deseo de saber. Y ese nuevo espíritu griego empezó a trabajar sobre el material bruto analizándole bajo un aspecto más abstracto e intelectual.

Los griegos, que se habían nutrido fundamentalmente de las culturas egipcia y babilónica, las transforman para ofrecer una visión del mundo totalmente nueva y distinta, como fruto de un movimiento intelectual extraordinario, ofreciendo así a la civilización una forma de pensamiento hasta entonces desconocida: el racionalismo.

Misticismo oriental y egipcio y racionalismo serían en lo sucesivo los dos polos entre los cuales va a evolucionar esta nueva civilización surgida de las relaciones establecidas a través del mar entre el Oriente, Egipto y Grecia: la cultura mediterránea que tanto ha influido en el desarrollo de la cultura occidental.

La filosofía y el método científico habrían de sustituir a la teología y al empirismo de las anteriores civilizaciones.

Y la matemática, que fue una parte de la filosofía griega, reflejó perfectamente el crucial cambio experimentado, y se desarrolló como saber especulativo es decir como verdadera ciencia.

En este, como en tantos otros aspectos del saber, los griegos fueron precursores de la cultura occidental: el llamado “milagro griego” no podía dejar de extenderse a la matemática que fue una fiel imagen de lo que constituyó todo el desarrollo intelectual griego.

Como hemos visto, la matemática que conocieron los griegos era empírica e inductiva, con problemas resueltos para fines utilitarios y no se había planteado el descubrimiento de leyes generales que pudieran aplicarse para todos los problemas similares.

Pero en un alarde de intuición genial y como prueba de sus capacidad intelectual dieron el gran salto que les permitió pasar del empirismo práctico a la ciencia racional; de esta forma el empirismo había cubierto su primera y última etapa y la ciencia iniciaba su andadura; aquello fue lo que precedió a la matemática y esto el inicio de la matemática propiamente dicha y todo ello consecuencia del instinto peculiar de los griegos para la generalidad y lo completo.

Pero ocurrieron más cosas y también muy importantes:

El entendimiento humano concibió la posibilidad de prescindir de los miles de caprichosas deidades y huir de explicaciones míticas buscando una explicación racional del universo físico.

Dentro de ese cúmulo de reacciones ante el comportamiento y pensamiento prehelénico apartaron los fines utilitarios sustituyéndolos por los especulativos: se imponía la superioridad de la mente.

La matemática fue el instrumento utilizado para estas conversiones y en su seno bullían ya una colección de nociones o conceptos que la caracterizan: ABSTRACCIÓN, ANÁLISIS, SÍNTESIS Y GENERALIZACIÓN y, claro está, la DEMOSTRACIÓN, la seguridad de la obra bien hecha, como contrapunto frente a las “recetas” de la matemática de los prehelénicos cuya obra fue necesaria y básica para las elucubraciones helenas.

Y la demostración que pasó por distintas etapas desde visual o natural a rigurosa necesitaba, para su plenitud, unas hipótesis admitidas y claras y perfectamente establecidas, una axiomática explícita.

Se llega así al descubrimiento más importante de la matemática clásica, a la creación de unas normas de funcionamiento para la matemática, al método axiomático-deductivo y su consecuencia inmediata: “todo teorema ha de ir acompañado de una demostración rigurosa”.

¿Con qué material trabajaron?, con unos objetos ideales que “no son de este mundo” y que no pueden estar sometidos a los cambios del mundo físico. Estamos en el mundo de las ideas, por tanto hay que utilizar entes que sólo existen en el pensamiento, es decir, estamos siguiendo un proceso intelectual mediante el que sólo consideramos la propia esencia; son concepciones del pensamiento como el número o la figura que representamos siempre burdamente en un papel.

La única línea cuyos puntos equidistan de uno llamado centro es la circunferencia que sólo habita en nuestro intelecto.

Se abandonaron las nociones experimentales para pasar a las racionales; aquellas sirvieron para sugerir y engendrar las nuevas, inmutables, perfectas, con las que la mente puede trabajar tranquilamente y con la seguridad de la LÓGICA.

Y llegados a este punto, los griegos hicieron otro alarde de genialidad. Como contrapunto a un mundo ahído de materialidad y en aras de esa sublimación espiritual que les había seducido, dieron otro paso más, el último pero singular: buscaron lo bello, lo estético, lo armonioso y también fue a lomos de la matemática como avanzaron por este camino: números perfectos, números amigos, triángulo equilátero, dodecaedro regular, tantos y tantos elementos que convirtieron a la Matemática en una ciencia contemplativa en la que no había lugar para aquello que no encajara en su ideal de pureza, hasta tal punto que cuando se encontraron con escollos que no cumplían con el ordenamiento que habían fijado, los despreciaron y no se enfrentaron a ellos y aquí residió la razón que detuvo a este pueblo en su proceso: ante las primeras sombras que aparecieron, de súbito, en aquel mundo de gozos, los irracionales o “incalculables” como les llamaron y el infinito, que no concebían, los matemáticos helenos tuvieron miedo, se amedrentaron ante esos monstruos que osaron interrumpir su idílico trajinar, y miraron para otro lado.

Y, finalmente, al rechazar el contacto con la experiencia echaban por la borda un mundo de posibilidades de aplicación al mundo real de sus resultados cegando así, además, una segura fuente de nuevos problemas a resolver que hubiera permitido, sin duda, un progreso mayor, más rápido y más eficiente.

“Pero una ciencia en desarrollo está sometida a las mismas leyes de la VIDA. Y la vida tantea, busca, avanza y retrocede antes de encontrar su camino y de dar un nuevo paso adelante”.

PAUL GERMAIN

DE TALES A HIPATIA

“No hay énfasis en calificar de epopeya esta prodigiosa aventura intelectual, a la vez *Ilíada* y *Odisea*, que es la matemática”.

FRANCOIS LE LIONNAIS

Y ahora os invito a que asistáis conmigo a la construcción del templo matemático, y que ‘bien se puede considerar como una de las maravillas del mundo.

Vamos a vivir el tránsito de la matemática prehelénica a la helénica, del empirismo a la ciencia matemática y que se logró gracias al razonamiento deductivo, a la matemática se le va a imponer algo que la caracteriza, que es suyo, pero que aún no se había descubierto: el RIGOR y lo consiguió el genio griego.

En la evolución de la matemática griega se pueden distinguir tres grandes períodos: De INICIACIÓN, de DESARROLLO y de ESPLENDOR. Los dos primeros constituyen la época clásica o helénica y al último se le suele llamar época helenística o alejandrina.

En el primer período, que se extiende a lo largo de los siglos VII y VI a.c., se funda la matemática como un sistema deductivo y se plantea la matematización de los fenómenos naturales, lo que fue debido a las escuelas JÓNICA cuyo fundador fue Tales de Mileto y la Pitagórica de Pitágoras de Samos.

Con Tales de Mileto, el más antiguo e ilustre de los siete sabios de Grecia, comenzó propiamente la filosofía que discurrió hasta Aristóteles bajo la estela de la razón humana; fue el primer griego que consiguió independizar la especulación sobre el mundo de las cosmologías y teogonías anteriores tratando de ofrecer una explicación racional del universo.

A Tales se le atribuye que midió las alturas de las pirámides de Egipto ayudándose de un bastón:

“Pero si queréis que os mida la altura de la pirámide “a cualquier hora” clavaré en la arena mi bastón, ¿véis? Ahora su sombra es la mitad de su longitud, por consiguiente, en este momento también la sombra de la pirámide mide la mitad de su altura”.

La clave del párrafo anterior reside en esas tres palabras “ a cualquier hora “ porque Tales estaba aplicando un resultado que valdría para todos los casos particulares, estaba aplicando su teorema sobre semejanza de triángulos, había dado el gran paso que pedía a voces la matemática prehelénica: encontrar una ley general que es independiente de valores particulares.

Tales demostró cinco teoremas geométricos:

“ángulos opuestos por el vértice son iguales”, “en cualquier triángulo isósceles los ángulos básicos son iguales”, “si dos triángulos tienen iguales dos lados y los dos pares de ángulos adyacentes son también iguales, entonces los dos triángulos son iguales”, “ en cualquier círculo, todo diámetro lo divide en dos partes iguales” y “ todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es un ángulo recto”.

Y Proclo refiriéndose al sabio de Mileto escribió textualmente: “Tales vino a demostrar en algún sentido la validez universal de sus afirmaciones” por tanto hemos de pensar en tales demostraciones sólo

como afirmaciones verdaderas y no como las entiende la matemática desde Euclides.

Ahora bien, y esto es fundamental, habían aparecido, quizás por primera vez en la historia de la matemática, la abstracción, la deducción, el trasiego con unos objetos, los matemáticos, que eran completamente ideales, y la generalización, que abrieron la puerta a la matemática helena, a la matemática que así tenía ya el marchamo de ciencia especulativa.

Esta es la razón por la que se puede afirmar que Tales es el primer ser humano al que se le han atribuido descubrimientos matemáticos concretos; es el iniciador de la geometría deductiva y por tanto, el primer matemático de la historia.

Así se iniciaba el paso del mito al logos, de lo utilitario a lo racional, el puente ya estaba tendido.

Y el primero que lo cruzó fue PITAGORAS cuya vida se desarrolló en el siglo VI a.c., el siglo de BUDA, CONFUCIO y LAO-TSE de gran trascendencia en la historia del pensamiento.

Para los pitagóricos “Los números rigen el universo” y “la esencia de todas las cosas es el número”, tesis básica de su pensamiento científico; hicieron de la filosofía ciencia de los números.

Todo ello les llevó al estudio de los números y de sus relaciones de modo que, una vez descubiertas estas, podían penetrar en el secreto de la armonía de los números y desvelado este se habría comprendido la armonía del universo, objetivo de la comunidad pitagórica, haciéndose realidad el sueño de captar el universo bajo forma de números, imaginándose estar tras las huellas del misterio último de las cosas.

Y así llegaron a un diluvio de misticismo numérico en el que el número adquiere no sólo un carácter sagrado sino que es un elemento subyacente de la realidad, el arjé.

Observaron que la música estaba sometida a número y medida y extrapolaron al cielo afirmando que los cuerpos celestes emitían sonidos al moverse (la armonía de las esferas) y que sus movimientos se reducían a relaciones numéricas.

La ciencia pitagórica, en general, al igual que su matemática fue una curiosa mezcla de pensamiento riguroso y de especulación fantástica. El carácter místico de las investigaciones matemáticas supuso, a la vez que un impulso, un lastre para la ciencia.

Con la identificación entre número y punto material, todo cuerpo estaba formado por puntos extensos o materiales o mónadas (esferas o puntos rodeados por espacios vacíos) cuya distribución y orden le caracterizaba, lo que supone una teoría atómica que no era otra cosa que una aritmetización de la realidad y que, lógicamente, se extendió a la geometría, cuyas figuras estaban formadas por puntos.

Se originó así una nueva disciplina que se llamó aritmogeometría. De esta forma se combinaron las dos nociones matemáticas abstractas y básicas: el número y la forma, y se obtuvieron propiedades geométricas a partir de relaciones numéricas, como por ejemplo el teorema de Pitágoras.

A continuación me voy a referir al venerado pentagrama pitagórico, símbolo de reconocimiento de la hermandad o estrella de cinco puntas que se forma al trazar las diagonales de un pentágono regular que que se cortan en unos puntos que a su vez forman otro pentágono.

Cada uno de estos nuevos vértices divide al segmento que pertenece, que es una de las diagonales del primer pentágono, en otros dos segmentos distintos y tales que “la razón de la diagonal completa al mayor de los dos segmentos es la misma que la de este al menor”. Esta división de la diagonal es la conocida SECCIÓN AÚREA de un segmento, nombre que no se utilizó hasta un par de milenios más tarde, en la misma época en la que KEPLER escribía:

“la geometría tiene dos grandes tesoros: uno de ellos es el teorema de Pitágoras; el otro es la división de un segmento en media y extrema razón. El primero lo podemos comparar a una medida de oro; el segundo lo podríamos considerar como una preciosa joya”.

Como todos sabemos, ha sido considerable la influencia que ha ejercido la sección áurea tanto en la Música como en el Arte y hasta en la Biología.

La geometría aritmetizada de los pitagóricos establecía que “dados dos segmentos, o longitudes, siempre existía una unidad suficientemente pequeña para que los midiera exactamente”; a dichos segmentos los denominaban CONMENSURABLES.

Y fue precisamente el primer representante del grupo de los matemáticos, HIPASUS de METAPONTE quien investigando acerca del pentágono regular y el pentagrama, símbolo de la hermandad y tratando de hallar la razón de la diagonal y el lado del pentágono se encontró con que “no existía una unidad de medida común para ambos segmentos” lo que le obligó a considerar pares de segmentos no conmensurables, es decir el cociente de sus longitudes no es racional, hecho que puso de manifiesto la existencia de los números irracionales que no cabían en la concepción pitagórica.

A tales segmentos no conmensurables se les denominó INCONMENSURABLES y a su razón ALOGOS, inexpresable, aunque también se utilizó el término ARRETOS o que no tiene razón.

En la matemática pitagórica se produjo un auténtico cataclismo con este descubrimiento “funesto” puesto que para ellos todo debía estar regido por los números enteros y razones entre ellos.

La desagradable sorpresa fue tal que intentaron mantener oculto tal descubrimiento y arrojaron al mar a HIPASUS donde murió ahogado. Hay otra versión que afirma que le erigieron una tumba como si ya hubiera muerto.

Observaron también que la razón entre las longitudes de la diagonal y un lado de un cuadrado eran inconmensurables, lo que probaron utilizando el método de REDUCTIO AD ABSURDUM, de demostración indirecta.

Por tanto se hacía necesario volver al principio y cambiar la idea de que dos longitudes cualesquiera eran conmensurables cosa que no aceptaron ya que su filosofía, basada en la primacía de los números enteros, se hubiera venido abajo al aceptar los irracionales como números.

Ya no se podría seguir identificando aritmética y geometría.

Lo único que reconocieron los pitagóricos es que existían longitudes distintas de las conmensurables.

Y vamos a hablar del primero y más famoso teorema de la geometría griega, clave para la geometría euclídea y sin el cual habría sido imposible la construcción de la mayoría de las ramas de la geometría y de las matemáticas superiores basadas en ella; me estoy refiriendo, claro está, al TEOREMA DE PITÁGORAS.

Pitágoras demostró y es quizás la primera demostración de la que se tienen constancia en la geometría griega que “en todo triángulo rectángulo se verifica que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos”. Es decir, demostró una ley general que, evidentemente, se verifica en los casos particulares y concretos que resolvieron egipcios y babilonios.

Y ahí reside su genial aportación: es origen y punto de partida y no consecuencia o resultado de unas medidas; pero es más, demostró su afirmación mediante una prueba de carácter general, sobre un objeto matemático y por tanto, ideal, que sólo existe en nuestra mente; es un ente abstracto como también lo es la idea de número.

Por tanto, las dos contribuciones trascendentales del genio griego encarnado en Pitágoras, a la matemática, fueron el reconocimiento de que esta ciencia trabaja con objetos, números y figuras que son abstracciones y la introducción de la demostración como proceso deductivo para obtener los resultados.

Si a ello unimos la idea pitagórica de que la naturaleza puede ser comprendida a través de la matemática, que constituye su lenguaje, bien podemos asegurar que se había dado ya otro paso gigantesco para el imperio de la razón y el enriquecimiento del pensamiento humano. En el segundo período, comprendido entre los siglos V y III a.c. la matemática, que había nacido con Pitágoras, pasaría por los altibajos propios de todo proceso de desarrollo y de maduración, lo que también le ocurrió a la filosofía.

Los eleatas Parménides y Heráclito, que proporcionaron el último grado de abstracción, el ser, protagonizaron el enfrentamiento entre el empirismo y el racionalismo.

Un discípulo de Parménides, ZENÓN, mediante sus célebres paradojas que trataron del movimiento, puso en evidencia el problema de la relación entre lo discreto y lo continuo, provocando una nueva crisis de fundamentos en la matemática que se acercó, para resolverla a la filosofía.

Anaxágoras, adalid del puro deseo de conocer recurrió a la noción de lo infinitamente pequeño, enfrentándose al infinito.

Demócrito, creador de una teoría atómica y materialista no pudo demostrar los resultados que obtuvo para el cálculo de volúmenes de pirámides y conos dividiéndolos en franjas muy estrechas que no eran suficientes.

El horror al infinito y la crisis, que seguía latente, de los inconmensurables, junto al enfrentamiento entre misticismo y racionalismo, el ambiente de libertad de espíritu, sentido crítico y universalismo de los sofistas, sumado a la BÚSQUEDA DE LA VERDAD de los socráticos en un ambiente en el que aún permanecía enraizada en la filosofía griega la filosofía eleática que consideraba al ser eterno e inmutable como el máximo principio del mundo y que reducía a simple apariencia todo cuanto estuviera en vías de transformación y en un pueblo en perpetua búsqueda de la armonía, TODO ELLO CONDUJO DE UNA FORMA NATURAL A LA TUTELA DE LA MATEMÁTICA POR LA FILOSOFÍA y de esta forma, la matemática, desechando el contacto con la experiencia, se colocó en el ámbito de la mente, buscó la pureza formal y se convirtió en CIENCIA garantizándose así su validez, su capacidad de generalización y su armoniosa unidad estética y todo ello en aras de una perfección que era el norte del pueblo heleno.

Y este proceso ascendente de la matemática que buscaba anhelante y esperanzada su ser, su naturaleza,

- lo comenzó Platón, sintetizador del pensamiento griego, que la idealizó,
- lo continuó Aristóteles que con su obra maestra, la Lógica, la convirtió en ciencia y
- lo coronó Euclides que la sistematizó a través de su ideal de pureza formal.

Los tres pensadores aparecieron en el orden debido cogiendo cada uno el testigo del anterior: La meta se alcanzaría definitivamente.

El más genial, aunque no el más fiel, discípulo de Sócrates fue Aristoclés, llamado familiarmente Platón, fue el padre del idealismo y el sintetizador de todo el pensamiento griego anterior a él, reuniendo en un mismo sistema el misticismo y el racionalismo y por su esfuerzo en superar el abismo que de la concepción del Universo tuvieron Parménides y Heráclito.

A la matemática, que la concebía como vía para el estudio de la filosofía, sólo la consideraba en su pureza conceptual, es decir estudiándola como ciencia pura que razona sobre objetos ideales perfectamente definidos, independientemente de las correspondientes nociones empíricas, son entes abstractos, ideales.

“La geometría conduce el alma hacia la verdad y crea el espíritu de la filosofía” afirmó Platón en la República.

Los platónicos se interesaron por la demostración y la metodología del razonamiento y sistematizaron las reglas de la demostración rigurosa a partir de unos principios aceptados y perfectamente definidos.

El razonamiento deductivo es el único método de demostración en la matemática. Platón distinguió entre Aritmética o ciencia de los números y Logística o técnica de la computación.

Los matemáticos del siglo V estuvieron sugestionados por la resolución de tres problemas de construcciones que estimularon a los investigadores y contribuyeron en gran medida al desarrollo de la matemática. son “ la cuadratura del círculo”, “la trisección del ángulo” y “ la duplicación del cubo”, que fue conocido como problema de Delos; tenían que ser resueltos mediante regla y compás, instrumentos a los que Platón llamó divinos.

Veintidós siglos después se ha demostrado que ninguno de los tres puede resolverse con regla y compás, rectas y circunferencias, que eran las figuras básicas de los griegos.

Discípulo de Platón fue EUDOXO, el matemático y astrónomo más famoso de la época helénica y autor de una Teoría de Proporciones y del método de Exhaustión para hallar áreas y volúmenes de figuras curvilíneas, geniales aportaciones a la matemática puesto que se evitaron los irracionales en tanto que números lo que permitió a los griegos hacer grandes progresos en geometría con los fundamentos lógicos necesarios para las razones inconmensurables, resolviendo así uno de los aspectos más preocupantes de la crisis provocada por tales razones y cubrió la primera etapa del cálculo infinitesimal.

Si Platón coronó el pensamiento de la grecia clásica, con Aristóteles la filosofía alcanzó la cumbre de su desarrollo perfectivo, se inauguró la época de la especialización científica, apareció el pensamiento realista y la ciencia se separó de la religión.

El gran Estagirista siguió el consejo de su maestro Platón al estudiar la matemática desde un punto de vista filosófico y crítico pero se aparta de él al afirmar que las realidades no son los conceptos abstractos sino los conceptos materializados en las cosas que los sentidos nos dan a conocer.

Creó una verdadera obra del pensamiento humano, la Lógica, que se llamó Organon (o instrumento, instrumento del saber) que derivó de la matemática pero que después volvió a ella, y a las demás ciencias, como línea directriz, método y medio de investigación.

Aunque los aristotélicos no contribuyeron con resultados matemáticos dignos de resaltar, sí hemos de decir que fueron grandes promotores del desarrollo de la matemática y que, gracias a la lógica, fijaron las bases sobre las que se edifica y ordena una ciencia deductiva como es la matemática; se ocuparon también de los conceptos abstractos que se derivan de propiedades de los cuerpos físicos y que son con los que trabaja la matemática, discutieron el concepto de definición, se preocuparon de los principios básicos distinguiendo entre axiomas y postulados y su discusión sobre los infinitos potencial y actual, ejerció gran influencia en los interesados en los fundamentos lo que también ocurrió con sus teorías acerca de la naturaleza de la matemática y sus relaciones con el mundo físico y, finalmente, a través de la tarea encomendada a EUDEMO de RODAS, se redactó la primera “historia de la matemática”.

Al principio hablamos de los periodos helénico y helenístico o alejandrino en la historia de la matemática: están separados por las muertes casi simultáneas de Alejandro Magno (323), su preceptor Aristóteles (322) y Demóstenes (322) que fue el más elocuente orador de la antigüedad. La capital de la ciencia y por lo tanto de la matemática, a partir de ese momento, se desplazó desde Atenas a Alejandría.

El momento de máximo esplendor, la edad de oro de la matemática griega, está representado por la escuela de Alejandría que surgió en el siglo III a.c. y que representó el acmé de la ciencia griega favorecida e impulsada por la protección que se dispensó a las artes y a las ciencias; ese ambiente permitió que surgieran tres colosos de la matemática: Euclides de Alejandría, Arquímedes de Siracusa y Apolonio de Perga.

Platón había considerado como abstracciones los conceptos matemáticos y había sistematizado las reglas de la demostración rigurosa, había insistido en la demostración deductiva, Aristóteles aportó su lógica que fijó las bases sobre las que se ordena y edifica una ciencia deductiva y se ocupó de sus principios básicos y muchos otros matemáticos trabajaban cual francotiradores impulsando la aparición de resultados teóricos y prácticos, muchas veces inconexos, y la matemática crecía pero sin orden y, además, siempre bajo la espada de Damocles que había pendido Zenón con sus aporías, por tanto la misma matemática necesitaba y exigía, como estandarte de una civilización y un pensamiento que anhelaba y rozaba la perfección, convertirse en ciencia y para ello, siguiendo el camino trazado por Aristóteles, encontrar una rígida sistemática partiendo de unos cimientos inamovibles así como crear por vía deductiva, la síntesis, la gradual y ordenada yuxtaposición de los conocimientos existentes.

Y todo eso lo hizo Euclides “el elementador” con su magna obra los Elementos que más que una obra de creación fue una obra de compilación de los resultados obtenidos durante más de 300 años de actividad matemática y que al decir del académico DOU “es la cristalización de tres siglos de profundo y apasionado trabajo de investigación científica en los albores mismos del fenómeno cultural que llamamos ciencia”.

De los Elementos dijo Rey Pastor, “si pretendieras agregar o quitar algo reconocerías de inmediato que te alejas de la ciencia y te acercas hacia el error y la ignorancia” y también el académico Miguel de Guzmán sentencia así: “La obra de Euclides fue el paradigma de la sistematización del saber matemático, la obra de los fundamentos”.

¡En esta obra apareció por primera vez el método axiomático-deductivo que supone el descubrimiento más importante de la matemática griega!

Los Elementos han servido de modelo a un tipo de construcción científica, del método científico, usado desde entonces no sólo en la matemática sino en las demás ciencias.

Con Euclides se sentaron las bases de la matemática.

La construcción del templo matemático ha finalizado, la matemática es ya ciencia y cual siempre inacabada sinfonía se desarrolla en diferentes tiempos interpretada por geniales artistas: Arquímedes, el más grande matemático e investigador griego, la conectó con la realidad pero en ambos sentidos, la llevó al más alto nivel dotándola de mayor riqueza y autonomía al aflojarse los lazos que hasta entonces la habían mantenido unida a la filosofía.

Apolonio, “el gran geómetra de la antigüedad” alcanzó con sus “Cónicas” una irreprochable perfección, el virtuosismo geométrico.

Eratóstenes, el gran geógrafo, la utilizó para sus cálculos sobre la tierra y para elaborar el primer atlas y diccionario geográfico y creó un método para cribar o aislar los números primos de la sucesión de números naturales ordenados en orden creciente.

Herón la aplicó a la física y a la ingeniería

Hiparco con Menelao y Ptolomeo crearon la trigonometría con la que este último sistematizó la astronomía en una obra inmortal El Almagesto (“el más grande”) y en la que también nos ofrece su bello desarrollo matemático de la teoría de ciclos y epiciclos para el movimiento de los planetas, y una descripción geocéntrica del universo que tuvo vigencia hasta el «De Revolutionibus Orbium Coelestium de Copérnico».

Y en la llamada Edad de Plata hemos de citar a Diofanto introductor del simbolismo en el álgebra y a los epígonos, comentaristas y recopiladores Pappus y Proclo.

Y terminamos con la única mujer de la historia de la matemática de esta época, Hipatía, directora de la escuela de Alejandría donde enseñó matemática y explicó las doctrinas de Plotino y Jámblico sobre Platón. La muerte de Hipatía y la desmembración de una época de extraordinaria grandeza tienen el valor de un símbolo; el fin de Alejandría como centro matemático.

Aquí termina este pequeño paseo en el que hemos hablado de grandes obras y de grandes hombres, lo que hemos hecho de forma sucinta; creo que se debe indicar que marcaron un hito en la historia de la civilización y que fruto de su trabajo y de sus ideas se construyó la matemática que tantos beneficios de todos los ordenes aportó y lo seguirá haciendo al hombre.

EPILOGO

“El verdadero espíritu de alegría, de exaltación, el sentimiento de ser más que un hombre que son la piedra de toque de la excelencia más elevada, se hallan en la matemática como en la poesía”

BERTRAND RUSSELL

He aquí como Painleve evoca la enseñanza de Charles Hermite: “Los que han tenido la dicha de ser alumnos del gran geómetra no pueden olvidar el tinte casi religioso de su enseñanza, el estremecimiento de belleza o de misterio que hacía correr a través de su auditorio ante algún admirable descubrimiento o ante lo desconocido”.

En apretado resumen hemos de manifestar que los griegos realizaron el tránsito de lo empírico a lo teórico del brazo de la filosofía buscando una explicación racional del universo del que las leyes matemáticas eran su esencia. Como prueba del dominio del intelecto y gracias a la lógica crearon la ciencia matemática en la época clásica puesto que la dotaron de las componentes de su naturaleza: la abstracción y la demostración deductiva y rigurosa de sus resultados partiendo de axiomas o postulados perfectamente definidos y aceptados que la proporcionaron su carácter de universalidad y en la época alejandrina la conectaron con la realidad obteniendo resultados útiles, atenuando su vinculación con la filosofía y aliándose con la física y la ingeniería lo que además de fusionar la ciencia y la técnica vivificó a la matemática misma que hasta Euclides fue considerada como arte por sus ingredientes de belleza, armonía, claridad y orden más que como ciencia.

Estos fueron los grandes logros de la ciencia matemática que como toda obra humana tuvo sus limitaciones que derivaron de su mismo espíritu de pureza puesto de relieve no sólo en la exagerada preponderancia de la geometría y de la excesiva insistencia en la exactitud que abortaba su aspecto creativo, sino en la desconexión del pensamiento especulativo de la palpable realidad, salvo excepciones, lo que unido a la incapacidad para el reconocimiento de los números irracionales y el temor a los procesos infinitos impidieron poner una cúpula dorada al modo de Felipe II con su ladrillo de oro en el monasterio de El Escorial, para completar ese maravilloso y esplendoroso Partenón que constituyó la matemática griega.

Me produce auténtico deleite que me gustaría contagiar a todos ustedes, el hecho de pensar en el proceso creativo de la matemática paralelo y fiel reflejo del experimentado por la filosofía, el pensamiento y la cultura griegas y en situaciones como las que citaré a continuación y que son eslabones de la cadena que conduce al hecho científico y matemático.

Y reflexiono y veo a los jonios que comenzaron por destruir mitos y a imponer la razón. Pitágoras y los pitagóricos que hicieron del número la esencia de la Naturaleza y afirmaron la razón. Parménides y Heráclito luchando por la primacía entre lo sensible y lo intelectual.

El dialéctico y rebelde Zenón que no se enfrentó a Pitágoras en sus teoremas porque ya eran ciencia, sino que le atacó por su flanco débil, los inconmensurables y lo finito.

Y esos filósofos situados entre Pitágoras y Platón que creían firmemente en una naturaleza inteligible.

Demócrito inventando un mundo material de infinitos átomos indivisibles e intentando calcular volúmenes con innumerables franjas muy estrechas y provocando revuelo entre los filósofos que pasan a preocuparse con más intensidad de la matemática y sus problemas.

Pienso en los sofistas que abrieron la cultura la mundo y despertaron el espíritu crítico con confianza en la razón y con la esperanza de un patrimonio de ideas.

Y respeto con veneración a alguien que siempre fue para mí el motor del pueblo griego, un coloso del pensamiento y de la realidad moral, Sócrates, para quien “la virtud es saber” y conduce a la felicidad, que exhortó al enriquecimiento de la personalidad humana, al conocimiento reflexivo y personal, al compromiso cultural y moral y al despertar de los espíritus y en su confianza en la razón como medio más adecuado para penetrar la realidad y me maravilla “su obra no escrita” y “ su verdad inexistente”.

Y veo a Platón componiendo las desgarraduras entre lo místico y lo racional y conjugando la experiencia sensible con la inteligible y ofreciendo un mundo de ideas y de sabiduría para estimular el espíritu griego y animarle a la perfección y a una recta conducta y todo ello con enorme fe en el poder de la mente, que idealiza los objetos matemáticos, y se interesa por la metodología del razonamiento de la demostración rigurosa...

Y en Eudoxo que evita los irracionales y provoca el afloramiento del cálculo infinitesimal.

Aparece en escena Aristóteles, que supera en el magisterio a Platón y, a la vista del panorama que se le ofrecía, se acomoda más a la realidad, sistematiza las adquisiciones científicas y filosóficas del mundo

griego y con una ordenación sublime e incomparable organiza el pensamiento y el saber moral éticamente y, claro está, le entregó a Euclides un arma poderosa, el auténtico instrumento del pensamiento, para que haga lo mismo con la matemática quien imitándole la sintetiza, organiza y sistematiza y sienta sus bases, y sus cimientos se arraigan en las poderosas leyes inexorables de la Lógica, que había fusionado ya la matemática con la filosofía.

Y con una ciencia nueva, exultante y firmemente construida, Arquímedes, idealista y realista a la vez, puede gozar y llevarla al mundo físico y a este extraerle ideas para su matemática y en otro paso más Apolonio se permite el virtuosismo de la geometría con sus cónicas y, finalmente, Ptolomeo, gracias a la trigonometría, nos conduce con su Astronomía al cielo.

¿No es cautivador este paseo intelectual a través del bosque en el que crecieron filósofos y matemáticos, pensadores, que abrieron las puertas del pensamiento occidental?

¿Es que no produce deleite observar que esos vaivenes deliciosos estaban perfilando el camino de la cultura y enseñando al hombre un mundo nuevo?

¿No es poético este caminar?

¿No hay armonía en los Elementos de Euclides? ¿o en una demostración rigurosa? ¿o en un problema resuelto y acabado? ¿no se encuentra poesía y belleza en una rigurosa y bien construida exposición científica?

Es evidente que de las interrogaciones anteriores no se desprende, porque no la tienen, esa lírica que el poeta al uso imprime en su obra,

pero sí nos permiten vislumbrar lo hermoso y lo bello de esa pasión humana por la búsqueda de la verdad, que se hizo y se hace pasando, gracias a la matemática, del Mito al Logos.

Y por si alguno de ustedes, que espero sean escasos, no han advertido, por mi torpeza, el encanto de la matemática y, por tanto, no aceptan la tesis de que es Poesía, y como he finalizado ya la primera parte de mi cometido al hablar de matemática, sólo me resta cumplir con la segunda: “ y además poesía”, pues hela aquí:

La he tomado de una edición facsímil del libro “REFLEXIONES SOBRE EL BUEN GUSTO EN LAS CIENCIAS Y EN LAS ARTES” de Luis Antonio Muratori editado en 1782 y dice así:

*Mas llegará el día
En que las ciencias valgan
y en que los hombres salgan
de la ignorancia, que antes los cubría.*

*Ya se verán los hombres
ir deponiendo sus preocupaciones
y buscando ocasiones
de eternizar sus nombres
empleando el talento
en otras cosas de mayor momento.*

Muchas gracias.

ANDRÉS M^a GUTIÉRREZ GÓMEZ

Edita: Universidad San Pablo-CEU
Isaac Peral 58
28040 Madrid

Dep. Legal: GU-597/2003

Diseño Gráfico: Universidad San Pablo-CEU

Imprime: Gráficas Minaya, S. A.