

**Universidad CEU Cardenal Herrera**

**CEINDO – CEU Escuela Internacional de Doctorado**

**PROGRAMA en COMPOSICIÓN, HISTORIA Y TÉCNICA EN LA  
ARQUITECTURA Y EL URBANISMO**



**Propuesta metodológica de diseño  
mecánico y geométrico de  
membranófonos basada en su  
comportamiento vibratorio.**

TESIS DOCTORAL

Presentada por:

D. Manuel Ibáñez Arnal

Dirigida por:

Dr. D. Luis Doménech Ballester

Dr. D. Fernando Sánchez López

VALENCIA

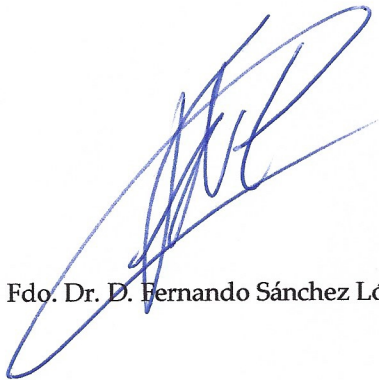
2020



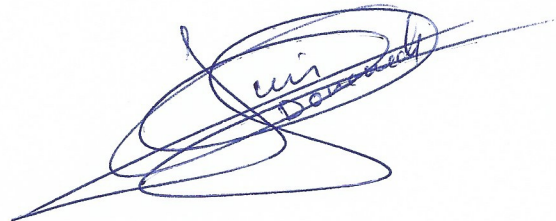


Este trabajo ha sido realizado en el Departamento de Matemáticas, Física y Ciencias Tecnológicas de la Universidad Cardenal Herrera CEU (Valencia), bajo la dirección del Dr. D. Luis Doménech Ballester y el Dr. D. Fernando Sánchez López.

El Dr. D. Luis Doménech Ballester y el Dr. D. Fernando Sánchez López, directores de este trabajo, expresan su conformidad para la presentación del mismo por considerar que reúne los requisitos necesarios y constituye una aportación original al tema tratado.



Fdo. Dr. D. Fernando Sánchez López



Fdo. Dr. D. Luis Doménech Ballester



Este trabajo ha sido realizado en el Departamento de Matemáticas, Física y Química de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad del Pacífico (UP) en Lima, Perú.

El Dr. Dr. Juan Carlos Rodríguez y el Dr. Dr. Fernando Sánchez López, directores de este trabajo, expresan su reconocimiento por la participación del autor en el desarrollo de este trabajo y agradecen sus comentarios y sugerencias.

Dr. Juan Carlos Rodríguez

Dr. Fernando Sánchez López

# Contenido

<b>Contenido</b> .....	<b>3</b>
<b>Índice de Figuras</b> .....	<b>7</b>
<b>Índice de Tablas</b> .....	<b>13</b>
<b>Resumen</b> .....	<b>15</b>
<b>Resum</b> .....	<b>17</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>19</b>
<b>Agradecimientos</b> .....	<b>21</b>
<b>1. Introducción</b> .....	<b>23</b>
1.1. Motivación Personal .....	23
1.2. Justificación de la tesis y su interés. ....	24
1.3. Objetivos. ....	26
1.3.1. Objetivo general.....	26
1.3.2. Objetivos específicos. ....	26
1.4. Organización del documento.....	26
1.5. Producción científica .....	27
<b>2. Evolución y estado actual de los membranófonos</b> .....	<b>29</b>
2.1. Breve introducción histórica. ....	29
2.2. Esquema constructivo de un membranófono.....	30
2.3. Características geométricas del casco. ....	33
2.4. Características geométricas de las membranas. ....	35
2.5. Clasificación de fabricantes más relevantes y materiales utilizados en la manufactura de membranófonos. ....	36
2.5.1. Fabricación de membranas. Materiales y geometrías. ....	36
2.5.2. Fabricantes de cascos. Materiales utilizados. ....	38
2.6. Aspectos cualitativos del sonido asociados al casco y su material. ....	39
<b>3. Revisión Bibliográfica</b> .....	<b>41</b>
3.1. Resonancias, modos de vibración y su relevancia en el análisis de instrumentos musicales.....	41
3.2. Propiedades mecánicas de los materiales. ....	44
3.2.1. Propiedades elásticas. ....	44
3.2.2. Transmisión de vibraciones en sólidos elásticos. ....	45
3.2.3. Propiedades viscoelásticas.....	48
3.2.4. Propagación de onda y atenuación en sólidos viscoelásticos. ....	51
3.2.5. Métodos para la caracterización dinámica de materiales.....	54
3.3. Aspectos geométricos y modales.....	59

3.3.1. Física vibratoria de la membrana circular ideal.....	59
3.3.2. Física vibratoria de geometrías cilíndricas.....	61
3.3.3. Interacción entre los elementos integrantes de un membranófono. ....	65
<b>4. Criterio de selección del material y su procesado. Caracterización dinámica.....</b>	<b>71</b>
4.1. Idoneidad de los materiales para construcción de cascos.....	71
4.1.1. Maderas.....	72
4.1.2. Metales .....	73
4.1.3. Polímeros .....	74
4.1.4. Polímeros reforzados con fibras .....	75
4.2. Caracterización dinámica de los materiales viscoelásticos.....	76
4.2.1. Limitaciones de los métodos actuales de caracterización.....	76
4.2.2. Método de caracterización basado en modos de vibración (Multi-Modal Test MMT).....	76
4.3. Influencia del procesado en el comportamiento vibratorio de los materiales compuestos. ....	84
4.3.1. Material y métodos.....	86
4.3.2. Resultados y Discusión .....	88
4.4. Conclusiones.....	91
<b>5. Influencia de los aspectos geométricos y modales.....</b>	<b>95</b>
5.1. Características del membranófono.....	96
5.1.1. Aspectos geométricos.....	96
5.1.2. Caracterización del laminado y fabricación.....	97
5.1.3. Fabricación del casco.....	98
5.2. Metodología.....	99
5.2.1. Métodos experimentales.....	99
5.2.2. Análisis numérico.....	100
5.3. Resultados.....	102
5.4. Discusión de los resultados .....	105
5.4.1. Efectos generales sobre el comportamiento modal .....	105
5.4.2. Oportunidades de optimización de diseño.....	106
5.5. Validación experimental.....	107
5.6. Conclusiones.....	108
<b>6. Análisis de la interacción membrana-casco.....</b>	<b>109</b>
6.1. Características generales del membranófono objeto de estudio.....	109
6.1.1. Caracterización de la membrana .....	110
6.1.2. Caracterización del casco.....	110
6.2. Simulación numérica y métodos.....	111
6.2.1. Metodología numérica.....	111

6.2.2. Aplicación de tensión sobre la membrana.....	112
6.2.3. Análisis modal .....	113
6.2.4. Análisis transitorio .....	114
6.3. Resultados y discusión.....	115
6.3.1. Influencia de la pretensión de la membrana en el comportamiento modal del casco. ....	115
6.3.2. Influencia del rango de afinación de la membrana en las resonancias del casco. 116	
6.3.3. Influencia del casco en el espectro final del membranófono. ....	117
6.3.4. Interacción entre membrana y casco. Propuesta de regla de acoplamiento modal y nomenclatura. ....	118
6.3.5. Funcionamiento y magnitud máxima de los acoplamientos modales. .	123
6.3.6. Influencia del damping del casco en las vibraciones libres de la membrana. ....	126
6.4. Validación experimental.....	127
6.5. Conclusiones.....	130
<b>7. Metodología para diseño de cascos de membranófonos basada en su geometría y material. ....</b>	<b>131</b>
7.1. Hipótesis iniciales .....	131
7.2. Metodología.....	131
7.3. Conclusiones.....	134
<b>8. Conclusiones y trabajo futuro. ....</b>	<b>135</b>
8.1. Conclusiones.....	135
8.2. Trabajo futuro.....	136
<b>Referencias .....</b>	<b>138</b>





## Índice de Figuras

Figura 1. Membranófonos de diferentes culturas y épocas. (a) Prehistórico de Asia (b) Tambor nativo americano (c) Tamboril Medieval (d) Caja Moderna. ....	29
Figura 2. Esquema constructivo de membranófono actual de doble membrana (caja)..	31
Figura 3. Esquema de montaje de un membranófono doble (caja) estándar. ....	31
Figura 4. Sección diametral del membranófono. La membrana se desliza sobre el casco al ser tensionada por el aro. El aro y el anillo de la membrana están en contacto. ....	32
Figura 5. Sistema “Free Floating” the Pearl Drums [17]. El aro auxiliar permite soportar las tensiones provenientes de las membranas sin perforar o ejercer tensiones externas sobre el casco. ....	32
Figura 6. Construcción de cascos de metal con pliegues en los bordes. (a) Casco de acero (b) Sección diametral del casco. ....	34
Figura 7. Construcción de cascos de metal con nervadura central y pliegues en los bordes del cilindro. (a) Casco de aluminio (b) Sección diametral del casco. ....	34
Figura 8. Construcción en cascos de materiales compuestos con pliegues y radios pronunciados en los bordes del cilindro. (a) Casco de Fibra de Carbono reforzada con Epoxi [18] (b) Sección diametral del casco. ....	34
Figura 9. Construcción característica de los cascos fabricados en madera. (a) Casco de madera laminada con aros de refuerzo (b) Sección diametral del casco. ....	35
Figura 10. Membrana de 14” de Remo Drumheads (USA). La pieza termoformada de Mylar está unida mediante adhesivo al aro metálico exterior. ....	35
Figura 11. (a) Detalle de la sección del borde de la membrana y el aro metálico externo (b) Perspectiva de la geometría básica de una membrana actual. ....	36
Figura 12. Diagramas tensión-deformación para diferentes materiales [104]. ....	44
Figura 13. Diferentes tipos de oscilación en sistema muelle-masa. (a) longitudinal (b) transversal [2]. ....	45
Figura 14. (a) Onda longitudinal pura en un medio infinito (b) Onda cuasi-longitudinal en barras o placas [2]. ....	46
Figura 15. Gráfico de relación entre módulo de elasticidad y densidad para todas las familias de materiales. Las líneas rojas discontinuas muestran diferentes rangos de velocidad de propagación de onda longitudinal entre (300-10000 m/s). [105] .....	48
Figura 16. Fluencia y recuperación. Esfuerzo y deformación en función del tiempo [107]. ....	49
Figura 17. Relajación y recuperación de un material viscoelástico [107].....	50
Figura 18. Tensiones y deformaciones sinusoidales en material viscoelástico con ángulo de desfase $\delta$ [107]. ....	51
Figura 19. Modelo de excitación de masa debido a fuerza externa [102]. ....	53
Figura 20. Decaimiento de oscilación libre para diferentes valores <i>damping</i> [109]. ....	53
Figura 21. DMA 850 de TA Instruments .....	54

Figura 22. Diferentes tipos de configuraciones para el DMA test [115].	55
Figura 23. Datos experimentales obtenidos mediante DMTA para policarbonato (PC)	55
Figura 24. Esquema del set experimental en condiciones libres ISO 6721-3.	55
Figura 25. Método del ancho de banda a media potencia. [120]	56
Figura 26. Módulo de almacenamiento obtenido mediante ISO 6721-3 a 300Hz, para PMMA, PVC y PE.	57
Figura 27. Valores de factor de pérdidas obtenidos mediante ISO 6721-3 a 300Hz, para PMMA, PVC y PE.	57
Figura 28. Degeneración de la combinación de los modos de vibración (2,0) y (0,2) en función de las propiedades geométricas [2].	58
Figura 29. (a) Modo (2,0-0,2) (b) Modo (2,0+0,2) [2]	58
Figura 30. Primeras 3 funciones de Bessel [2].	59
Figura 31. Modos de vibración de membrana circular (m,n) (a) Modo de vibración (2,2) (b) Modo de vibración (0,3)	60
Figura 32. Primeros modos de vibración de una membrana circular designados mediante la nomenclatura (m,n).	60
Figura 33. Clasificación de líneas nodales de un cilindro siguiendo la nomenclatura (m,n). Modo de vibración (4,1) del cilindro.	62
Figura 34. Primeros modos de vibración $0 < m < 3; n = 0$ (a) extensionales (b) inextensionales [3]	63
Figura 35. Evolución de la frecuencia en función de m, para diferentes valores de n [129].	64
Figura 36. (a) Modos de vibración en un casco cilíndrico con finales apoyados y libres. (b)Energía total de deformación debido a energías de flexión y tracción del casco [129].	64
Figura 37. Modos de vibración de un casco de membranófono cilíndrico en condiciones libres obtenidos mediante interferometría holográfica [130].	65
Figura 38. Modos normales de un oscilador de dos masas. (a) En el modo de baja frecuencia las masa se mueven en la misma dirección (b) En el modo de alta frecuencia las masas se mueven en direcciones opuestas [3].	66
Figura 39. Seis primeras resonancias observadas en una caja incluyendo los dos pares de frecuencias observadas para el modo (0,1) y (1,1) [3].	66
Figura 40. Interferograma holográfico de las vibraciones del casco en el membranófono completo, demostrando que estos son apreciables [3].	68
Figura 41. Relación entre módulo de Young y densidad para la familia de las maderas (sombreado en marrón).	72
Figura 42. Relación entre módulo de Young y densidad para la familia de los metales (sombreado en azul).	73
Figura 43. Relación entre módulo de Young y densidad para la familia de los metales (sombreado en verde).	74

Figura 44. Relación entre módulo de Young y densidad para la familia de los composites reforzados (sombreado en violeta).....	75
Figura 45. Datos experimentales obtenidos para posterior análisis.....	77
Figura 46. Esquema de la experimentación consistente en la extracción de resonancias.....	77
Figura 47. Ejemplos de modos de vibración extraídos mediante excitación externa de las placas rectangulares.....	78
Figura 48. Probeta de combinación de materiales, acero y recubrimiento polímero.....	79
Figura 49. Módulo de almacenamiento obtenido para Coating rígido con base epoxi..	80
Figura 50. Módulo de pérdidas obtenido para Coating rígido con base epoxi. ....	81
Figura 51. Resultados obtenidos mediante DMTA para material rígido con base epoxi. (Línea vertical indica los 21°C).....	81
Figura 52. Módulo de almacenamiento obtenido para Acero Inoxidable utilizado como soporte.....	82
Figura 53. Módulo de almacenamiento obtenido para Coating elastómero de recubrimiento (PU) .....	82
Figura 54. Módulo de pérdidas obtenido para Coating elastómero de recubrimiento (PU) .....	83
Figura 55. Resultados obtenidos mediante DMTA para material elastómero con base poliuretano. (Línea vertical indica los 21°C).....	83
Figura 56. Microscopias de un laminado CFRE procesado mediante (a) Autoclave (b) Vaccum-Bag-Only.....	84
Figura 57. Ejemplos de instrumentos fabricados en fibra de carbono reforzado con epoxy (CFRE): (a) Violonchelo Luis and Clark [146], (b) Caja Rasch Drums [147], (c) Piano Boganyi [148], and (d) Guitarra Klos [149].....	85
Figura 58. Placas de CFRE generadas (a) Autoclave y (b) VBO.....	86
Figura 59. Proceso de fabricación de los especímenes: (a) corte de las placas de 30 × 200 mm; (b) placas acabadas; y (c) detalles de las superficies de ambas placas.....	87
Figura 60. Especímenes (a) VBO y (b) autoclave.....	87
Figura 61. Ensayo experimental MMT de una probeta de fibra de carbono reforzada con epoxi CFRE.....	88
Figura 62. Resultados del módulo de pérdidas y almacenamiento de los preimpregnados CFRE: A (autoclave) y VBO (bolsa de vacío simple). ....	89
Figura 63. Promedio de velocidad del sonido a diferentes frecuencias, para los prepregs CFRE procesados mediante A (autoclave) and VBO (vacuum bag-only).....	89
Figura 64. Comparación del factor de pérdidas para los preimpregnados de la CFRE procesados en autoclave (A) y mediante vacío simple (VBO). ....	90
Figura 65. Análisis transitorios de las placas CFRE: (a) Modo de vibración en autoclave 2,0; (b) modo de vibración en vacío simple 2,0; (c) modo de vibración en autoclave 5,0; y (d) modo de vibración en bolsa de vacío 5,0.....	90

Figura 66. Amplitudes máximas registradas en las diferentes placas CFRE por excitación de barrido de frecuencia para $0 < f < 1400 \text{ Hz}$ .	91
Figura 67. Diversos cascos que utilizan refuerzos estructurales en forma de pliegues de material. (a) Ludwig Supraphonic, (b) Premier Drum Shell (c) Pearl Free Floating (d) Slingerland Drum Shell.	95
Figura 68. Esquema de la investigación de los aspectos estructurales.	96
Figura 69. Distribución de las variables geométricas y comparación de dos cascos con diferentes $l_{SR}$ (a) $l_{SR} = 10 \text{ mm}$ (b) $l_{SR} = 30 \text{ mm}$ (c) Modelo real utilizado como referencia.	97
Figura 70. Secuencia de apilado con capas colineales $\{0^\circ/0^\circ/0^\circ/\dots\}$ .	97
Figura 71. Ciclo de postcurado.	98
Figura 72. (a) Tejido de fibra de carbono utilizado en el tambor, (b) Geometría del casco del tambor.	98
Figura 73. Molde GFRE desarrollado para la fabricación del casco del membranófono.	99
Figura 74. Esquema de montaje y particiones del molde desarrollado para la fabricación del casco de composite CFRE. (a) Molde ensamblado. (b) Desmoldeo del laminado curada.	99
Figura 75. Método de barrido de frecuencia realizado en la validación experimental.	100
Figura 76. Esquema de organización de las simulaciones.	101
Figura 77. Modos de vibración de tipo $(m, 0)$ del casco cilíndrico obtenidos mediante simulaciones FEM.	102
Figura 78. Frecuencias obtenidas para el modo de vibración $(2,0)$ del casco.	103
Figura 79. Frecuencias obtenidas para el modo de vibración $(3,0)$ del casco.	103
Figura 80. Frecuencias obtenidas para el modo de vibración $(4,0)$ del casco.	104
Figura 81. Frecuencias obtenidas para el modo de vibración $(5,0)$ del casco.	104
Figura 82. Frecuencias obtenidas para el modo de vibración $(6,0)$ del casco.	105
Figura 83. Comparación de los modos de vibración del casco del tambor $(m,0)$ , para $5 > l_{sr} > 30 \text{ mm}$ , y 3,6,9 capas de laminado. Se detectan puntos de diseño equivalentes, lo que permite ahorrar material al mantener la respuesta de frecuencia para el mismo modo de vibración.	106
Figura 84. Casco de fibra de carbono reforzado con epoxi CFRE creado para la validación experimental.	107
Figura 85. Test experimental (a) El casco del tambor en condiciones libres, se excita externamente para obtener sus frecuencias naturales. (b) Generador de ondas y osciloscopio digital utilizados en esta investigación.	107
Figura 86. Amplitud vs frecuencia del casco, obtenidos numérica y experimentalmente.	108
Figura 87. (a) Caja redoblante (b) Sección del sistema utilizado en la investigación.	110
Figura 88. Geometría completa generada para las simulaciones por elementos finitos.	111

Figura 89. Esquema de las simulaciones. ....	112
Figura 90. Sección de detalle del contacto entre la membrana y el casco. Se observa el desplazamiento $uz$ aplicado sobre el final de la membrana.....	112
Figura 91. (a) Tensión uniforme en la membrana (b) Pre-tensión generada en el borde del casco. ( $f_{0,1} = 133,13 \text{ Hz}$ , $uz = -0,5mm$ ).....	112
Figura 92. (a) Modo de vibración (3,1) de la membrana; (b) Modo de vibración (3,0) del casco. ....	113
Figura 93. Zona de impacto y zonas de captura de datos en la superficie de la membrana y el casco.....	114
Figura 94. Tensiones generadas en la membrana para $t = 9,13 \times 10^{-2} \text{ s}$ después del impacto. ....	114
Figura 95. Diferencias entre el comportamiento modal, para modos de vibración de tipo $(m, 0)$ sometidos a diferentes condiciones externas. ▲ Modelo de Rossing [3] para cilindro ideal; ● Casco cilíndrico en condiciones libres obtenido por simulación; ● — Casco de composite en condiciones libres; * Casco de composite con uno de sus lados apoyados; ◆ Casco de composite sometido a tensión de membrana $f_{0,1} = 180\text{Hz}$ ....	115
Figura 96. Diferencias en las resonancias del casco debido a los diferentes rangos de afinación de la membrana superior.....	117
Figura 97. Comparación del espectro total entre membrana con soporte idealmente rígido, membrana con casco de polímero ( $cL = 2100$ ) m/s, y desplazamientos obtenidos en el casco del membranófono.....	118
Figura 98. Acoplamientos modales, obtenidos por simulación modal. Los modos de vibración del casco, aunque de muy baja amplitud, excitan la membrana superior para que ésta vibre compartiendo zonas nodales. Mostrados como (membrana)-(casco), (a) (2,3)-(2,0), (b) (4,1)-(4,0), (c) (5,1)-(5,0), (d) (5,3)-(5,1), (e) (9,2)-(9,1), (f) (Sin acoplamiento), (g) (10,1)-(10,1).....	119
Figura 99. Coincidencia del número de diámetros nodales de la membrana para el modo (5,1) con el número de nodos axiales del casco para el modo (5,0). ....	119
Figura 100. Valores de $\alpha$ para diferentes modos de vibración $(m,n)$ .....	120
Figura 101. Valores de $\beta Kc$ para los modos de vibración $(m,0)$ de casco con geometría utilizada en la sección 6 y un valor de $Kc = 33,56$ , sometido a una pretension de la membrana equivalente a 133 Hz. ....	121
Figura 102. Representación de diferentes valores de $\alpha$ y $\beta Kc$ . Las líneas continuas muestran los diferentes números de onda $\alpha$ , para los diferentes modos de vibración de la membrana superior. Las líneas discontinuas muestran los valores de $\beta Kc$ , Los puntos coincidentes nos muestran acoplamientos perfectos, mientras que la proximidad entre ellos indica potenciales efectos en el espectro final. ....	122
Figura 103. Comparación de espectros para los cascos $Kc = 33,65$ y $Kc = 40,78$ para $cT = 61,74ms$ . ....	123
Figura 104. Gráficos de movilidad normalizados a máxima amplitud, la línea vertical representa la frecuencia de resonancia del casco. Acoplamientos diferentes (a) (4,1,0), (b) (3,2,0), (c) (5,1,0), (d). (No existente).....	124

---

Figura 105. Magnitud de los acoplamientos generados para cada una de las resonancias del casco que cumplen la regla de acoplamiento. (a) (5,1,0); (b) (4,1,0); (c) (3,2,0). .....	125
Figura 106. Valores de damping para las resonancias obtenidas en el membranófono completo, con diferentes espesores de recubrimiento interno de material viscoelástico. ....	126
Figura 107. Casco de GFRE utilizado para la validación experimental. ....	127
Figura 108. Niveles de presión sonora de la membrana superior obtenidos mediante la excitación directa del casco por barrido de frecuencias. ....	128
Figura 109. (a) Comprobación de la regla de acoplamiento modal mediante el patrón de Chladni, acoplamiento (4,1,0) a 683,60 Hz. (b) Posición del micrófono de medición utilizado en la validación experimental. ....	129
Figura 110. Espectro resultante de la caja redoblante con casco GFRE con afinación $f_{0,1} = 131\text{Hz}$ , comparado con otro casco de Cobre, (línea punteada). Los acoplamientos descritos mediante la metodología anterior del casco GFRE se detectan directamente en el espectro final del membranófono. ....	129
Figura 111. Diagrama de la metodología propuesta para el diseño y evaluación de cascos en membranófonos. ....	131
Figura 112. Representación de los valores de $\alpha$ y $\beta Kc$ para casco GFRE utilizado en la validación experimental. ....	132
Figura 113. Predicción de los acoplamientos posibles, para todos los valores factibles de $Kc$ . ....	133

## Índice de Tablas

Tabla 1. Rango de precios para cajas redoblantes clasificadas por el material de su casco. (precio en €).[1].....	24
Tabla 2. Características de los principales fabricantes y modelos de membranas en la actualidad.....	37
Tabla 3. Lista de los materiales utilizados en la fabricación de cascos por los fabricantes más relevantes a 2019. ....	38
Tabla 4. Propiedades elásticas y velocidad de propagación longitudinal típica para diferentes materiales.....	47
Tabla 5. Frecuencias de los modos de vibración de una caja de 36 cm de diámetro .....	67
Tabla 6. Desplazamientos verticales del casco relativos a los desplazamientos máximos de la membrana, para diferentes modos de vibración. ....	69
Tabla 7. Propiedades del espécimen caracterizado con denominación Coating con base epoxi.....	80
Tabla 8. Propiedades del espécimen caracterizado con denominación Acero Inoxidable. ....	82
Tabla 9. Propiedades del espécimen caracterizado con denominación Coating elastómero de recubrimiento con base Poliuretano (PU).....	82
Tabla 10. Propiedades estáticas del prepreg de fibra de carbono reforzado con epoxi..	87
Tabla 11. Valores medios obtenidos para las placas de prepreg CFRE procesadas mediante autoclave.....	88
Tabla 12. Valores medios obtenidos para las placas de prepreg CFRE procesadas mediante vacío simple (VBO). ....	88
Tabla 13. Propiedades elásticas del CFRE utilizado en la investigación. ....	98
Tabla 14. Propiedades de la membrana superior fabricada en Mylar. ....	110
Tabla 15. Propiedades mecánicas y geométricas del casco utilizado en la investigación. ....	111
Tabla 16. Características del casco GFRE ( <i>Glass Fiber Reinforced Epoxy</i> ) .....	127
Tabla 17. Modos de vibración del casco GFRE utilizado en la validación experimental .....	128





## Resumen

La manufactura de instrumentos musicales es un sector en el que el material juega un papel protagonista. El continuo desarrollo de luthiers y fabricantes, debido a la necesidad de ofrecer diferentes características acústicas, ha tenido como consecuencia una muy extensa oferta de materiales. En el caso de cordófonos, aerófonos e idiófonos, siguen arraigados los materiales tradicionalmente utilizados como ciertas especies de maderas, normalmente de alta densidad, metales, especialmente las aleaciones de cobre, y en los últimos años algunos materiales compuestos. Pero en el caso de los membranófonos, en los que hasta principios del siglo XX el material utilizado había sido únicamente la madera, la oferta de materiales actual se ha convertido en increíblemente extensa. Un único fabricante puede ofrecer un gran catálogo de especies de madera, casi todo el abanico de metales, como aleaciones de titanio, acero, bronce o aluminios, y polímeros y materiales compuestos como fibra de carbono, fibra de vidrio o policarbonatos. Mientras que en otras familias de instrumentos existe un criterio de clasificación para los materiales y sólo algunos de ellos son adecuados para la fabricación, la gran oferta en el caso de los membranófonos denota un método ensayo-error, y por lo tanto un desconocimiento de la influencia de las propiedades mecánicas del casco en la acústica final. Debido a las simplificaciones realizadas en investigaciones anteriores, no se ha logrado establecer una relación directa entre el material del casco y el espectro final por lo que se ha considerado que la influencia del casco es mínima, en comparación con la membrana.

En este marco controvertido es esencial que, tanto fabricantes como usuarios, dispongan de herramientas para establecer criterios de selección de material y geometría en función del comportamiento vibratorio deseado. Es por ello por lo que, el objetivo de esta tesis se basa en establecer una relación directa entre las variables de su diseño y el comportamiento vibratorio de los membranófonos. Se focaliza la investigación en aspectos como la comprensión del funcionamiento de un membranófono, la influencia de la geometría, las propiedades mecánicas y el proceso productivo del casco, y en el comportamiento vibratorio del membranófono completo. Se establecen metodologías de diseño que proporcionen control sobre los efectos del material y geometría de los cascos, y su vinculación con las vibraciones de las membranas.

Las cualidades sonoras (tono, intensidad, timbre y duración) están estrechamente relacionadas con aspectos físicos como los niveles de presión sonora, el espectro de frecuencias o el decaimiento, por lo que es posible caracterizar el sonido final de un membranófono interviniendo sobre los aspectos responsables de su vibración. Para analizar este efecto, se efectúa una combinación de simulaciones numéricas por elementos finitos y su validación experimental, basadas en el estudio modal, de movilidad (admitancia) y transitorio del membranófono, a partir de los cuales se evalúa el comportamiento dinámico para posteriormente analizar las diferentes interacciones entre estructuras que desempeñan un papel decisivo en la vibración del instrumento completo.

Tanto el material como la geometría del casco son susceptibles de modificar las resonancias y por lo tanto el espectro resultante. La característica del material con mayor potencial para este uso concreto se basa en su velocidad de onda. El estudio en este campo permite establecer criterios de selección de materiales y analizar la idoneidad de estos, mejorando aspectos como la caracterización dinámica de diferentes tipos de materiales incluidos aquellos con comportamiento viscoelástico. En cuanto a la geometría, cualquier modificación de las características dimensionales del casco tiene la

capacidad de modificar ampliamente las resonancias de este, lo que permite identificar puntos de diseño donde las posibles combinaciones de variables geométricas suponen ventajas de diferentes índoles en el ámbito de la manufactura, sin sacrificar su comportamiento vibratorio. Desde el punto de vista de la fabricación de este tipo de instrumentos, tanto el conocimiento de la influencia de material, como el de la geometría, supone un gran avance que ofrece gran configurabilidad vibratoria del casco.

Aunque es conocida la transmisión de las vibraciones de la membrana al casco y su magnitud, los resultados de esta investigación demuestran efectos desconocidos hasta el momento. Es necesario contemplar las geometrías exactas tanto de casco como de membrana, sin recurrir a simplificaciones. Este hecho permite evaluar los esfuerzos reales a los que el casco se ve sometido, y también permite definir las condiciones de contorno reales del casco, lo que a su vez permite detectar varios efectos que investigaciones anteriores no abordaban. Tras el impacto inicial de la membrana superior, el casco vibra generando sus frecuencias de resonancia propias. Estas disponen de la capacidad suficiente para excitar la membrana superior por lo que el casco tiene una participación directa en espectro total, lo que revela importancia del casco en los matices sonoros del espectro final del membranófono. La detección de este efecto confirma la participación directa de las resonancias del casco de un membranófono, y por lo tanto de sus características mecánicas y geométricas.

Esta tesis propone un nuevo modelo descriptivo del funcionamiento de los membranófonos basado en una nueva regla de acoplamiento modal, así como una nueva metodología para diseño y evaluación de cascos basado en su material y geometría. Una nueva herramienta que permite analizar y predecir la influencia de un casco en el comportamiento vibratorio final de un membranófono atendiendo al material y geometría utilizados en su manufactura.

## Resum

La manufactura d'instruments musicals és un sector en el qual el material juga un paper protagonista. El continu desenvolupament de luthiers i fabricants, a causa de la necessitat d'oferir diferents característiques acústiques, ha tingut com a conseqüència una molt extensa oferta de materials. En el cas de cordòfons, aeròfons i idiòfons, segueixen arrelats els materials tradicionalment utilitzats com certes espècies de fustes, normalment d'alta densitat, metalls, especialment els aliatges de coure, i en els últims anys alguns materials compostos. Però en el cas dels membranòfons, en els quals fins a principis de segle XX el material utilitzat havia estat únicament la fusta, l'oferta de materials actual s'ha convertit en increïblement extensa. Un únic fabricant pot oferir un gran catàleg d'espècies de fusta, gairebé tot el ventall de metalls, com aliatges de titani, acer, bronze o alumini, i polímers i materials compostos com fibra de carboni, fibra de vidre o policarbonats. Mentre que en altres famílies d'instruments hi ha un criteri de classificació per als materials i només alguns d'ells són adequats per a la fabricació, la gran oferta en el cas dels membranòfons denota un mètode assaig-error, i per tant un desconeixement de la influència de les propietats mecàniques del casc en l'acústica final. A causa de les simplificacions realitzades en investigacions anteriors, no s'ha aconseguit establir una relació directa entre el material de casc i l'espectre final pel que s'ha considerat que la influència del casc és mínima, en comparació amb la de la membrana.

En aquest marc controvertit és essencial que, tant fabricants com usuaris, disposen d'eines per establir criteris de selecció de material i geometria en funció del comportament vibratori desitjat. És per això pel que, l'objectiu d'aquesta tesi es basa en establir una relació directa entre les variables del seu disseny i el comportament vibratori dels membranòfons. Es focalitza la recerca en aspectes com la comprensió del funcionament d'un membranòfon, la influència de la geometria, les propietats mecàniques i el procés productiu del casc, i en el comportament vibratori del membranòfon complet. S'estableixen metodologies de disseny que proporcionen control sobre els efectes del material i geometria dels cascs, i la seva vinculació amb les vibracions de les membranes.

Les qualitats sonores (to, intensitat, timbre i durada) estan estretament relacionades amb aspectes físics com els nivells de pressió sonora, l'espectre de freqüències o el decaïment, pel que és possible caracteritzar el so final d'un membranòfon intervenint sobre els aspectes responsables de la seua vibració. Per analitzar aquest efecte, s'efectua una combinació de simulacions numèriques per elements finits i la seua validació experimental, basades en l'estudi modal, de mobilitat (admitància) i transitori del membranòfon, a partir dels quals s'avalua el comportament dinàmic per posteriorment analitzar les diferents interaccions entre estructures que tenen un paper decisiu en la vibració de l'instrument complet.

Tant el material com la geometria de casc són susceptibles de modificar les ressonàncies i per tant l'espectre resultant. La característica del material amb major potencial per a aquest ús concret es basa en la seua velocitat d'ona. L'estudi en aquest camp permet establir criteris de selecció de materials i analitzar la idoneïtat d'aquests, millorant aspectes com la caracterització dinàmica de diferents tipus de materials inclosos aquells amb comportament viscoelàstic. Pel que fa a la geometria, qualsevol modificació de les característiques dimensionals de casc té la capacitat de modificar àmpliament les ressonàncies d'aquest, el que permet identificar punts de disseny on les possibles combinacions de variables geomètriques suposen avantatges de diferents tipus en l'àmbit de la manufactura, sense sacrificar el seu comportament vibratori. Des del

punt de vista de la fabricació d'aquest tipus d'instruments, tant el coneixement de la influència de material, com el de la geometria, suposa un gran avanç que ofereix gran configurabilitat vibratòria del casc.

Tot i que és coneguda la transmissió de les vibracions de la membrana al casc i la seua magnitud, els resultats d'aquesta investigació demostren efectes desconeguts fins al moment. Cal contemplar les geometries exactes tant de casc com de membrana, sense recórrer a simplificacions. Aquest fet permet avaluar els esforços reals als quals el casc es veu sotmès, i també permet definir les condicions de contorn reals del casc, el que al seu torn permet detectar diversos efectes que investigacions anteriors no abordaven. Després de l'impacte inicial de la membrana superior, el casc vibra generant les seues freqüències de ressonància pròpies. Aquestes disposen de la capacitat suficient per excitar la membrana superior de manera que el casc té una participació directa en espectre total, el que revela la importància de casc en els matisos sonors de l'espectre final del membranòfon. La detecció d'aquest efecte confirma la participació directa de les ressonàncies del casc d'un membranòfon, i per tant de les seues característiques mecàniques i geomètriques.

Aquesta tesi proposa un nou model descriptiu de funcionament dels membranòfons basat en una nova regla d'acoplament modal, així com una nova metodologia per a disseny i avaluació de cascs basat en el seu material i geometria. Una nova eina que permet analitzar i predir la influència d'un casc en el comportament vibratori final d'un membranòfon atenent al material i geometria utilitzats en la seua manufactura.

## Abstract

The manufacture of musical instruments is a sector in which the material plays a leading role. The continuous development of luthiers and manufacturers, due to the need to offer different acoustic characteristics, has resulted in a very extensive offer of materials. In the case of chordophones, aerophones and idiophones, the materials traditionally used are still in place, such as certain species of wood, normally of high density, metals, especially copper alloys, and in recent years some composite materials. But in the case of membranophones, where until the beginning of the 20th century the material used was only wood, the current range of materials has become incredibly extensive. A single manufacturer can offer a large catalogue of wood species, almost the entire range of metals, such as titanium alloys, steel, bronze or aluminium, and polymers and composite materials such as carbon fibre, glass fibre or polycarbonates. While in other families of instruments there is a classification criterion for the materials and only some of them are suitable for manufacture, the large offer in the case of membranes denotes a trial-and-error method, and therefore a lack of knowledge of the influence of the mechanical properties of the shell on the final acoustics. Due to simplifications made in previous investigations, no direct relationship has been established between the shell material and the final spectrum and therefore the influence of the shell, compared to the membrane, has been considered minimal.

In this controversial framework, it is essential that both manufacturers and users have tools to establish material and geometry selection criteria according to the desired vibration behaviour. Therefore, the objective of this thesis is based on establishing a direct relationship between the design variables and the vibratory behavior of the membranes. The research is focused on aspects such as the understanding of the functioning of a membrane, the influence of geometry, mechanical properties and the production process of the shell, and on the vibratory behaviour of the upper membrane. Design methodologies are established to provide control over the effects of shell material and geometry, and their link to membrane vibrations.

Sound qualities (pitch, intensity, timbre and duration) are closely related to physical aspects such as sound pressure levels, frequency spectrum or decay, so it is possible to characterize the final sound of a membrane by intervening on the aspects responsible for its vibration. In order to analyse this effect, a combination of numerical simulations by finite elements and their experimental validation is carried out, based on the modal, mobility (admittance) and transient study of the membrane, from which the dynamic behaviour is evaluated and then the different interactions between structures that play a decisive role in the vibration of the whole instrument are analysed.

Both the material and the geometry of the shell are capable of modifying the resonances and therefore the resulting spectrum. The characteristic of the material with the greatest potential for this particular use is based on its wave speed. The study in this field allows us to establish criteria for the selection of materials and to analyse their suitability, improving aspects such as the dynamic characterisation of different types of materials including those with visco-elastic behaviour. As regards geometry, any modification of the dimensional characteristics of the shell has the capacity to widely modify its resonance, which allows the identification of design points where the possible combinations of geometric variables represent advantages of different kinds in the field of manufacturing, without sacrificing its vibratory behaviour. From the point of view of the manufacture of this type of instruments, both the knowledge of the influence of the

material and of the geometry represents a great advance that offers great vibratory configurability of the shell.

Although the transmission of the membrane vibrations to the shell and their magnitude is known, the results of this research show effects unknown until now. It is necessary to consider the exact geometries of both the shell and the membrane, without resorting to simplifications. This allows the evaluation of the actual stresses to which the shell is subjected, and also allows the definition of the actual boundary conditions of the shell, which in turn allows the detection of several effects that previous investigations did not address. After the initial impact of the upper membrane, the shell vibrates by generating its own resonance frequencies. These have sufficient capacity to excite the upper membrane so that the shell has a direct participation in the total spectrum, which reveals the importance of the shell in the sound nuances of the final spectrum of the membrane. The detection of this effect confirms the direct participation of the resonances of the shell in the membrane, and therefore of its mechanical and geometric characteristics.

This thesis proposes a new descriptive model of the functioning of membranophones based on a new modal coupling rule, as well as a new methodology for shell design and evaluation based on its material and geometry. A new tool that allows the analysis and prediction of the influence of a shell on the final vibratory behaviour of a membrane based on the material and geometry used in its manufacture.

## Agradecimientos

Soy plenamente consciente de que esta sección no debería ser extensa, y aun así, me viene a la mente la frase del genial Steve Jobs, *“Los éxitos no están hechos por una sola persona, están hechos por un grupo de personas...”* y ligado a este pensamiento tengo la inevitable necesidad de dejar plasmados mis agradecimientos a todo ese “grupo de personas” que ofreciéndome siempre lo mejor de ellos me han permitido lograr lo que para mí representa un “éxito”.

Cómo no, empezaré por todas aquellos que siempre van conmigo pero que ya no están. Empezando por mis abuelos, Antonio, con su seriedad por el trabajo y ejemplaridad como persona, y Manuel, siempre con la mejor actitud posible ante la vida y posiblemente la mejor persona que he conocido. Mi tío Eduardo, que siempre depositó su confianza en mí y al final consiguió que yo hiciera lo mismo. A Jesús, que me descubrió el grandísimo mundo de la música con 6 años, con la que continuo, y sin la cual, seguro que no hubiera realizado esta tesis. Gracias a todos por ser una inspiración continua para mí.

Por supuesto, a todos aquellos que me acompañan hoy en día, en primer lugar, mi estupenda familia. Mis padres, Antonio y Amparo, toda la vida apoyándome en todo lo que me he propuesto y más. Mis hermanos Anto y José, siempre interesados en el día a día de mi trabajo, y siempre apoyándome a seguir con él. Mi segunda familia, Rosa, J.María y Albert, a los que siempre agradeceré su continuo apoyo, interés y ayuda. Resulta fácil conseguir lo que uno se propone con una familia así.

Continuaré por los integrantes del grupo de investigación TecEner, con los que he tenido el inmenso placer de compartir estos últimos años. A Fernando y Luis, mis directores, por su buen hacer, implicación, dedicación, paciencia y confianza. También a Jordi, Toni, Victor y Josevi, siempre dispuestos a ayudar en todo. Gracias a ellos y a su calidad humana y profesional he tenido la posibilidad de aprender mucho, algo que no olvidaré.

A todos mis amigos, por soportar los interminables rollos que continuamente les he contado sobre mis investigaciones, y, aun así, seguir siendo mis amigos. Muy especialmente a Adrián, es una verdadera suerte contar con su continuo apoyo e interés.

Y mis agradecimientos para los integrantes más especiales de mi “grupo de personas” son en primer lugar para mi mujer, Patricia. No tengo suficiente espacio en esta tesis para agradecerle la tarea de soportar el día a día del desarrollo de mi trabajo, transformando lo malo en bueno, con comprensión y paciencia. De otra manera no hubiera podido realizar esta tesis. Y para finalizar un agradecimiento especial a mi maravilloso hijo Pau. Gracias por ser tan bueno, por dejarme dormir por las noches, y por sonreírme mientras escribo estos agradecimientos.





# 1. Introducción

## 1.1. Motivación Personal

Con la realización de esta tesis doctoral, me dispongo a investigar el funcionamiento real de un membranófono, y a plantear la influencia y relevancia del casco como elemento modificador de los aspectos vibratorios relacionados con las cualidades sonoras. En este sentido, esta tesis pretende contribuir al desarrollo industrial de este sector, dotando de herramientas que permitan establecer criterios de selección y diseño de material tanto a fabricantes como a usuarios.

Pero este trabajo no corresponde únicamente a una labor académica, sino que está estrechamente relacionado con mis experiencias personales, vivencias y formación anterior.

Se puede decir que he nacido con la música, ya que mi familia siempre ha estado relacionada estrechamente con esta actividad. Desde los seis años no he dejado de formarme en este ámbito y actualmente disfruto de diversos instrumentos musicales como piano, guitarra, batería, trompeta, trompa, entre otros, realizo tareas de grabación, mezcla y masterización realizando composiciones para publicidad, televisión y radio. Por toda mi experiencia siempre he valorado el timbre y sus matices, pero han existido ciertos momentos decisivos que posiblemente me han empujado a elegir esta temática de tesis.

El primer momento fue un curso de perfeccionamiento musical en 2001 impartido por algunos ingenieros de Yamaha Music Corporation. En este curso me resultó interesante la gran cantidad de nuevos productos que nos presentaron para modificar el sonido de las trompetas. Después de cobrarlos por ellos, ninguna de las personas allí presentes observó absolutamente ninguna diferencia. La sensación general fue que todo lo que nos presentaron no se sustentaba científicamente, lo que fue bastante revelador para mí.

El segundo momento fue durante mi época como docente de teoría de la música tuve la oportunidad de asistir a otro momento revelador para mí. Tuve el placer de asistir como oyente a unas jornadas formativas impartidas por el Dr. Vicente Liern donde pude apreciar cómo la ciencia había dado explicación a diferentes cuestiones como la cantidad de notas que utiliza el sistema musical, los temperamentos musicales, o a porqué la música étnica era reconocible para los humanos frente a música clásica. Demostrando que todo lo que parecía subjetivo, aleatorio o caprichoso podía explicarse con gran precisión mediante el método científico.

Pero a parte de mi formación como músico existe otro gran campo que con el tiempo me ha apasionado, el de los materiales compuestos. Durante mi trabajo como jefe de departamento de diseño de automóviles de alta gama pude establecer mis primeros contactos con los materiales compuestos, el procesado mediante autoclave, el diseño y fabricación de cientos de componentes de automóvil, y el diseño de moldes y utillajes para los mismos. Durante los años que trabajé allí tuve la oportunidad de afrontar el diseño de piezas sometidas a vibraciones, a esfuerzos dinámicos en las que se hacía esencial evitar resonancias o en las que era necesario el aprovechamiento de estas, por lo que tuve la oportunidad de formarme en esta temática.

En 2014 decidí fundar mi empresa de membranófonos de material composite. Las propiedades inherentes a los composites eran de gran interés ya que se podía establecer el control del material mediante su fabricación. En aquel momento, pude comprobar lo difícil que fue encontrar referencias o estudios sobre el efecto del material del casco. También por otra parte, pude comprobar como bateristas y fabricantes discutían sobre

diversos temas: como por ejemplo el papel del casco, de los materiales, la labor de los luthiers, de los métodos de fabricación y de cientos de otros aspectos sobre los cuales nunca se llegaba a ningún acuerdo. Siempre tuve la certeza de que el casco estaba estrechamente relacionado con los aspectos cualitativos del sonido que la gente valoraba. Así que en 2015 decidí participar en el concurso internacional de Nashville Drum Show, USA. Con unas pocas consideraciones previas de diseño para que membrana y casco estuvieran dentro del mismo rango de frecuencias conseguimos el 2º premio internacional a mejor caja.

Desde entonces he tenido oportunidad de intercambiar impresiones con muchos músicos profesionales. He conocido a los mejores bateristas de este país y he podido observar lo que desean y lo que son capaces de reconocer y valorar en el timbre. Se trata de un mercado con disparidad de opiniones, teorías propias e intuiciones respecto al papel del casco en los membranófonos y especialmente de su material. He podido comprobar de primera mano que los usuarios y los fabricantes, independientemente de su nivel de experiencia, no dominan el papel del casco, su funcionamiento, influencia y relevancia.

Por todo lo expuesto anteriormente me he decidido finalmente por esta temática. Para intentar aportar conocimiento en el funcionamiento real de un membranófono, las posibilidades sonoras que ofrece, e intentar arrojar algo de luz sobre la completa valoración de los argumentos comerciales que hoy en día se manejan en la fabricación de este tipo de instrumentos.

## 1.2. Justificación de la tesis y su interés.

Los fabricantes actuales ofrecen diferentes matices tímbricos, y los vinculan a la acción del material del casco sobre el membranófono. En ocasiones, algunos fabricantes ofrecen a los usuarios la oportunidad de la configuración personalizada de las capas y orientaciones del laminado de madera que conforma el casco indicando posibles cambios en los aspectos cualitativos generales del sonido que generan.

Así como en el caso de los cordófonos es conocido que el material de un Stradivarius es único y generador de valor, en el caso de los membranófonos el papel del material del casco queda difuso y sin una clara vinculación a su acústica. Al analizar la situación actual del mercado, observamos diferencias en precio que no responden a un criterio objetivo vinculado al material. Existen membranófonos fabricados en un único material, y de las mismas características dimensionales, con grandes diferencias de precio entre sí. La tabla 1 muestra las diferencias detalladas entre los valores para cada tipo de material.

Tabla 1. Rango de precios para cajas redoblantes clasificadas por el material de su casco. (precio en €).[1]

Maderas	Cobre	Acero	Latón	Aluminio	Polímero	Composite
77-2156	595-1399	55-822	168-1319	148-1085	420-1290	720-1290

Las diferencias mostradas en la Tabla 1 entre diferentes materiales en membranófonos es muy notoria, aunque a priori cualquier material se presenta como válido para la construcción de cascos. Sin embargo, las diferencias de valor que se observan entre cascos del mismo material son una señal inequívoca de la no existencia de un referente acústico, consecuencia del desconocimiento de la influencia real de este elemento en el instrumento completo.

Las investigaciones anteriores han focalizado sus esfuerzos en el estudio de la membrana, basándose en que ésta es el elemento de oscilación principal y generadora de los mayores niveles de presión sonora. Muchos han considerado el casco un elemento

de soporte, totalmente rígido, sin capacidad de desplazamiento, por lo que los modelos físicos del membranófono no lo contemplan. [2–7]. A nivel experimental, algunos estudios han intentado vincular las propiedades del casco con el espectro final del membranófono completo sin éxito [8], acabando por determinar que la influencia de este elemento es despreciable. Con todo lo expuesto, la controversia del material de fabricación sigue vigente. Los continuos desarrollos se centran en el tipo de material, las diferencias de valor siguen argumentándose en esta línea y los usuarios finales de este tipo de productos desconocen los efectos de la elección del tipo de material del casco en el comportamiento sonoro de los membranófonos. Por ello es importante la identificación de los elementos y/o mecanismos susceptibles de modificar el espectro de la membrana, y la comprensión de la física asociada a estos elementos que conforman un membranófono.

Tradicionalmente, el casco se considera el principal responsable de las modificaciones vibroacústicas en la familia de los membranófonos. Aunque referencias anteriores reconocen la capacidad de este elemento a tal efecto, no se ha profundizado en él. Actualmente no existe una relación directa entre las variables geométricas – mecánicas del casco y los posibles efectos que este puede tener sobre el espectro final.

Es esencial realizar un estudio que permita comprender y/o controlar los efectos de este acoplamiento entre las vibraciones de las diferentes estructuras. Demostrar esta relación y su magnitud puede dar pie a la caracterización acústica controlada del membranófono, lo que supone el control del principal valor añadido del producto.

Esto representa una gran oportunidad para el sector de la manufactura de este tipo de instrumentos por las siguientes razones:

- **Mayor segmentación de mercado.** La posibilidad de ofrecer cualidades sonoras deseadas orientadas a diferentes sectores. Pudiendo identificar los rasgos distintivos deseados para estilos musicales particulares y desarrollar productos que se adapten a diferentes contextos. El control de las cualidades sonoras puede aumentar considerablemente el valor añadido del producto.
- **Capacidad de selección de materiales idóneos.** La capacidad de comprender los efectos sobre la acústica de los diferentes materiales puede suponer un ahorro importante en inversión para los fabricantes. Mientras que los cascos de madera laminada encolada utilizan el moldeo mediante vapor, los composites o los metales utilizan otro tipo de procesos industriales, lo que obliga a los fabricantes a depender de inversiones en diferentes frentes. Se podrían eliminar los materiales que no aportan nada al espectro resultante, e incluso identificar aquellos materiales válidos no utilizados hasta el momento que presenten una buena relación timbre-precio.
- **Sector más especializado.** Encontrar materiales que por sus características productivas y de diseño ofrezcan suficiente variabilidad acústica como para trabajar únicamente con ellos puede hacer que las empresas se especialicen en un único proceso productivo y un tipo de material fácilmente configurable, en vez de varios procesos simultáneamente lo que puede traducirse en mayor eficiencia en la producción.
- **Ahorro directo en costes de producción.** El conocimiento de la influencia de material, su procesado, y los aspectos geométricos permite detectar puntos de diseño óptimos que permiten disminuir los tiempos de producción y la utilización de material por lo que representa una ventaja competitiva al permitir el ahorro en costes de producción. Esto es un aspecto realmente interesante para el sector.
- **Nuevas herramientas de diseño.** Posibilidad de evaluar el comportamiento de los cascos con diferentes materiales y geometrías puede establecer un nuevo criterio de

selección, para que los fabricantes puedan obtener la respuesta acústica deseada con mayor precisión y los usuarios puedan reconocer los efectos de diferentes cascos en el sonido final del membranófono.

### **1.3. Objetivos.**

#### *1.3.1. Objetivo general.*

El objetivo de esta tesis es establecer una vinculación directa entre las características mecánicas y geométricas del casco de un membranófono, y su comportamiento vibratorio final, que permita establecer mecanismos de evaluación y nuevas metodologías de diseño de cascos para membranófonos basados en su espectro resultante. Así, se concretan los siguientes objetivos específicos.

#### *1.3.2. Objetivos específicos.*

Para la consecución del objetivo general de esta tesis, se establecen los siguientes objetivos específicos:

- Profundizar en los métodos de ensayo dinámicos para materiales.
- Valorar la idoneidad de los materiales utilizados actualmente, así como de otros no utilizados hasta el momento.
- Investigar la física vibratoria de los diferentes elementos que conforman un membranófono, entre los que se encuentran las membranas circulares y los sólidos de revolución.
- Analizar el comportamiento modal de cascos sometidos a esfuerzos externos.
- Investigar las transmisiones de esfuerzos entre los diferentes componentes del membranófono, debido a posibles acoplamientos entre membrana y casco.
- Detectar los posibles acoplamientos entre las resonancias del casco y la membrana de un membranófono, su funcionamiento y magnitud.
- Cuantificar la influencia de las resonancias del casco en el espectro generado por las membranas, y describir un modelo que se adapte a su funcionamiento.
- Desarrollar una nueva metodología para predecir el comportamiento del membranófono en función de la geometría y las propiedades mecánicas de su casco.

### **1.4. Organización del documento.**

El presente documento de tesis está dividido en un total de 8 capítulos cuyo contenido se detalla a continuación.

El capítulo 1 presenta las motivaciones y justificaciones que argumentan la realización de esta tesis, así como los objetivos generales y específicos de la misma.

El capítulo 2 describe en el contexto actual de los membranófonos. Se analizan las geometrías y materiales utilizados por los fabricantes actuales más relevantes. También se describe el esquema constructivo de un membranófono enumerando la función de cada uno de sus componentes.

El capítulo 3 se focaliza en la revisión bibliográfica dividida en dos grandes bloques, material y aspectos geométricos. Se aporta conocimiento previo sobre las propiedades de los materiales y sus métodos de caracterización dinámica y, por otra parte, del comportamiento vibratorio de las membranas, de los sólidos cilíndricos que conforman el casco y finalmente, del conjunto que forma el membranófono.

El capítulo 4 trata sobre los aspectos relacionados con la selección de material. Primeramente, se realiza una valoración objetiva de la idoneidad de los materiales usados para la construcción de membranófonos atendiendo a su variabilidad. También se investigan los diferentes métodos no destructivos para caracterización dinámica de materiales, y se propone un nuevo método basado en los modos de vibración que valida experimentalmente con diferentes materiales.

El capítulo 5 analiza la influencia de los aspectos geométricos del casco y su influencia en el comportamiento modal de este. Se evalúan las posibilidades de la utilización de diferentes variables de diseño y se valida experimentalmente.

El capítulo 6 propone un nuevo modelo de comportamiento de los membranófonos basado en los acoplamientos membrana y casco. Atendiendo a las características geométricas y mecánicas reales del casco, descritas por sus números de onda y relación de sus velocidades de onda. El modelo se valida experimentalmente.

El capítulo 7 consiste en la propuesta de una nueva metodología de diseño y evaluación de materiales dedicados a la construcción de membranófonos, basada en las resonancias de membrana y casco y su interacción.

El capítulo 8, hace una valoración las conclusiones generales de la tesis, así como de los posibles trabajos futuros en esta temática.

### **1.5. Producción científica**

Resultados parciales de esta tesis han sido publicados en las siguientes referencias.

- Ibáñez-Arnal, M.; Doménech-Ballester, L.; Sánchez-López, F. A Study of the Dynamic Response of Carbon Fiber Reinforced Epoxy (CFRE) Prepregs for Musical Instrument Manufacturing. *Applied Science*. 2019, 9, 4615.
- Ibáñez-Arnal, M.; Doménech-Ballester, L.; Sánchez-López, F. Manufacturing and Structural Features with Respect to the Modal Behavior of a Carbon Fiber-Reinforced Epoxy Drum Shell. *Materials* 2019, 12, 4069.
- Ibáñez-Arnal, M.; Doménech-Ballester, L.; Sánchez-López, F. Design Methodology and Material Evaluation Criteria for Membranophone Shells. (Enviado para revisión).



## 2. Evolución y estado actual de los membranófonos.

### 2.1. Breve introducción histórica.

El membranófono, recibe su nombre de la clasificación de los instrumentos musicales de Hombostel-Sachs [9]. Esta categorización divide los instrumentos musicales en familias atendiendo a los elementos principales de oscilación, que como el nombre de esta familia indica, es la membrana. Los membranófonos son considerados, después de la propia voz, los instrumentos musicales más antiguos de la historia y se remontan a los mismos principios de la existencia humana, alrededor del año 5000 a.c. [2]. En todo este tiempo han adoptado diferentes papeles en la sociedad, desde comunicativo, religioso e incluso militar [10], actualmente su papel se concentra casi exclusivamente en su dimensión artística.

Se trata de una categoría de instrumentos existente en todas las culturas y en todas las regiones del mundo, que presenta características comunes en todas ellas. Típicamente se presenta como un sistema de una o dos membranas, sobre un elemento sustentador comúnmente llamado casco. Aunque existen excepciones, la inmensa mayoría de los membranófonos se presentan de forma cilíndrica, cónica, y otras geometrías de revolución. Esto es debido a la herencia de la utilización hace miles de años de troncos vaciados de árboles para la fabricación del casco, o en su defecto, de cuencos de barro. Esto ha tenido como consecuencia que, las membranas a su vez se presenten en forma circular.



Figura 1. Membranófonos de diferentes culturas y épocas. (a) Prehistórico de Asia (b) Tambor nativo americano (c) Tamboril Medieval (d) Caja Moderna.

Con la aparición del papel artístico de la música y también de los instrumentos musicales, la respuesta tímbrica pasa a ser un factor muy importante en el desarrollo de instrumentos musicales. Los materiales que los conforman pasan de ser un mero soporte a ser los responsables de la respuesta vibratoria de todos los instrumentos. Muy conocido e investigado es el caso particular de los violines Stradivarius, donde se vinculan sus características sonoras al material y proceso empleado en su fabricación [11–15]. El timbre pasa a ser muy valorado por usuarios, hasta el punto de que el cuarteto de cuerda disponible en la Casa Real Española está valorado en alrededor de los 100 millones de

Euros. Esto pone de manifiesto el potencial del timbre como valor añadido en este tipo de industria.

En el caso de los membranófonos los materiales utilizados no adquieren importancia hasta finales de 1890, cuando empiezan a aparecer los modelos que substituyen la madera, tradicionalmente utilizada hasta ese momento, por un casco de aluminio. Unos años más tarde en 1920, se hace común la utilización del latón con acabados de níquel, pero sin abandonar la madera como material principal. Durante el siglo XX, gran cantidad de materiales se introducen progresivamente para la fabricación de cascos de membranófonos, y actualmente podemos encontrar una oferta absolutamente extensa de materiales. Entre estos materiales encontramos maderas como arce, fresno, caoba, bubinga, cocobolo, entre muchísimas otras. También encontramos cascos fabricados en cobre, latón, bronce, aluminio, aceros, titanio, magnesio, y polímeros como policarbonatos o polímeros reforzados y composites como, por ejemplo, fibra de vidrio, fibra de carbono, Kevlar y aramidas en general.

Con la aparición de la música comercial las características sonoras pasan a ser incluso más relevantes ya que los músicos profesionales establecen una vinculación entre el sonido de los éxitos musicales de los artistas más reconocidos y las características sonoras deseables. Esto hace más relevante el papel del casco ya que se trata de uno de los componentes con menor nivel de estandarización, sobre el que los fabricantes intentan plasmar sus desarrollos e innovaciones con el objetivo de aportar nuevas características sonoras.

## 2.2. Esquema constructivo de un membranófono.

Como se ha descrito anteriormente, un membranófono es un instrumento musical en el que el elemento principal de vibración y, por lo tanto, el que genera oscilaciones de mayor amplitud, es la membrana. En la actualidad, en la gran mayoría de los casos este tipo de instrumentos se presenta con dos membranas situadas en cada uno de los extremos del casco cilíndrico que las soporta. Estas se someten a tensión para obtener los valores de frecuencia deseados por lo que, se hacen necesarios sistemas complementarios que permiten la tensión independiente de cada una de las membranas. La Figura 2 muestra un membranófono típico mostrando los diferentes componentes que lo conforman.

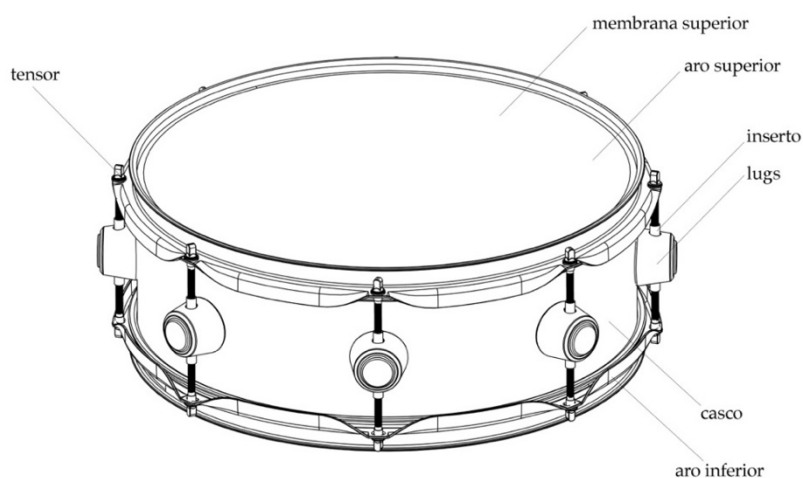




Figura 2. Esquema constructivo de membranófono actual de doble membrana (caja).

Entre los componentes principales de un membranófono actual encontramos:

**Los aros superior e inferior.** La función que desempeñan los aros es la de ejercer un desplazamiento sobre el aro metálico de la membrana, de manera que ésta se vea sometida a una tensión uniforme en toda su superficie. Esto se consigue mediante el apriete de los tensores. Un membranófono actual permite la tensión independiente de cada una de las membranas. Se trata de dos piezas con forma de anillo normalmente fabricadas en aleaciones de zinc y raramente en aluminio y maderas. Atendiendo al proceso de fabricación podemos encontrar aros fabricados por procesos de deformación plástica como embutición, doblado y corte (espesores entre 1,6-2,3 mm) o también fabricados mediante procesos de fundición (espesores  $> 3,2$  mm). Los aros se encuentran comúnmente en diámetros enteros estandarizados de entre 6" y 26" aunque existen de mayor tamaño para membranófonos específicos de uso orquestal. Se presentan con perforaciones preparadas para recibir los tensores, comúnmente entre 6 y 10 perforaciones, para membranófonos de tamaño medio y grande. No obstante, en función del tamaño del membranófono podemos encontrar con más perforaciones e incluso con ninguna perforación para instrumentos más antiguos.

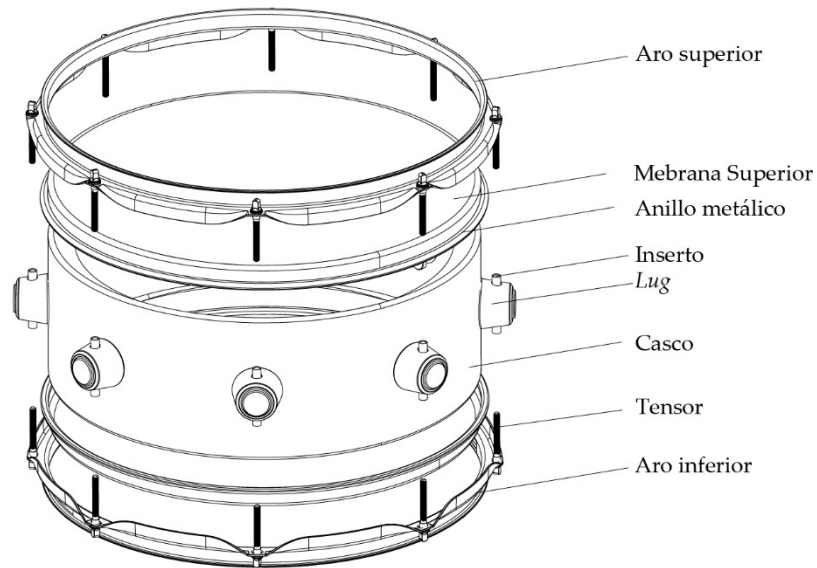


Figura 3. Esquema de montaje de un membranófono doble (caja) estándar.

**Las membranas.** La función de las membranas difiere para el caso de la superior y la inferior. La membrana superior es la membrana que recibe los impactos de las baquetas en la ejecución realizada por los músicos, de manera que gran parte del espectro resultante del membranófono pertenece a ésta. Por otra parte, la membrana inferior se ve excitada por las vibraciones transmitidas a través del aire contenido dentro del instrumento. Antiguamente fabricadas en piel de animales, actualmente las encontramos en la gran mayoría de los casos en material polímero. Los fabricantes de membranas utilizan Mylar (PET) [16] para mediante termoformado obtener la geometría principal de la membrana. Tal y como se observa en la Figura 3, este proceso genera un radio que apoya posteriormente en el casco, permitiendo a la membrana deslizarse sobre

el borde de éste. En general las membranas se presentan en espesores bajos  $\ll 1\text{mm}$ , y están finalizadas con un aro metálico unido mediante adhesivo al final del disco termoformado de Mylar. Este anillo es sobre el que se aplica la tensión de los aros cuando estos se desplazan por el efecto de los tensores. Al igual que los aros, las membranas se presentan en diámetros enteros de entre 6" y 26" aunque existen de mayor tamaño en función del tipo de instrumento (hasta 40").

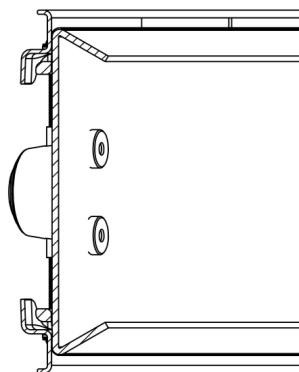


Figura 4. Sección diametral del membranófono. La membrana se desliza sobre el casco al ser tensionada por el aro. El aro y el anillo de la membrana están en contacto.

**Los lugs.** La función de los *lugs* es la de soportar los esfuerzos provenientes del tensado de la membrana a través de los tensores. Cada uno de los tensores se une a las bellotas mediante un inserto roscado normalmente fabricado de latón o acero. Conocidos comúnmente como bellotas, son junto con el casco los elementos más personalizables que encontramos en un membranófono. Cada fabricante utiliza estos elementos para dotar de identidad de marca al instrumento musical por lo que existen tantos tipos como fabricantes. Los encontramos en diferentes materiales siendo los más utilizados el aluminio, latón, aleaciones de zinc como *zamak* y acero. Suelen producirse mediante métodos de moldeo por inyección de metales o mediante técnicas de mecanizado. Se sitúan sobre el casco y se sujetan a éste mediante tornillería por lo que la unión entre ambos elementos es solidaria.



Figura 5. Sistema "Free Floating" the Pearl Drums [17]. El aro auxiliar permite soportar las tensiones provenientes de las membranas sin perforar o ejercer tensiones externas sobre el casco.

Aunque la utilización de los *lugs* es la más extendida entre los fabricantes, existen algunos sistemas que permiten el montaje de un membranófono sin recurrir a la perforación del casco y, por lo tanto, sin ejercer tensiones sobre éste permitiéndole vibrar libremente. Un ejemplo es el que se observa en la Figura 5 donde el aro auxiliar se

encarga de soportar las tensiones de cada una de las membranas, por lo que se hace innecesaria la utilización de *lugs*, u otros elementos. El casco queda libre de perforaciones, tensiones externas de las bellotas y elementos de tornillería que puedan influir en la libertad de oscilación de las paredes del casco.

**Los tensores.** La función de los tensores es la de aplicar un desplazamiento regulable sobre los aros superior e inferior, generando tensión en las membranas y por lo tanto regulando sus frecuencias de resonancia. Son los elementos de tornillería que unen el aro superior e inferior con cada una de los *lugs*. Normalmente están producidos mediante moldeado en frío de metales como aluminio. Se encuentran en longitudes que oscilan entre 27 y 140 mm y en diferentes métricas siendo las más extendida 7/32" aunque algunas marcas utilizan M5 y M6. Como característica particular, la cabeza de estos elementos de tornillería es cuadrada debiendo ser roscada mediante llaves especiales para este tipo de instrumentos.

**El casco.** La función principal del casco es la de soportar ambas membranas y generar junto a éstas una cavidad o pistón de aire que permita los acoplamientos entre la superior y la inferior. Además, es muy común que los fabricantes atribuyan al material y dimensiones del casco la capacidad de influir sobre el espectro final del instrumento. Se trata de un cuerpo normalmente de aspecto cilíndrico, aunque como se observa en la Figura 1, también los encontramos con otras geometrías de revolución. El casco se encuentra en infinidad de materiales diferentes y los fabricantes suelen adjudicar las diferencias de los matices tímbricos de los membranófonos al material de éste. La noción de este efecto ha sido reconocida por investigaciones anteriores [2] aunque su papel no ha sido estudiado en profundidad. Los encontramos en medidas muy variadas, siempre adaptándose a los diámetros existentes en las membranas y aros, con alturas que pueden oscilar entre 3"-20" dependiendo de la tipología y fabricante del membranófono. Los espesores van ligados a las características geométricas y a la elección de material. En metales y composites es común encontrar espesores que oscilan entre 1mm – 3mm, mientras que, en maderas o polímeros los espesores suelen encontrarse sobre los 7,5mm para cascos laminados, e incluso hasta 22 mm en cascos de construcción sólida, aunque estos valores son solo de referencia ya que cada fabricante opta por diferentes espesores y geometrías. En algunos casos, los cascos suelen presentar una o más perforaciones en su superficie. Estas se realizan para permitir escapar el aire interno del membranófono permitiendo la rápida deformación de la membrana superior al ser impactada, y por lo tanto la excitación de los modos de vibración fundamentales, responsables de la emisión de las frecuencias más graves.

### 2.3. Características geométricas del casco.

Aunque es común relacionar el casco con un elemento puramente cilíndrico, éstos suelen presentar variaciones geométricas (independientemente del diámetro y altura), en función del material utilizado en su construcción y del criterio del fabricante. Estas pequeñas variaciones en la gran mayoría de casos tienen como objetivo reforzar estructuralmente zonas sometidas a tensiones permitiendo recurrir a espesores menores, aligerando el casco y por lo tanto el membranófono.

A continuación, se presentan geometrías típicas para diferentes cascos y tipos de material, que difieren considerablemente del cilindro ideal:

**Construcción en metales.** Debido a su elevada densidad, la construcción con este tipo de materiales se basa en minimizar el volumen, por lo que se recurren a espesores bajos. Cuando los espesores son cercanos a 1mm la rigidez a flexión del casco es

insuficiente para soportar las tensiones a las que se ve sometido por lo que se integran elementos que aumentan el momento de inercia del casco, como pliegues o nervaduras, como puede observarse en la Figura 6 y la Figura 7.

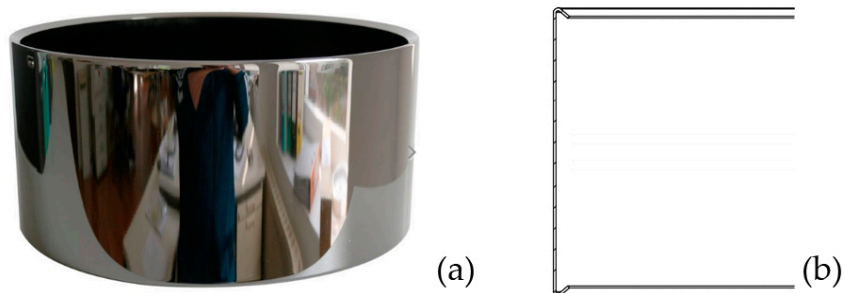


Figura 6. Construcción de cascos de metal con pliegues en los bordes. (a) Casco de acero (b) Sección diametral del casco.

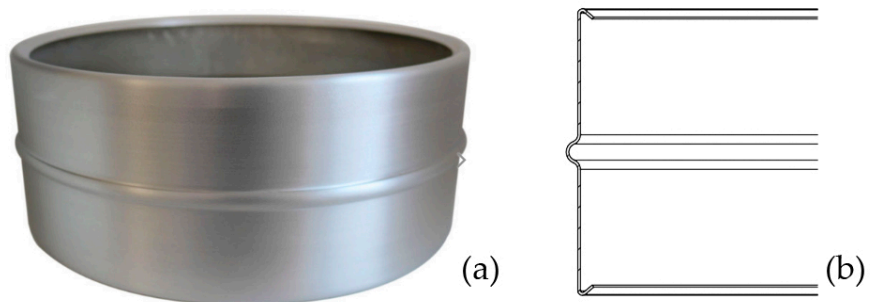


Figura 7. Construcción de cascos de metal con nervadura central y pliegues en los bordes del cilindro. (a) Casco de aluminio (b) Sección diametral del casco.

Para espesores mayores, los cascos metálicos pueden encontrarse también como un cilindro puro.

**Construcción en composites.** Por razones similares a las que obligan a variar la geometría en metales, los materiales compuestos de bajo espesor ( $\pm 1\text{mm}$ ) utilizan los mismos recursos estructurales pero adaptados a las características inherentes al proceso productivo del composite, visibles en la Figura 8. También podemos encontrarlos con forma cilíndrica ideal, aunque con espesores superiores ( $>3\text{mm}$ ).

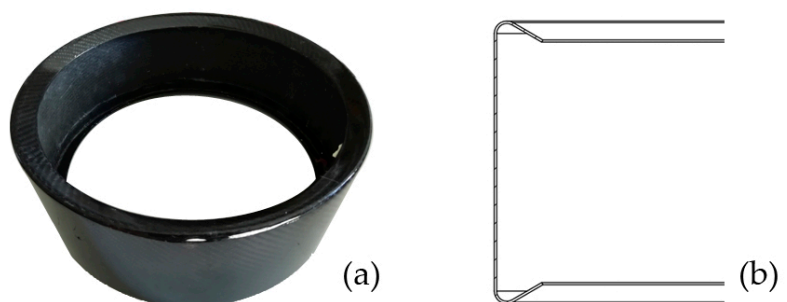


Figura 8. Construcción en cascos de materiales compuestos con pliegues y radios pronunciados en los bordes del cilindro. (a) Casco de Fibra de Carbono reforzada con Epoxi [18] (b) Sección diametral del casco.

**Construcción en madera.** Los cascos de madera se presentan en dos modos de producción diferentes. Los primeros los fabricados mediante láminas de madera curvada y encolada mediante prensa, y los siguientes mediante construcción *stave* o sólida. En el primer tipo de cascos es normal encontrar geometrías que corresponden a un cilindro ideal de entre 4 y 11mm de espesor, aunque en ocasiones se recurre a refuerzos estructurales internos como los que muestra la Figura 9. En el caso de la construcción sólida o mediante *staves* también podemos encontrarlos en forma de cilindro ideal, o reforzados, aunque en rangos de espesor superiores (11-22mm). Por lo general suelen tratarse de cascos en los que se asume un peso elevado.

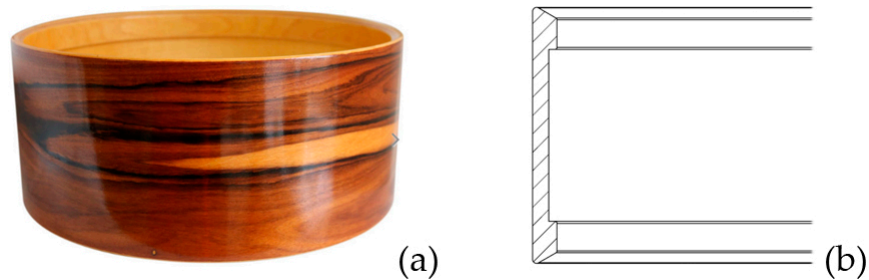


Figura 9. Construcción característica de los cascos fabricados en madera. (a) Casco de madera laminada con aros de refuerzo (b) Sección diametral del casco.

#### 2.4. Características geométricas de las membranas.

Las membranas actuales se presentan como una geometría de revolución de entre 6" - 40", obtenida mediante el termoconformado de una lámina de Mylar unida a un aro metálico, tal y como se puede observar en la Figura 10 y la Figura 11. Aunque comúnmente esta ha sido siempre representada como un disco circular ideal [2,5,19] en realidad consiste en una superficie plana circular acabada con un radio que permite a la membrana adaptarse correctamente al borde del casco, tal y como se ha descrito en la sección 2.2. La Figura 10 muestra una membrana de Mylar actual.



Figura 10. Membrana de 14" de Remo Drumheads (USA). La pieza termoformada de Mylar está unida mediante adhesivo al aro metálico exterior.

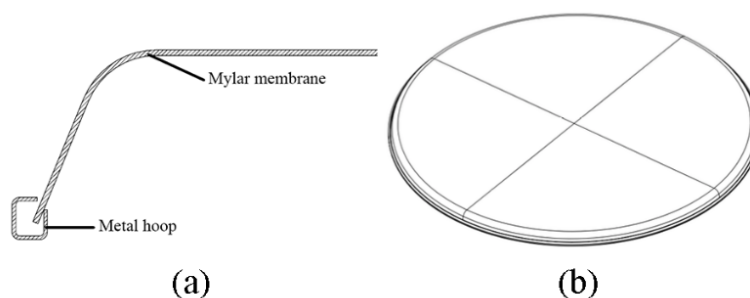


Figura 11. (a) Detalle de la sección del borde de la membrana y el aro metálico externo  
(b) Perspectiva de la geometría básica de una membrana actual.

## 2.5. Clasificación de fabricantes más relevantes y materiales utilizados en la manufactura de membranófonos.

### 2.5.1. Fabricación de membranas. Materiales y geometrías.

Las membranas actuales presentan un gran nivel de estandarización, tanto en material como en geometría. Además de disponer de dimensiones de valores enteros (al igual que los aros) entre 6" – 40", la oferta mundial de membranas pasa por tres fabricantes principales. Estos son Remo Drumheads [20], Evans Drumheads [21], y en menor medida Aquarian Drumheads [22].

Las diferencias entre los principales fabricantes de membranas son mínimas. Esto es debido a que todos ellos utilizan (salvo rarísimas excepciones) el Tereftalato de Polietileno (PET) con nombre comercial Mylar como material de fabricación. Además, también utilizan como materia prima láminas de espesores estandarizados de (3,5,7,10,14 milésimas de pulgada) mediante los cuales se generan combinaciones de varias capas que permiten obtener los diferentes espesores de membrana. La Tabla 2 muestra una relación de los espesores para los modelos y fabricantes más representativos en la actualidad.

Tabla 2. Características de los principales fabricantes y modelos de membranas en la actualidad.

Fabricante	Serie	Espesor (mm)
<b>Remo Drumheads</b>	Power Sonic	0,3048
	Pinstripe	0,3556
	Power Stroke P3 X	0,3556
	Power Stroke	0,3556
	Controlled Sound	0,381
	Emperor	0,381
	Controlled Sound X	0,4318
	Emperor X	0,508
	Diplomat	0,19
	Ambassador	0,33
	Power Stroke P3	0,508
<b>Evans Drumheads</b>	Genera	0,254
	Heavy Weight	0,508
	EC Snare Batter	0,3556
	EC1	0,3556
	Onyx	0,381
	ST	0,381
	HD	0,3175
	Caftone	0,1778
	Power Center	0,254
	G14	0,3556
	G2	0,3556
	Hazy	0,05-0,127
	UV2	0,3556
	G1	0,254
<b>Aquarian Drumheads</b>	High Frequency	0,1778
	Classic Clear	0,254
	Modern Vintage	0,1778
	Focus- X	0,254
	Studio-X	0,254
	Super-2	0,3048
	Response-2	0,3556
	Modern Vintage II	0,3556
	Reflector	0,4318
	Force Ten	0,508
	Concert 5	0,127
	Triple Threat	0,5334
	Hi-Impact	0,508

### 2.5.2. Fabricantes de cascos. Materiales utilizados.

Existen cientos de compañías multinacionales dedicadas a la fabricación de membranófonos, así como también miles de pequeños fabricantes y luthieres en todo el mundo. Como se describe posteriormente en el capítulo 2.6, debido a la relación que los fabricantes establecen entre el material del casco y su comportamiento vibratorio la oferta de materiales para la mayoría de ellos es extensa, abarcando gran cantidad de materiales y procesos de fabricación diferentes como demuestra la Tabla 3.

Tabla 3. Lista de los materiales utilizados en la fabricación de cascos por los fabricantes más relevantes a 2019.

		Drum Workshop [23]	Grestch Drums [24]	Pearl Drums [25]	Ludwig Drums [26]	Tama [27]	Noble & Cooley [28]	SJC Custom Drums [29]	Trick Drums [30]	Yamaha Corporation [31]	Mapex Drums [32]	Sonor Drums [33]	Dunnet Cl. Drums [34]
Maderas	Arce		X	X	X	X	X			X	X	X	
	Haya		X				X					X	
	Zebrano					X							
	Árbol del tulipán						X						
	Bubinga					X							
	Gumwood		X	X									
	Fresno						X						
	Palo Rosa		X									X	
	Nogal	X	X			X	X				X		X
	Roble	X					X			X			
	Cerezo	X					X				X		
	Abedul	X		X		X				X	X	X	
	Caoba	X	X	X		X	X				X		
	Híbridos	X	X	X		X					X	X	X
	Álamo		X								X		
Metales	Acero	X	X	X	X	X		X		X	X	X	
	Cobre		X	X	X	X	X	X	X	X			
	Latón	X	X	X	X	X		X	X	X	X		
	Aluminio	X	X	X	X	X	X	X	X	X			
	Bronce	X	X	X	X	X						X	
	Titanio	X						X	X				X
	Magnesio												X
Polímeros	Fibra de Vidrio			X									
	Fibra de Carbono	X		X									X
	Policarbonato	X										X	
	Cemento	X											



## 2.6. Aspectos cualitativos del sonido asociados al casco y su material.

Como se ha introducido en la sección 2.2 en la definición de la función del casco, los fabricantes atribuyen a éste y especialmente a su material la capacidad de influir sobre los aspectos cualitativos del membranófono. No obstante, el papel del material es confuso y contradictorio. Esto puede comprobarse si analizamos los aspectos cualitativos que los fabricantes describen y asocian a los diferentes materiales de los cascos de sus productos. Un ejemplo ilustrativo lo encontramos en el caso de los cascos de madera como el arce (*maple*):

- Drums Workshop: *...produces maximum resonance, projection and attack.*
- Tama Drums: *Traditional Maple shells generally sound bright and open...*
- Pearl Drums: *...balanced tonal combination of powerful midrange and smooth resonant ... reacts quickly to the stroke, producing beautifully resonant highs and thundering lows...*
- Yamaha: *...clear tone ... delivers a drum tone that plays rich and clear across the full dynamic range*
- Sonor Drums: *Maple offers a mellow, warm and very balanced full tone providing low frequency punch and a mixed balance of mids and highs.*

Como se puede observar no hay concordancia en las descripciones que los principales fabricantes hacen sobre un mismo material. Mientras algunos fabricantes asocian las propiedades del arce a máxima resonancia, proyección y ataque, otros lo describen con términos como suave, cálido y equilibrado. También se describe por algunos fabricantes como potenciador de medios tonos, mientras otros lo describe como brillante y abierto, calificativos que evocan al potenciamiento de altas frecuencias. Estas contradicciones se repiten en otras maderas como es el caso del abedul, e incluso en los polímeros. En el caso de los metales los fabricantes no especifican diferencias significativas entre acero, latón, cobre u otros, por lo que se le resta importancia a la contribución del casco.

Pero además en ocasiones, también se da el caso contrario donde observamos cómo descripciones cualitativas de materiales diferentes concuerdan, por lo que se atribuyen características sonoras equivalentes a materiales diferentes.

El fabricante "Sonor" describe las características sonoras de la caoba como *"...Smooth and rich midrange with warm lows... Mahogany is a very resonant wood type with a vintage tone character"*. Una descripción que concuerda perfectamente con la descrita por Pearl Drums para el arce: *"...of powerful midrange and smooth resonant..."*.

Parece innegable que con todo lo expuesto anteriormente se puede determinar que existe incerteza por parte de los fabricantes sobre el papel de los materiales utilizados en la fabricación de cascos para membranófonos.

Si vinculamos las cualidades del sonido reconocidas de tono, intensidad, timbre y duración con los adjetivos utilizados por los fabricantes vemos sobre todo calificativos relacionados con las cualidades de intensidad y timbre, los cuales se relacionan a nivel físico con los niveles de presión sonora y el espectro respectivamente.

- Relacionados con timbre (espectro) encontramos: *bright, open, resonant highs, rich, mellow, balanced, warm.*
- Relacionados con intensidad (niveles de presión sonora): *máximum resonance, projection, attack, powerful, punch.*

Los calificativos relacionados con el tono y duración del sonido son casi inexistentes. En el primer caso parece lógico debido a que al tratarse de un instrumento no armónico la sensación tonal es inapreciable en la gran mayoría de casos. En el caso de la duración,

relacionada con el *decay time*, o tiempo de relajación de la oscilación, vinculado a los mecanismos de disipación de energía de la vibración no se encuentra ninguna referencia a fabricantes que consideren que el casco pueda tener algún papel notorio a tal efecto.

El uso de estos calificativos tan amplios casi siempre en sentido figurado podría ser un intento aproximado dotar de atributos a los matices tímbricos que los materiales del casco aportan, aunque cómo hemos visto en las propias páginas web de los fabricantes no existen datos objetivos sobre los mismos.

## 3. Revisión Bibliográfica.

### 3.1. Resonancias, modos de vibración y su relevancia en el análisis de instrumentos musicales

Son muchas las investigaciones existentes que relacionan los aspectos mecánicos y geométricos con la acústica de diferentes tipologías de instrumentos musicales. Todas ellas están motivadas por un interés común, controlar su acústica.

Tradicionalmente material y acústica han presentado un fuerte vínculo, muy extendido y conocido por la sociedad, donde fabricantes y luthieres han desempeñado una tarea esencial de innovación mediante el criterio de selección del material y desarrollo de geometrías que les han permitido obtener, mediante ensayo-error, diferenciación acústica. Estas han llegado en ocasiones a ser valoradas por varias generaciones de músicos, como ilustran los conocidos casos de los Stradivarius y los Guarneri de Cremona.

Aunque las familias de instrumentos pueden distar mucho entre sí a nivel formal, el objetivo común de las investigaciones es el de aportar herramientas certeras y conocimiento científico sobre la influencia que material y geometría [6,35–37] pueden tener en el comportamiento vibratorio de diferentes sólidos integrantes de los instrumentos musicales.

Según la clasificación de las familias de instrumentos, basada en el elemento principal de vibración, de Hombostel-Sachs [9] estas familias se clasifican en: Cordófonos, Idiófonos, Membranófonos, Aerófonos y Electrofonos.

Entre algunos conocidos cordófonos, encontramos la familia de cuerda frotada: violín, viola, violoncello, contrabajo; la de cuerda pulsada: guitarra y similares; y los de cuerda percutida como el piano.

Aunque con sus diferencias, toda esta familia presenta en común la utilización de cuerdas como elemento principal de vibración. Entre los rasgos comunes que encontramos dentro de esta familia, se encuentra la utilización de cavidades resonantes que mediante el aire y material de estas consiguen potenciar los niveles de presión sonora que la cuerda por sí misma es incapaz de generar. Es por ello por lo que las investigaciones se centran en este elemento secundario de resonancia y en la interacción de las cuerdas con este.

Para la detección de las resonancias que permiten la acumulación de energía de vibración, y por lo tanto las frecuencias que mayor nivel de presión sonora pueden acumular, existen estudios que analizan las frecuencias naturales y modos de vibración de diferentes violines [11,15,38–41] y otros centrados en la influencia del material [42–45]. También encontramos investigaciones dedicadas al efecto equivalente en guitarras donde se hace esencial tanto geometría [46–49] como material [37,50–52], así como la interacción entre las cuerdas con otros elementos que conforman el cordófono [53–59]. Algunas investigaciones establecen criterios para la sustitución de los materiales tradicionales por otros más sostenibles como los bio-composites [60–63]. En menor medida pero basado en criterios similares encontramos investigaciones sobre el piano [64–66], donde se analizan modos de vibración, patrones de radiación sonora y comportamiento no lineal en la propia estructura resonante del piano.

En el caso de los idiófonos, en los cuales el elemento principal de vibración es el propio sólido objeto de estudio, es si cabe todavía más importante la obtención y detección de las resonancias de estos, puesto que definen de forma directa el espectro final del instrumento. Encontramos estudios que se focalizan tanto en la geometría [67–70] de las barras que conforman el xilófono, como en el material de éste [68,69,71–74].

Existen otros ejemplos como las investigaciones de la influencia del material y el procesado en los *Steelpans* o *Steel Drum* típicos del caribe [75–77] u otros instrumentos de percusión como gongs y platos [78–82].

La familia de los aerófonos también ha sido objeto de estudio y aunque en este caso no se le atribuye un papel primordial al material o geometría del instrumento en sí mismo, sí que se han realizado investigaciones sobre el efecto de las boquillas y cañas de estos, elementos que generan en primera instancia la oscilación que luego se transmite a la cavidad de aire interna. Entre estos estudios encontramos ejemplos, como los realizados sobre el clarinete o saxofón [83–87] o la trompeta [88–90]. Estos representan solo unos pocos ejemplos, ya que existen numerosos trabajos que concentran estudios detallados de todos los instrumentos musicales de viento [2,7].

En el caso que nos ocupa, el de los membranófonos, las investigaciones se han centrado especialmente en las membranas ya que son estas el principal elemento de oscilación y las responsables principales del espectro resultante. Encontramos entre los primeros estudios sobre estos instrumentos los realizados por Rossing [19], donde se abarcan los aspectos modales de las membranas ideales y la transmisión de esfuerzos de vibración al casco [91] así como el *damping* de los mismos. A partir de estos primeros estudios encontramos gran cantidad de investigaciones centradas en la física de muchos otros membranófonos de carácter étnico [8,92–95].

El estudio de diversos aspectos de las membranas ha focalizado la mayoría del esfuerzo de las investigaciones. Por ejemplo, encontramos investigaciones sobre la interacción músico, baqueta y membrana [96] los posibles errores en la afinación de las mismas [97,98] o los efectos no lineales en estas [99], siempre desde el punto de vista modal. A nivel de geometría encontramos estudios sobre el efecto de la altura del cilindro que conforma el casco de un membranófono en el acoplamiento modal entre la membrana superior e inferior [100].

En cuanto a los elementos resonantes como el casco, se determina que las vibraciones de éste en los membranófonos son de influencia casi despreciable aunque son detectables mediante interferometría holográfica [3]. Es por esto, que los estudios posteriores han considerado a éste un elemento rígido que no participa de los acoplamientos y sobre el cual no es necesario tener en cuenta la caracterización de su material, como demuestran los estudios realizados donde se considera el casco como un elemento rígido [5,101], o las conclusiones en las que se afirma que el papel del casco es despreciable [6]. En la actualidad no existen estudios sobre la interacción membrana-casco ni de la influencia de las propiedades mecánicas y geométricas del casco en el comportamiento modal de las membranas, así como de las posibles variaciones sonoras que estos efectos pudieran producir.

Se excluyen de esta revisión bibliográfica los electrófonos, ya que estos generan la onda resultante por medios electrónicos y no son susceptibles de modificaciones de espectro por los mecanismos anteriormente descritos.

Como se puede observar, el análisis de modos de vibración y sus frecuencias de resonancia por diferentes métodos es una herramienta indispensable en las investigaciones sobre el comportamiento acústico y vibratorio de los instrumentos musicales. Pese a las diferencias que presentan las familias de instrumentos musicales entre sí, todos los elementos resonantes presentan una relación común con su geometría y material, como se puede observar al estudiar las geometrías típicas de los instrumentos como como cuerdas, membranas, barras, placas y cascos (*shells*) sobre los que se pueden determinar las frecuencias de resonancia [2,7,102].

De todos estos estudios, se puede determinar que las frecuencias de resonancia  $f_r$  de cualquier sólido sujeto a cualquier condición de contorno pueden descomponerse como:

$$f_r = kc \quad (1)$$

Donde  $k$  representa un factor que comprende las características geométricas y modales del sólido, equivalente al número de onda, y  $c$  corresponde a la velocidad de propagación de onda, la cual está relacionada directamente con las propiedades mecánicas del material que conforma el sólido.

Puesto que tanto la geometría como el material tienen la capacidad de influir sobre las resonancias de cualquier sólido y por consiguiente de los elementos integrantes de un membranófono, es esencial realizar una revisión bibliográfica en dos bloques diferenciados. Un primer bloque, focalizado en las propiedades mecánicas de los materiales, y otro, centrado en los aspectos modales y geométricos de los elementos integrantes de un membranófono.

Como puede demostrarse, los aspectos relativos al material, y los relativos a la geometría, pueden ser estudiados independientemente. La demostración de esta afirmación puede extraerse a nivel conceptual del propio cálculo de los frecuencias propias, planteando la ecuación para un desplazamiento  $u$  [103]:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{u}\} + [\mathbf{K}]\{u\} = \{0\} \quad (2)$$

En el caso de materiales homogéneos tanto para membrana como para casco, extrayendo la densidad  $\rho$  de la matriz de masas  $[\mathbf{M}]$  y el módulo de Young  $E$  de la matriz rigidez  $[\mathbf{K}]$ , podemos expresar la ecuación como:

$$\rho[\mathbf{V}]\{\ddot{u}\} + E[\mathbf{J}]\{u\} = \{0\} \quad (3)$$

donde  $[\mathbf{V}]$  es la matriz de volúmenes y  $[\mathbf{J}]$  la matriz conformidad.  
Por lo que:

$$\{\ddot{u}\} = -\frac{E}{\rho}[\mathbf{J}]\{u\}[\mathbf{V}]^{-1} \quad (4)$$

sabiendo que  $E/\rho$  es equivalente al cuadrado de la velocidad de propagación de onda  $c^2$  del material y desarrollando  $\ddot{u}$  obtenemos la siguiente ecuación:

$$\omega^2\{u\} = -c^2[\mathbf{J}]\{u\}[\mathbf{V}]^{-1} \quad (5)$$

Donde  $\omega^2$  es autovalor de  $(-c^2[\mathbf{J}][\mathbf{V}]^{-1})$  asociado al autovector  $\{\emptyset\}_i$  para el modo de vibración  $i$ .

$$\omega^2\{\emptyset\}_i = -c^2[\mathbf{J}][\mathbf{V}]^{-1}\{\emptyset\}_i \quad (6)$$

Esto demuestra a nivel conceptual que el valor de  $c$  no afecta a la forma de los autovectores, sino únicamente a los autovalores, es decir, las frecuencias. De forma que cualquier modificación de las características mecánico-físicas del material implica cambios en las frecuencias de resonancia, sin por ello afectar a las características particulares geométricas del modo de vibración  $i$ . Por lo que material y modos de vibración pueden ser estudiados independientemente.

### 3.2. Propiedades mecánicas de los materiales.

#### 3.2.1. Propiedades elásticas.

##### 3.2.1.1. Módulo de Young

El módulo de Young o módulo de elasticidad  $E$  se define como la relación del esfuerzo  $\sigma$  sobre la deformación unitaria  $\varepsilon$  en la región elástica.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (7)$$

Puesto que la deformación ingenieril es adimensional,  $E$  tiene las mismas unidades que el esfuerzo. El módulo de elasticidad es la pendiente de la porción elástica de la curva y por lo tanto, indica la rigidez del material. Cuanto mayor sea el módulo de elasticidad, mayor será la carga requerida para estirar una probeta en la misma extensión y, por consiguiente, más rígido será el material.

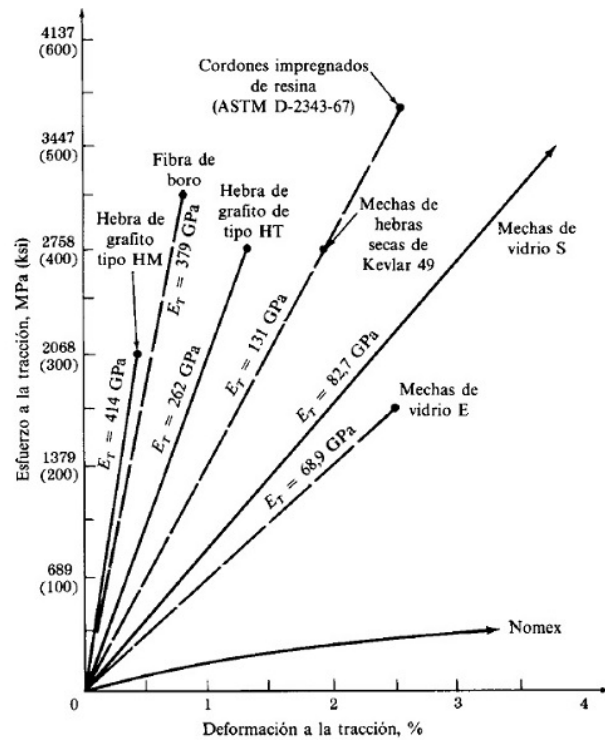


Figura 12. Diagramas tensión-deformación para diferentes materiales [104].

##### 3.2.1.2. Relación de Poisson.

La elongación de la probeta bajo tensión está acompañada de contracción lateral, este efecto puede observarse fácilmente al estirar una banda de goma. El valor absoluto de la relación de la deformación lateral  $\varepsilon_{lat}$  sobre la deformación longitudinal  $\varepsilon_{long}$  se conoce como relación de Poisson (o módulo de Poisson) y se denota con el símbolo  $\nu$ .

$$\nu = \frac{\varepsilon_{lat}}{\varepsilon_{long}} \quad (8)$$

El coeficiente de Poisson se puede expresar como relación del módulo de Young  $E$  con el módulo de cizalladura  $G$ :

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1 \quad (9)$$

por lo que:

$$G = \frac{E}{2(1-\nu)} \quad (10)$$

### 3.2.1.3. Densidad

La densidad  $\rho$  es la magnitud que expresa la relación entre la masa  $m$  y el volumen  $V$  de una sustancia u sólido:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (11)$$

### 3.2.2. Transmisión de vibraciones en sólidos elásticos.

Como la Ecuación (1) muestra, las resonancias se pueden expresar como un producto de la velocidad de propagación y los aspectos geométricos (número de onda) del sólido en vibración. En este apartado se tratan los aspectos elásticos del material y su relación con la velocidad de propagación, o velocidad del sonido del material.

Existen diferentes tipos de propagación de onda a través de un sólido. En función de la dirección de oscilación podemos clasificarlas en longitudinales y transversales. Como la Figura 13 muestra, las ondas longitudinales generan oscilación del material en la misma dirección que la propagación de esta, mientras que las ondas transversales oscilan en la dirección perpendicular a la dirección de propagación del esfuerzo.

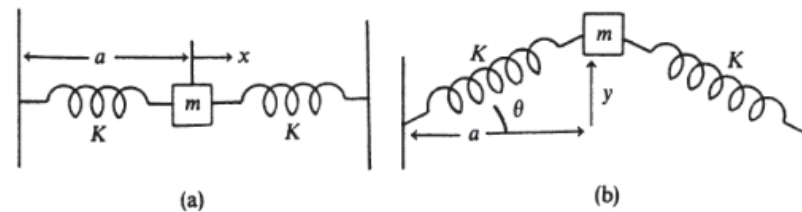


Figura 13. Diferentes tipos de oscilación en sistema muelle-masa. (a) longitudinal (b) transversal [2].

Las diferencias presentes entre los dos tipos de oscilación, y su transmisión de esfuerzos obliga a establecer diferencias en el estudio de su velocidad de propagación de onda.

#### 3.2.2.1. Velocidad de propagación de onda longitudinal (compresiva)

La velocidad de transmisión de ondas longitudinales o compresivas es dependiente de los aspectos geométricos del sólido a través del cual se transmiten, se puede definir en función de las propiedades elásticas del material o medio a través del cual se propagan [102]:

Para barras esbeltas homogéneas:

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (12)$$

Para placas delgadas homogéneas:

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (13)$$

Para medio infinito homogéneo:

$$c_L = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1-2\nu)(1+\nu)}} \quad (14)$$

donde  $E$  es el módulo de Young,  $\rho$  es la densidad y  $\nu$  es el coeficiente de Poisson.

Estas diferencias en la velocidad de propagación longitudinal en diferentes geometrías vienen dadas por la transmisión de esfuerzos. La leve expansión lateral que acompaña a la compresión longitudinal en el plano de una placa que se muestra en la Figura 14, hace que aparezca una rigidez adicional que hace variar la velocidad de propagación como muestra la Ecuación (13).

Las ondas longitudinales puras solo pueden darse en medios en los que las dimensiones del medio sean mayores que la longitud de onda de la vibración. En este caso, representado en la Ecuación (14) la longitud es ligeramente menor que para el caso de barras o placas.

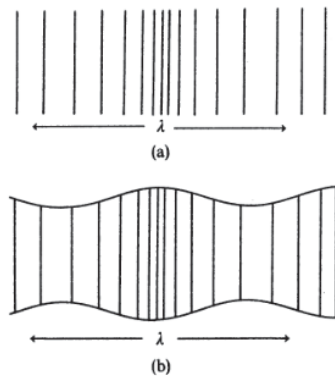


Figura 14. (a) Onda longitudinal pura en un medio infinito (b) Onda cuasi-longitudinal en barras o placas [2].

### 3.2.2.2. Velocidad de propagación de ondas transversales

Las ondas transversales son aquellas en las que la dirección de oscilación es perpendicular a la dirección de propagación. La velocidad de estas ondas  $c_T$  es aproximadamente un 60% menor que la de las ondas longitudinales o compresivas y en el caso particular de las barras de sección circular es equivalente a la velocidad de las ondas torsionales, que no son objeto de estudio en esta tesis.

$$c_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \quad (15)$$



donde  $G$  es el módulo de cizalladura y  $\rho$  es la densidad.

A diferencia de las ondas longitudinales, las ondas transversales son independientes de las características geométricas del medio en el que se propagan. Como la Ecuación (15) muestra, se puede expresar en función del módulo de elasticidad  $E$ , siempre que el medio sea isótropo.

La relación entre las velocidades de propagación  $c_L$  y  $c_T$  es constante para valores típicos de  $\nu = 0.3$  como se puede observar:

$$\frac{c_T}{c_L} = \frac{1}{\sqrt{2(1+\nu)}} \approx 0.62 \quad (16)$$

Tabla 4. Propiedades elásticas y velocidad de propagación longitudinal típica para diferentes materiales

Material	Densidad $\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	Módulo de Young $E$ (N/m <sup>2</sup> )	Coefficiente de Poisson $\nu$	Velocidad de propagación $c_L$ (m/s)
Aluminio	2700	7,2E+10	0,34	5200
Plomo	11300	1,7E+10	0,43	1250
Hierro	7800	2,0E+11	0,3	5050
Acero	7800	2,1E+11	0,31	5100
Magnesio	1740	4,3E+10	0,29	5000
Latón	8500	9,5E+10	0,33	3200
Estaño	7280	4,0E+09	0,39	2780
Cemento*	2400	2,8E+10	0,25	3400
Vidrio*	2400	6,0E+10	0,24	5000

Las propiedades marcadas con \* pueden variar considerablemente.

La Tabla 4 muestra los valores típicos para las propiedades elásticas de algunos materiales, así como la velocidad de propagación longitudinal de onda. Una relación de las velocidades de onda de todas las familias de materiales se puede observar en la Figura 15.

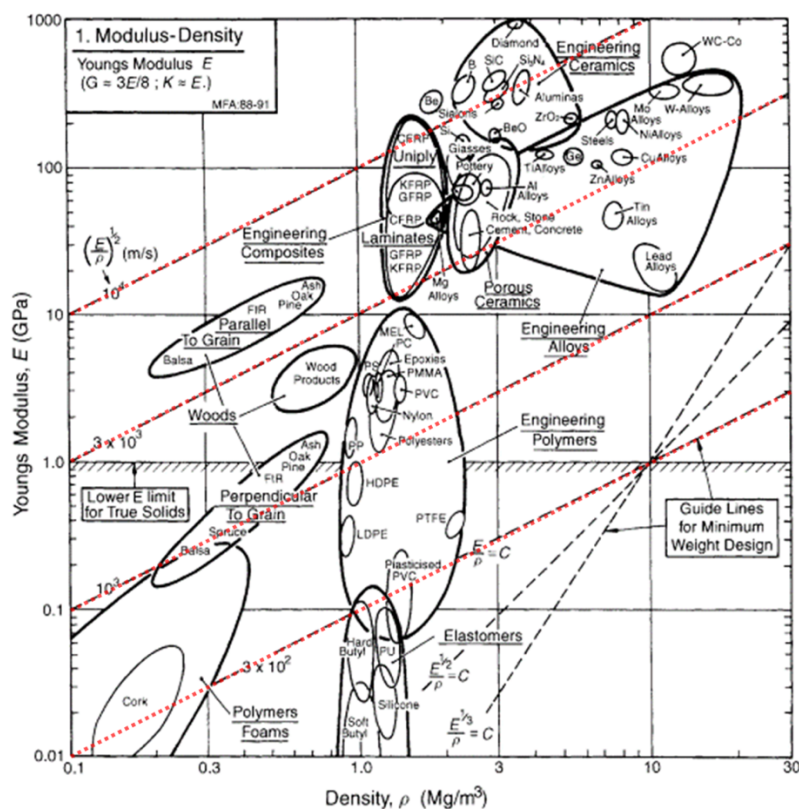


Figura 15. Gráfico de relación entre módulo de elasticidad y densidad para todas las familias de materiales. Las líneas rojas discontinuas muestran diferentes rangos de velocidad de propagación de onda longitudinal entre (300-10000 m/s). [105]

### 3.2.3. Propiedades viscoelásticas.

#### 3.2.3.1. Definición y características de los materiales viscoelásticos.

A diferencia de los materiales elásticos, los materiales viscoelásticos son aquellos para los que la relación entre tensión y deformación depende del tiempo. [106–108]

La rigidez y la resistencia de los materiales se ilustran a menudo con una tensión-deformación que se obtiene aplicando un valor constante de deformación a una barra de material. Si el material es elástico linealmente, la curva es una línea recta con una pendiente proporcional al módulo elástico hasta llegar a una tensión suficientemente grande (la tensión de fluencia), que representa el umbral máximo.

Un material linealmente viscoelástico, por el contrario, da lugar a un diagrama curvo de tensión-deformación donde tanto el tiempo como la deformación aumentan. Al detener el ciclo de carga, los sólidos vuelven recuperan las deformaciones hasta anularse por completo. La respuesta a la deformación constante es la relajación del estrés (*relaxation*), y la respuesta al estrés constante es la fluencia (*creep*). Los materiales viscoelásticos presentan comportamientos característicos que permiten identificarlos:

- Si la tensión se mantiene constante, la deformación aumenta con el tiempo (fluencia).
- Si la deformación se mantiene constante, la tensión disminuye con el tiempo (relajación).
- La rigidez efectiva depende de la velocidad de aplicación de la carga.
- Si se aplica una carga cíclica, se produce histéresis (retardo de fase), lo que conduce a una disipación de energía mecánica.
- Las ondas acústicas experimentan atenuación en este tipo de materiales.
- El rebote de un objeto después de un impacto contra un material viscoelástico es menor del 100%.
- Al estirarlos se produce resistencia por fricción.

Todos los materiales presentan una respuesta viscoelástica. Aunque en metales comunes, como en acero o aluminio, a temperatura ambiente y con pequeñas tensiones, el comportamiento no se desvía mucho del comportamiento de los materiales elásticos linealmente.

Los polímeros sintéticos, la madera y el tejido humano, así como los metales a alta temperatura presentan grandes efectos viscoelásticos. En algunas aplicaciones, incluso una pequeña respuesta viscoelástica puede ser significativa. Para ser completo, un análisis o diseño que involucre tales materiales debe incorporar su comportamiento viscoelástico. No es objetivo de esta tesis profundizar en la viscoelasticidad más allá de comprender el comportamiento transitorio que pueda ser influyente en los propósitos de este documento.

### 3.2.3.2. Propiedades transitorias: Fluencia y relajación

La fluencia es una deformación progresiva de un material bajo un esfuerzo constante. Puesto que la deformación  $\epsilon(t)$  en un material viscoelástico aumenta en función del tiempo, podemos expresar la conformidad de fluencia  $J(t)$  como la ratio [107],

$$J(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma_0} \quad (17)$$

En los materiales linealmente viscoelásticos,  $J(t)$  es independiente de la magnitud del esfuerzo.  $J(t)$  es equivalente a  $(1/E(t))$ .

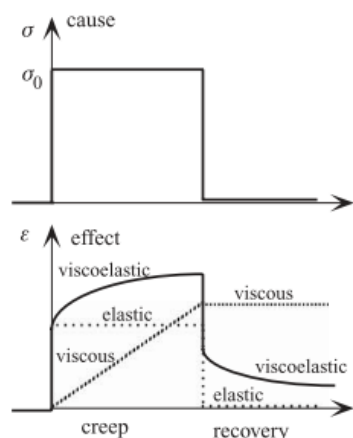


Figura 16. Fluencia y recuperación. Esfuerzo y deformación en función del tiempo [107].

Como muestra la Figura 16 en el ciclo de carga el material sufre un aumento de deformación creciente progresiva y cuando esta carga deja de ejercerse, la recuperación se produce con un decrecimiento progresivo de la deformación. La recuperación podrá ser total, o no, en función del tipo de material.

La relajación es el decrecimiento gradual de la tensión  $\sigma(t)$  cuando un material viscoelástico se ve sometido a una deformación constante  $\epsilon_0$ . Podemos expresar el módulo de relajación  $E(t)$  como la ratio [107],

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\epsilon_0} \quad (18)$$

En materiales lineales el módulo de relajación es independiente de la magnitud de la deformación por lo que se expresa únicamente en función del tiempo.

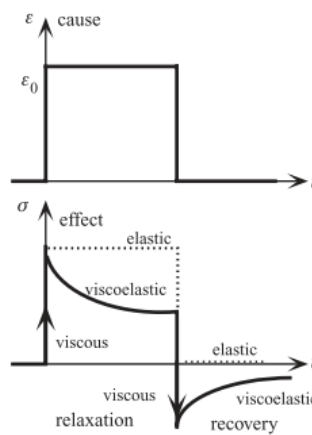


Figura 17. Relajación y recuperación de un material viscoelástico [107].

### 3.2.3.3. Respuesta dinámica a una carga sinusoidal: Definición de $E^*$ , $\tan\delta$ .

Este apartado es de especial importancia para este documento de tesis puesto que los elementos resonantes se ven sometidos a este tipo de esfuerzos.

Los materiales viscoelásticos lineales sometidos a un esfuerzo sinusoidal  $\sigma(t)$  en el tiempo con frecuencia  $f$ , generan una respuesta sinusoidal de deformación  $\epsilon(t)$  que presenta un retraso temporal respecto de la señal de la tensión. Este *lag* queda definido por un ángulo desfase  $\delta$ . Así pues, la tensión temporal quedaría definida como: [106–108]

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin(2\pi ft) \quad (19)$$

mientras que las deformaciones quedarían definidas como:

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 \sin(2\pi ft - \delta) \quad (20)$$

Si representamos tensiones y deformaciones en función del tiempo, observamos el desfase generado entre ambas sinusoidales, como se observa en la Figura 18.

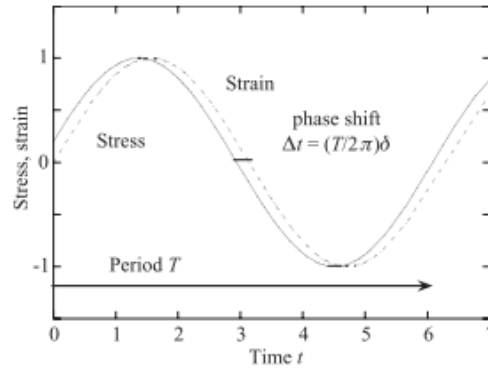


Figura 18. Tensiones y deformaciones sinusoidales en material viscoelástico con ángulo de desfase  $\delta$  [107].

Debido al desfase entre tensiones y deformaciones el módulo de elasticidad dinámico puede ser tratado como un número complejo  $E^*$ , donde el módulo representa la relación de amplitudes y el argumento el desfase entre curvas definido como:

$$\frac{\sigma^*}{\epsilon_0^*} = E^* = E' + iE'' \quad (21)$$

El ángulo de desfase o pérdidas  $\delta$  es una característica inherente al *damping* o amortiguación del material. Las funciones dinámicas,  $E'$ ,  $E''$  y  $\delta$  son dependientes de la frecuencia. La tangente del ángulo de pérdidas  $\tan \delta$  es conocida como factor de pérdidas del material. Es conocida en algunas referencias como fricción interna o *damping* mecánico, y se expresa como:

$$\frac{E''}{E'} = \tan \delta \quad (22)$$

donde  $E''$  (parte imaginaria del módulo  $E^*$ ) es el módulo de pérdidas del material y  $E'$ , (parte real) es el módulo de almacenamiento.

Es común encontrar el factor de pérdidas  $\tan \delta$  expresado como el inverso al *quality factor*  $Q^{-1}$ . El *quality factor*  $Q = (\tan \delta)^{-1}$  es una propiedad muy utilizada a la hora de evaluar la capacidad de resonancia de un material puesto que representa la ratio entre el módulo de almacenamiento frente al módulo de pérdidas del material, y por lo tanto la capacidad de almacenar energía de vibración.

### 3.2.4. Propagación de onda y atenuación en sólidos viscoelásticos.

A diferencia de los materiales puramente elásticos, los materiales viscoelásticos presentan leves diferencias en su velocidad de propagación y por lo tanto en sus frecuencias de resonancia  $\omega$ , debido a los mecanismos de absorción de energía:

$$\omega = k \sqrt{\frac{|E'(1 + i \tan \delta)|}{\rho}} \quad (23)$$

Aunque para factores de pérdidas  $\tan \delta$  típicos ( $\ll 0.1$ ) la velocidad de onda longitudinal puede calcularse como si de un sólido elástico se tratase, considerando el factor de almacenamiento  $E'$  a tal efecto:

$$c_L = \sqrt{\frac{E'}{\rho}} \quad (24)$$

Por otra parte, se genera un decrecimiento de la amplitud de onda que se conoce como atenuación. El coeficiente de atenuación  $\alpha$  (por unidad de longitud) se puede expresar para factores de pérdidas bajos tan  $\delta$  como:

$$\alpha \approx \frac{\omega}{2c} \tan \delta \quad (25)$$

Donde  $c$  es la velocidad de onda longitudinal.

La atenuación  $\alpha$  se mide comúnmente en nepers por unidad de longitud, en el cual el neper es adimensional y es equivalente a un decrecimiento en amplitud de  $1/e$ . En caso contrario donde  $\delta$  adquiere valores mayores encontramos que las relaciones varían. Por lo que es necesario expresarlas en su forma exacta. Para la velocidad de propagación longitudinal se define como:

$$c = \sqrt{\frac{|E^*|}{\rho}} \sec \frac{\delta}{2} \quad (26)$$

Siendo  $|E^*|$  el valor absoluto del módulo complejo,  $\rho$  la densidad y  $\delta$  el ángulo de pérdidas o de desfase.

Y para la atenuación:

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \tan \frac{\delta}{2} \quad (27)$$

Donde  $\omega$  es la frecuencia angular, y  $c$  es la velocidad de onda.

La atenuación puede ser expresada en *nepers* por longitud de onda tal que:

$$\alpha \lambda = 2\pi \tan \frac{\delta}{2} \quad (28)$$

#### 3.2.4.1. Damping, decrecimiento y tiempo de decaimiento de onda (*decay time*) en vibraciones libres

Se considera *damping* a todos aquellos mecanismos de pérdidas de energía que presenta un sistema oscilatorio o dinámico. Una forma de representar el comportamiento oscilatorio de los materiales viscoelásticos con amortiguación o *damping* es la de una configuración en paralelo de muelle y amortiguador. Donde el muelle representa la parte elástica (almacenamiento) y el amortiguador la disipación de energía (pérdidas), como ilustra la Figura 19.

Si analizamos el comportamiento de un sistema oscilatorio simple de masa-muelle excitado con una carga  $F(t)$  con una fuerza de damping  $F_d$  la ecuación del movimiento se expresa como:

$$m\ddot{x} + kx + F_d = 0 \quad (29)$$

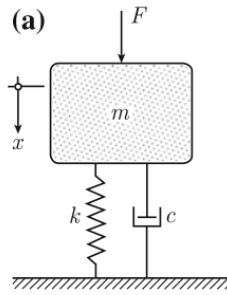


Figura 19. Modelo de excitación de masa debido a fuerza externa [102].

Existen diversos mecanismos responsables del *damping*. Algunos ejemplos para los que existen modelos numéricos son: *damping* viscoso, *damping* estructural o histerético, pérdidas por fricción o *damping* de Coulomb [102]. De todos ellos, es de especial interés para esta tesis definir el *damping* viscoso. Este se define como:

$$F_d = \eta \dot{x} = \eta x_0 \omega \cos(\omega t) \quad (30)$$

Donde el *damping* viscoso  $\eta$  es proporcional a la velocidad de oscilación  $\dot{x}$ , por lo que es dependiente de la frecuencia  $\omega$ .

Si analizamos el comportamiento oscilatorio para el modelo descrito en la Figura 19, se puede observar cómo las pérdidas de energía por cada ciclo de oscilación producen reducciones de amplitud lo que es conocido como decaimiento. La Figura 20 ilustra el efecto de este fenómeno en la oscilación libre (con un único grado de libertad) para diferentes valores de *damping*.

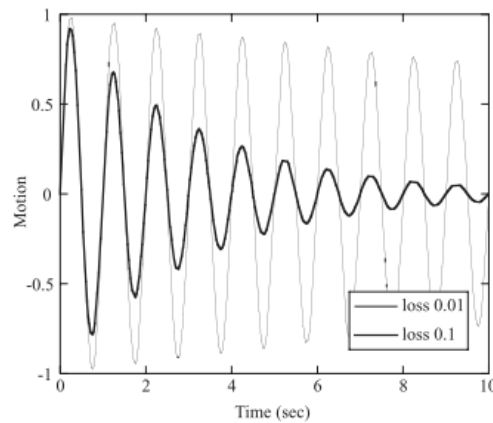


Figura 20. Decaimiento de oscilación libre para diferentes valores *damping* [109].

Como se ha definido previamente en la sección 3.2.3.3 el *damping* es una propiedad relacionada directamente con la ratio entre el módulo de almacenamiento y módulo de pérdidas  $\tan \delta$  (factor de pérdidas). Podemos relacionar esta propiedad directamente con los aspectos relativos al comportamiento oscilatorio temporal. Entre estos aspectos encontramos los relativos al decaimiento de la oscilación.

Se puede calcular el número de oscilaciones hasta reducir la amplitud de oscilación en un factor de  $1/e$ :

$$n_{1/e} = \frac{1}{\pi \tan \delta} \quad (31)$$

Pudiendo expresar el factor de pérdidas en función del periodo de oscilación  $T$ , y del tiempo de decaimiento exponencial hasta reducir su amplitud en  $1/e$ :

$$\tan \delta = \frac{1T}{\pi t_{1/e}} \quad (32)$$

Analizando la disminución de amplitud entre dos oscilaciones consecutivas  $A_1$  y  $A_2$  podemos calcular el decrecimiento logarítmico que se define como [107,110]:

$$\Lambda = \ln \frac{A_1}{A_2} \quad (33)$$

Que en términos del factor de pérdidas queda definido como:

$$\Lambda = \pi \tan \delta \quad (34)$$

### 3.2.5. Métodos para la caracterización dinámica de materiales.

Actualmente existen diferentes dispositivos para la caracterización dinámica de materiales viscoelásticos. Se presentan a continuación algunos de los más relevantes.

#### 3.2.5.1. DMA (*Dynamic Mechanical Analysis*), DMTA (*Dynamic Mechanical Thermal Analysis*).

El DMA mide las propiedades mecánicas de los materiales en función del tiempo, la temperatura (DMTA) y la frecuencia. El DMA se utiliza comúnmente para medir temperaturas de transición vítrea y transiciones secundarias, orientación causada por el procesamiento, cristalización en frío, optimización del curado, efectos de relleno en compuestos y mucho más. El análisis DMA proporciona una medida precisa de la rigidez del material (módulo), pero también otras propiedades mecánicas importantes como la amortiguación, la fluencia y la relajación de la tensión [111–113].



Figura 21. DMA 850 de TA Instruments

En el DMTA (*Dynamic Mechanical Thermal Analysis*) los rangos de temperatura a los que pueden operar oscilan entre los  $-160^{\circ}$  y  $600^{\circ}$  C, y se consiguen mediante dispositivos que utilizan gas, aire y nitrógeno [114].

El rango de frecuencias de trabajo oscila entre 0,01 y 200Hz. Como se puede observar en la Figura 22, el análisis DMA-DMTA permite el estudio de probetas sometidas a diferentes tipos de esfuerzos y condiciones de contorno. Como, por ejemplo: voladizo simple y doble, tracción, doblado libre o apoyado en tres puntos, cizalladura y compresión. Para cada una de estas condiciones es necesario adaptar las dimensiones de las probetas.





Figura 22. Diferentes tipos de configuraciones para el DMA test [115].

Los datos obtenidos en el ensayo DMA-DMTA corresponden con las propiedades expuestas en la sección 3.2.3.3 en función de la temperatura  $E'(T^\circ)$ ,  $E''(T^\circ)$  y  $\tan\delta(T^\circ)$  tal y como muestra la Figura 23.

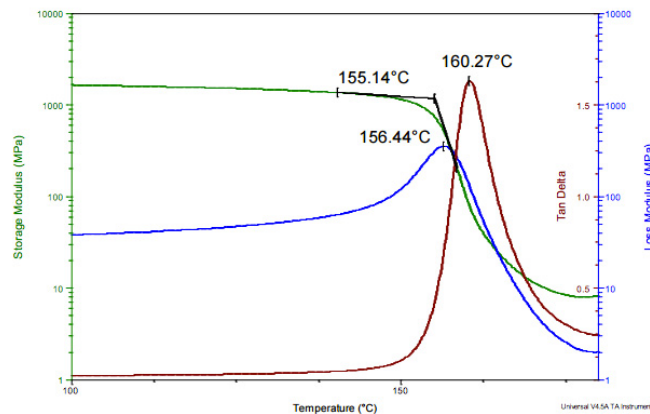


Figura 23. Datos experimentales obtenidos mediante DMTA para policarbonato (PC)

Los resultados para el módulo de almacenamiento, módulo de pérdidas y factor de pérdidas en función de la temperatura pueden extrapolarse para ser expresadas en función de la frecuencia mediante el modelo de conversión de William-Landel-Ferry (WLF)[116–118] basado en el principio de superposición temperatura-frecuencia (TTS).

### 3.2.5.2. Determinación de las propiedades mecánicas dinámicas, mediante vibración a flexión (ISO 6721-3).

Este método de caracterización se basa en la extracción de las propiedades viscoelásticas de los materiales a partir de las curvas de resonancia, las cuales son obtenidas mediante excitación externa de una placa o barra. El ensayo de vibración puede realizarse tanto en condiciones libres como en forma de voladizo [119].

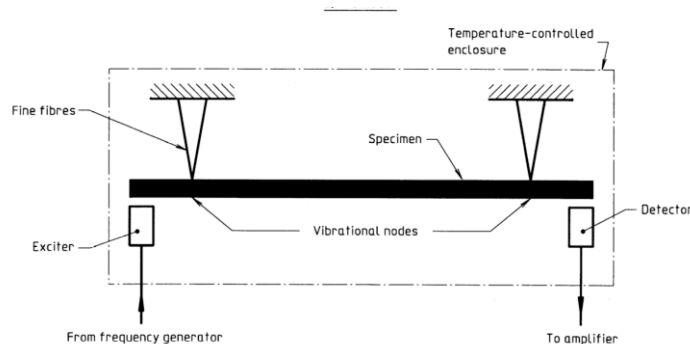


Figura 24. Esquema del set experimental en condiciones libres ISO 6721-3.

Al igual que el DMA-DMTA este procedimiento se realiza en condiciones controladas de temperatura, lo que permite obtener los valores del módulo complejo en función de la temperatura  $E^*(T^\theta)$  a partir del cual se extraen resultados similares al de un DMA-DMTA.

A diferencia del DMA donde se cuantifican los desfases entre tensiones y deformaciones de una oscilación forzada, este método obtiene la información necesaria a partir de los valores de las frecuencias de resonancia del espécimen, y de su factor de pérdidas.

El módulo de almacenamiento es calculado mediante diferentes frecuencias de resonancia  $f_{ri}$  y las propiedades físicas y geométricas de la probeta, como densidad  $\rho$ , espesor  $h$ , y longitud  $l$ . Dependiendo del modo de vibración utilizado para el test se utilizan diferentes valores de  $k_i^2$ , los cuales están tabulados en la propia norma ISO.

$$E'_f = \left[ \frac{4\pi(3\rho)^{1/2}l^2}{h} \right]^2 \left( \frac{f_{ri}}{k_i^2} \right)^2 \quad (35)$$

El módulo de pérdidas se calcula conociendo el factor de pérdidas  $\tan \delta_f$  mediante el *half power bandwidth method* [109]. En este método se analiza la relación entre el ancho de banda situado entre  $f_2$  y  $f_1$  y la resonancia  $f_r$ . Este ancho de banda se obtiene para un valor de amplitud de  $A/\sqrt{2}$  o -3dB en escala logarítmica por debajo de la amplitud máxima de la resonancia  $A$ .

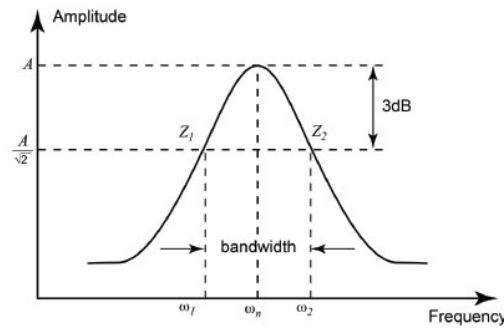


Figura 25. Método del ancho de banda a media potencia. [120]

A partir de estos datos se obtiene  $\tan \delta_f$  mediante la relación:

$$\tan \delta_f = \frac{f_2 - f_1}{f_r} \quad (36)$$

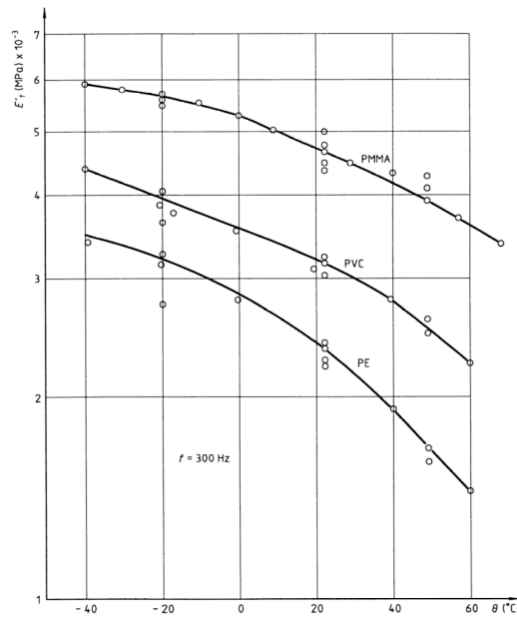


Figura 26. Módulo de almacenamiento obtenido mediante ISO 6721-3 a 300Hz, para PMMA, PVC y PE.

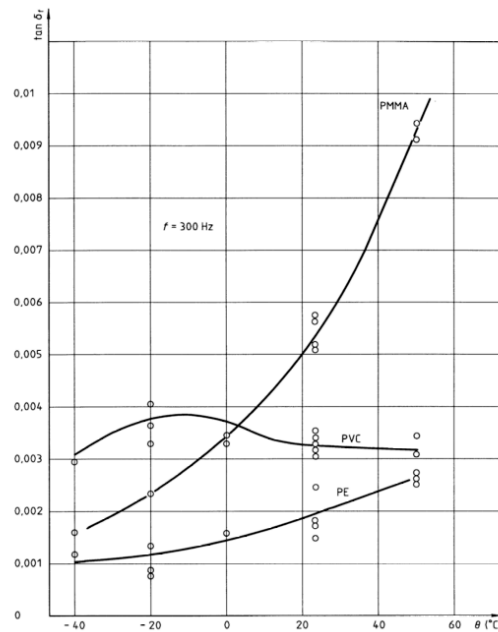


Figura 27. Valores de factor de pérdidas obtenidos mediante ISO 6721-3 a 300Hz, para PMMA, PVC y PE.

Como se puede observar en la Figura 26 y Figura 27 los resultados de la prueba son equivalentes a los del ensayo DMA, pero permitiendo obtener valores de frecuencia por encima de 200Hz ampliando ligeramente el rango de caracterización.

### 3.2.5.3. Determinación del coeficiente de Poisson mediante resonancias de placas cuadradas en condiciones libres.

Varios autores han contribuido a la utilización de este método existente desde hace varias décadas [121–123]. Se trata de la relación existente entre las frecuencias de dos modos de vibración combinados concretos de una placa cuadrada en condiciones libres y el coeficiente de Poisson.

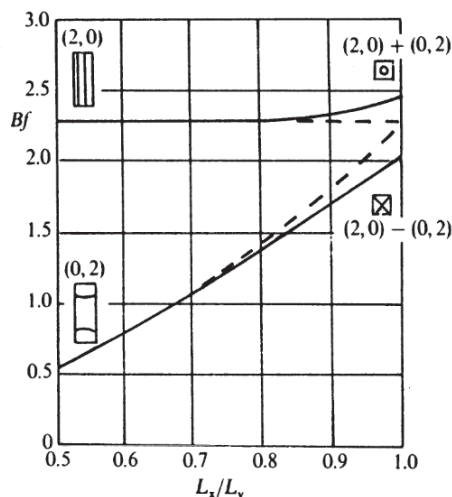


Figura 28. Degeneración de la combinación de los modos de vibración (2,0) y (0,2) en función de las propiedades geométricas [2].

Estos modos de vibración son el modo (2,0) y el modo (0,2) de una placa cuadrada. Como muestra la Figura 28 ambos deberían producirse en el mismo valor de frecuencia, debido a las dimensiones equivalentes en ambos lados de la placa. Sin embargo, los diferentes acoplamientos entre ambas vibraciones se diferencian entre sí al producirse en fase o contrafase, generando dos pares de modos combinados con diferentes formas modales. Las combinaciones se ilustran en la Figura 29 y se denominan (2,0-0,2) y el (2,0+0,2).

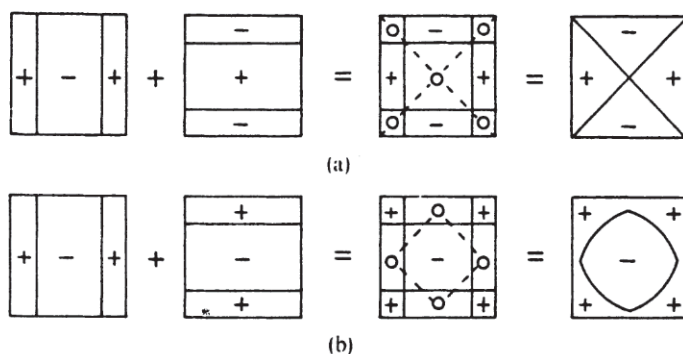


Figura 29. (a) Modo (2,0-0,2) (b) Modo (2,0+0,2) [2]

La relación entre las frecuencias  $f_{(2,0+0,2)}/f_{(2,0-0,2)}$  para estos dos modos de vibración está directamente vinculada al valor del coeficiente de Poisson del material de la placa [122]. Este se puede expresar como:

$$\nu \cong 1,389 \frac{[f_{(2,0+0,2)}^2/f_{(2,0-0,2)}^2] - 1}{[f_{(2,0+0,2)}^2/f_{(2,0-0,2)}^2] + 1} \tag{37}$$

### 3.3. Aspectos geométricos y modales.

#### 3.3.1. Física vibratoria de la membrana circular ideal.

La gran mayoría de membranófonos conocidos utilizan membranas circulares, sobre las cuales se aplica una pretensión uniforme. El método de excitación de las membranas es mediante impacto, después del cual las ondas transversales oscilan libremente por la superficie de esta.

La obtención de modos de vibración en membranas circulares surge de la expresión en coordenadas polares de la ecuación de onda de la membrana cuadrada [2]. Analizando los desplazamientos transversales de ésta se obtienen las formas modales (*eigenshapes*)  $Z_{mn}$  definidas como:

$$Z_{mn}(r, \theta) = J_n(\beta_{mn}r) \cos n\theta \quad (38)$$

$$\tilde{Z}_{mn}(r, \theta) = J_n(\beta_{mn}r) \sin n\theta \quad (39)$$

Donde  $J_n$  corresponde a las funciones de Bessel de primer tipo de orden  $n$ .

Los índices  $m$  y  $n$  corresponden al número de círculos nodales y de diámetros nodales respectivamente para un modo de vibración concreto. Estos representan las líneas de nodos que se extienden por la superficie de membrana como muestra la Figura 31. Los valores discretos de  $\beta_{mn}$  se determinan a partir de las condiciones de contorno del final de la membrana.

En el caso más común de un borde fijo se obtiene:

$$J_n(\beta a) = 0 \quad (40)$$

Para cada valor de  $n$ , obtenemos una serie infinita de valores de  $\beta_{mn}$  que son raíces de la Ecuación (40), tal y como muestra la Figura 30.

En el caso de  $n = 0$ , obtenemos por ejemplo que:

$$J_0(\beta_{m0}a) = 2.405, 5.520, 8.645, 11.792, 14.931, \dots \quad (41)$$

O en el caso de  $n = 1$ , obtenemos:

$$J_1(\beta_{m1}a) = 3.832, 7.016, 10.173, 13.324, 16.471, \dots \quad (42)$$

Siendo fácilmente calculables gran cantidad de modos de vibración de una membrana circular para  $J_0(x), J_1(x), J_2(x), \dots, J_m(x)$ .

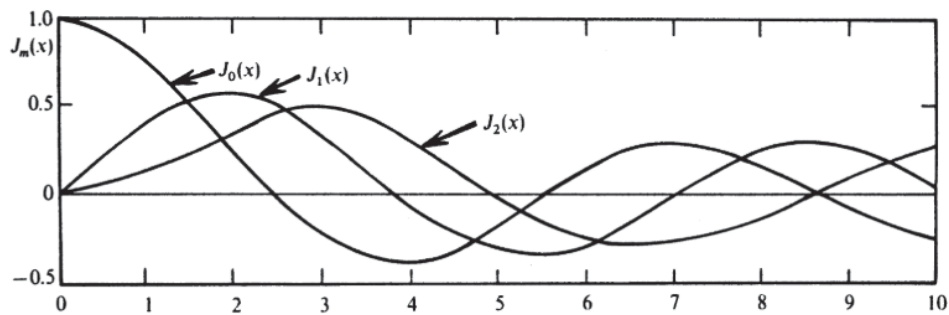


Figura 30. Primeras 3 funciones de Bessel [2].

El primer círculo nodal ( $n = 1$ ) corresponde con el borde de la membrana por lo que siempre tendremos modos  $n > 0$ , en el caso de  $m = 0$  no existen diámetros nodales por lo que esto da lugar a los modos simétricos que solo disponen de círculos nodales como muestra la Figura 31b.

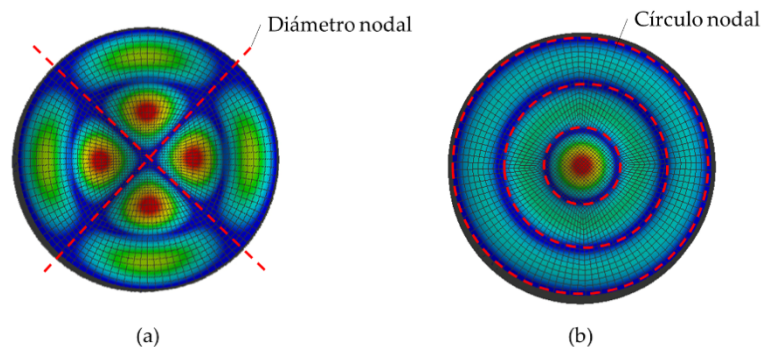


Figura 31. Modos de vibración de membrana circular (m,n) (a) Modo de vibración (2,2)  
(b) Modo de vibración (0,3)

La forma de designar los modos de vibración utilizada es la nomenclatura basada en (m,n) [2,19,124] de manera que se pueden definir los modos de vibración en función de la cantidad de líneas nodales características particulares de cada modo. A continuación, en la Figura 32 se presentan los 15 primeros modos de vibración de una membrana circular ordenados por frecuencia.

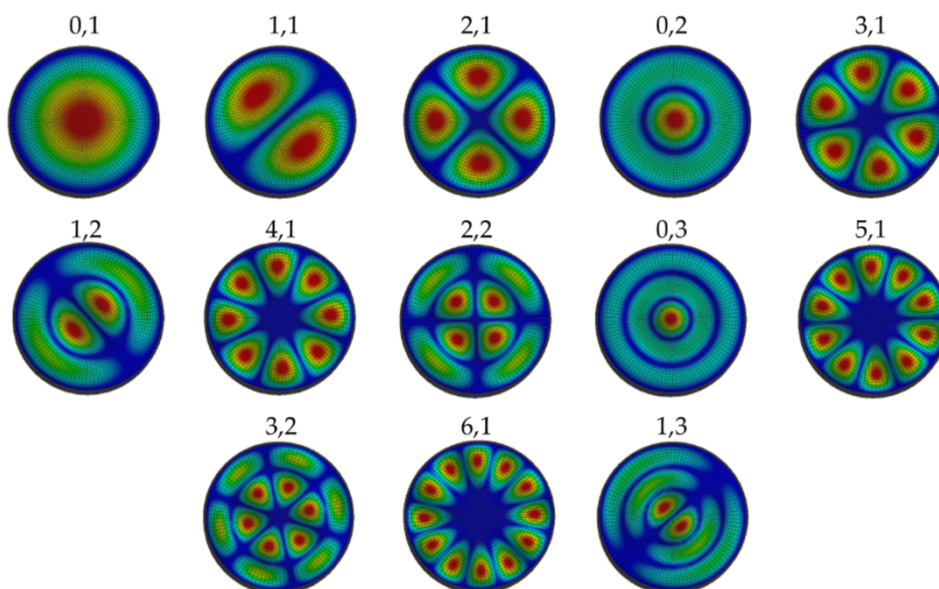


Figura 32. Primeros modos de vibración de una membrana circular designados mediante la nomenclatura (m,n).

Los valores de frecuencia de resonancia para cada uno de los modos de vibración de la membrana circular se pueden expresar como [7]:

$$\omega_{mn} = c_T \beta_{mn} \quad (43)$$

donde  $\beta_{mn}$  es el número de onda del modo (m,n) y  $c_T$  representa la velocidad de propagación de onda transversal definida como:

$$c_T = \sqrt{\frac{\tau}{\sigma}} \quad (44)$$

siendo  $\tau$  la tensión superficial de la membrana, y  $\sigma$  la densidad por unidad de superficie. Sustituyendo las raíces obtenidas de las funciones de Bessel para cada modo de vibración  $\gamma_{mn}$  podemos calcular la frecuencia de resonancia para cada uno de los modos de vibración de una membrana circular de radio R [2]:

$$f_{mn} = \frac{\gamma_{mn}}{2\pi R} \sqrt{\frac{\tau}{\sigma}} \quad (45)$$

La cantidad de modos de vibración que una membrana es capaz de producir es teóricamente infinita. Si analizamos la densidad espectral de una membrana, podemos obtener la cantidad de modos en función de la frecuencia.

La densidad espectral de la membrana se expresa como [7]:

$$D(f) = \frac{2\pi S}{c^2} f \quad (46)$$

siendo  $S$  la superficie de la membrana,  $c$  la velocidad de onda, y  $f$  el valor de frecuencia.

La Ecuación (46) demuestra que la cantidad de modos por unidad de frecuencia aumenta con la frecuencia, lo que tiene como consecuencia una superposición de los modos de vibración para frecuencias altas, convirtiendo el espectro en continuo y por lo tanto no pudiendo discriminar entre modos de vibración.

### 3.3.2. Física vibratoria de geometrías cilíndricas.

Como se ha descrito anteriormente, la gran mayoría de cascos pertenecientes a membranófonos presentan una geometría cilíndrica. Aunque los estudios modales de este tipo de estructuras sí han ocupado los esfuerzos en investigaciones previas, generalmente se han realizado para otros campos de investigación [125–128]. Muy raramente con una aplicación directa en membranófonos [2,3].

Uno de los trabajos más completos y extensos realizados en este ámbito es el realizado por Arthur W. Leissa [129] para la NASA, donde se estudian las propiedades estáticas y modales de cilindros bajo diferentes parámetros geométricos, mecánicos y condiciones de contorno. En este estudio, se analizan los parámetros modales  $\Omega$  (que incluyen algunos parámetros geométricos) para cada uno de los casos estudiados donde estos se expresan como:

$$\Omega = \omega R \sqrt{\frac{\rho(1 - \nu^2)}{E}} \quad (47)$$

donde se puede comprobar que la frecuencia de resonancia para cilindros continúa siguiendo la norma planteada en la ecuación (1), ya que:

$$\omega = \frac{\Omega}{R} \sqrt{\frac{E}{\rho(1 - \nu^2)}} \quad (48)$$

donde:  $\sqrt{E/\rho(1-\nu^2)}$  corresponde a la velocidad de propagación de onda en sólidos,  $\Omega/R$  comprende los aspectos geométricos y modales del cilindro en vibración, (incluyendo espesor, altura, radio, etc).

Esta investigación describe los diferentes tipos de deformación (ya expuestos anteriormente por Rayleigh) a los que un cilindro en vibración puede verse sometido, presentando los modos extensionales e inextensionales.

Los modos extensionales son aquellos que generan deformaciones del material a tracción, por lo que la línea resultante de la sección del casco cambia su longitud durante la vibración. Para este tipo de modos de vibración la energía potencial y cinética es proporcional al espesor  $h$ , mientras que las frecuencias de resonancia son independientes del espesor.

Los modos inextensionales, producen deformaciones de flexión pura. En los cuales la energía potencial es proporcional a  $h^3$  y sus frecuencias de resonancia proporcionales a  $h$ .

Para modos de vibración que implican ambos movimientos, se pueden expresar las frecuencias de resonancia de manera general como [3]:

$$f_{mn} = \sqrt{(A_{mn} + B_{mn}h^2)} \quad (49)$$

donde  $A_{mn}$  y  $B_{mn}$  son constantes que representan las dimensiones, tipo de material, etc, para cada tipo de deformación. (extensional y no-extensional)

Al igual que en el caso de la membrana los cascos cilíndricos presentan diferentes tipos de líneas nodales. En este caso las distinguimos entre nodos axiales, que son paralelos al eje central del cilindro, y los nodos circulares. La nomenclatura para designar a estos es (m,n) respectivamente. La Figura 33 muestra los diferentes tipos de líneas nodales de un cilindro en vibración y cómo en esta nomenclatura  $m$  representa la mitad de los nodos axiales del cilindro siendo 8 nodos axiales para el modo (4,1) de vibración, por lo que el número de nodos axiales siempre es igual a  $2m$ .

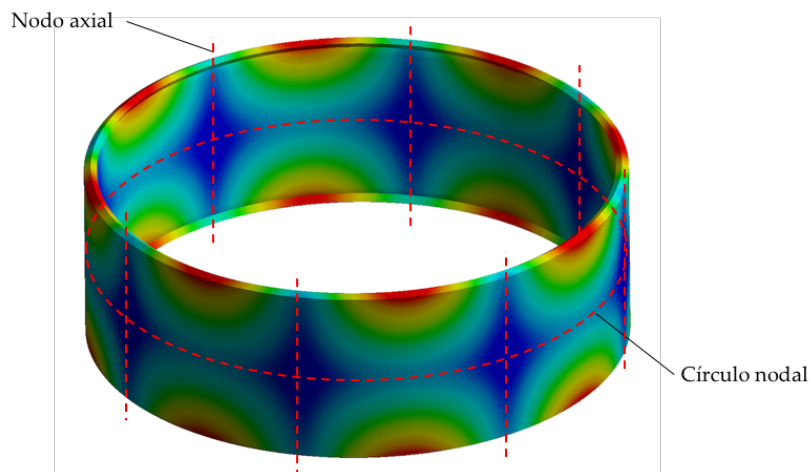


Figura 33. Clasificación de líneas nodales de un cilindro siguiendo la nomenclatura (m,n). Modo de vibración (4,1) del cilindro.

Los desplazamientos en los modos de vibración del cilindro son generalmente estudiados asumiendo, para  $n = 0$  (no extensional) que el cilindro es traducible a una geometría formada por numerosas capas de anillos circulares. En la Figura 34 se muestran los desplazamientos de los primeros modos de vibración para  $n = 0$ .



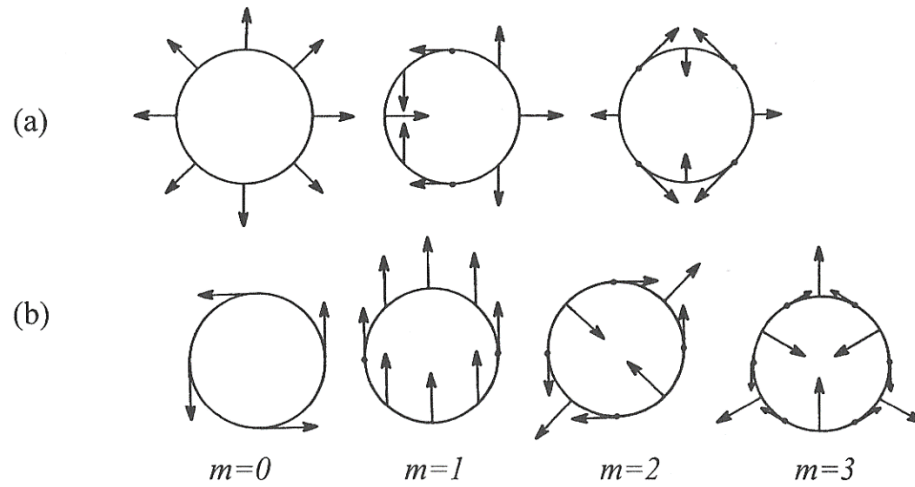


Figura 34. Primeros modos de vibración  $0 < m < 3$ ;  $n = 0$  (a) extensionales (b) inextensionales [3]

El primer modo de vibración extensional (E), para  $m = 0$  se traduce en un anillo que aumenta y reduce su perímetro uniformemente.

Los primeros modos no-extensionales (I) para  $m = 0$ , y  $m = 1$  representan los movimientos de rotación y traslación por lo que no pueden considerarse vibraciones. Es por ello por lo que el modo fundamental no-extensional es el modo (2,0) que presenta 4 nodos axiales, y ningún círculo nodal.

Para un cilindro ideal en condiciones libres (FF) y en el caso particular donde  $n = 0$ , los modos de vibración son los mismos que para un anillo circular, por lo que Rossing [3] plantea las siguientes ecuaciones.

Para modos extensionales:

$$f_{mE} = \frac{1}{2\pi r} \sqrt{\frac{E}{\rho}} [m^2 + 1] \quad (50)$$

Para modos no-extensionales:

$$f_{mI} = \frac{h}{2\pi r^2} \sqrt{\frac{E}{12\rho}} [m(m^2 - 1)/\sqrt{m^2 + 1}] \quad (51)$$

Como se puede observar, los modos de vibración de un cilindro con  $n = 0$ , (ningún círculo nodal) pueden presentarse como extensionales o no-extensionales. Por el contrario, para modos de vibración  $m > 0, n > 0$ ; todos los modos de vibración pasan a ser extensionales, y el cálculo de estos se describe por Rossing como “más bien complicado”. Esto se debe a que hay que considerar la combinación tanto las flexiones como de los estiramientos del material.

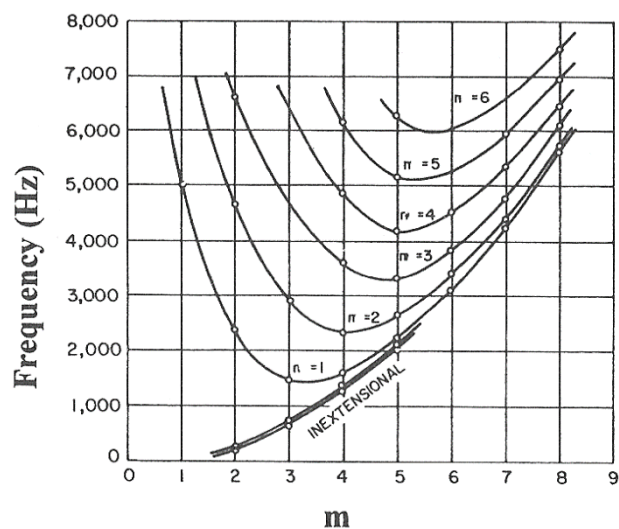


Figura 35. Evolución de la frecuencia en función de  $m$ , para diferentes valores de  $n$  [129].

La energía total de deformación (potencial) se define como combinación de las energías de doblado y estiramiento del material. Para valores altos de  $n$  la energía de deformación a flexión aumenta considerablemente mientras que, para valores bajos de  $n$  la energía de deformación a tracción del material aumenta. Esto tiene como consecuencia, como se muestra en la Figura 35, que los valores de frecuencia para los modos de vibración  $n > 0$  presenten un mínimo en frecuencia correspondiente a la combinación de mínimos de ambas energías. Este efecto se observa claramente en la Figura 36 en concordancia con la Figura 35.

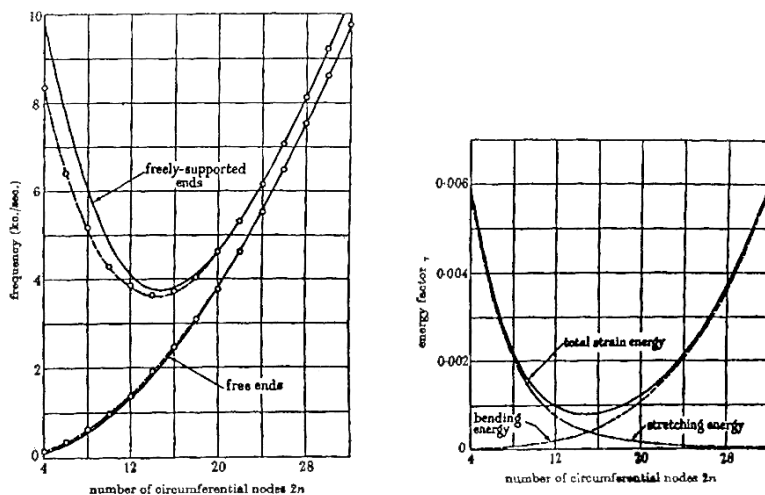


Figura 36. (a) Modos de vibración en un casco cilíndrico con finales apoyados y libres. (b) Energía total de deformación debido a energías de flexión y tracción del casco [129].

En la misma figura, podemos observar un efecto similar para condiciones de contorno diferentes, comparando el cilindro libre con el cilindro apoyado en sus dos extremos. En el caso del cilindro apoyado por ambos extremos la incapacidad de generar desplazamientos de los bordes del cilindro en el plano obliga al material a estirarse lo que requiere de energía de deformación en forma de tracción, hecho que convierte los

modos  $n = 0$  en extensionales modificando los valores de frecuencia para los modos de vibración.

Aunque Leissa [129] estudia 136 diferentes condiciones de contorno para el análisis modal de cilindros, no se llega a plantear el caso particular de los bordes sometidos a la tensión de una membrana. Es presumiblemente debido a esto por lo que Rossing realiza el estudio modal experimental de los cilindros en condiciones libres (FF) aunque no representa un caso realista de las condiciones en las que un casco de membranófono desempeña su funcionamiento, ya que el casco está situado normalmente entre dos membranas sometidas a tensión, o con una membrana sometida a tensión y otro extremo apoyado.

Algunos de los modos de vibración de un casco de membranófono obtenidos por Rossing mediante interferometría holográfica laser [3,19] se muestran en la Figura 37.

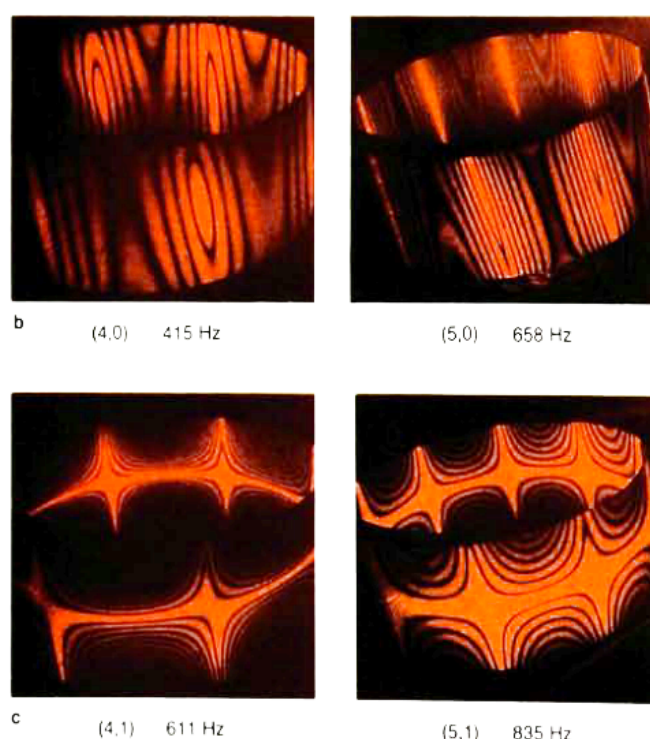


Figura 37. Modos de vibración de un casco de membranófono cilíndrico en condiciones libres obtenidos mediante interferometría holográfica [130].

Cabe recalcar que la bibliografía actual más completa y extensa que trata la física de los instrumentos musicales [7] no incluyen los aspectos modales de geometrías cilíndricas referentes a ningún instrumento musical en sus investigaciones. Esto es debido posiblemente a que los resultados obtenidos hasta la fecha sobre la relevancia y capacidad de interacción del casco con las membranas lo sitúan con un elemento con influencia casi despreciable.

### 3.3.3. Interacción entre los elementos integrantes de un membranófono.

Como se ha presentado anteriormente en la sección 2.2, un membranófono está formado por diversos elementos que presentan interacciones entre ellos. Después del impacto inicial en la membrana superior son muchos los elementos que se ven excitados por vibraciones generadas por ésta.

### 3.3.3.1. Interacción entre membrana superior, membrana inferior y aire contenido dentro del casco.

La interacción más conocida y la más investigada es la referente a los acoplamientos entre membrana superior e inferior. Zhao realiza un estudio sobre un sistema de doble membrana, analizando el acoplamiento entre membrana superior e inferior para diversos modos de vibración, y los patrones de radiación para cada uno de ellos [124]. Posteriormente este estudio es recopilado y ampliado por Rossing [19]. En esta misma línea, Boe realiza un análisis experimental sobre el efecto de la longitud en el acoplamiento entre membranas [131]. A nivel analítico Bilbao investiga este mismo fenómeno mediante simulación [5].

Cuando un membranófono presenta doble membrana, el conjunto de estas con el casco genera una cavidad cerrada llena de aire que presenta un comportamiento elástico, por lo que presenta sus propios modos de vibración. La frecuencia fundamental de esta masa de aire contenido en un cilindro de área  $S$  y longitud  $L$  se define como el de un muelle de aire [2]:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma p_a S}{mL}} \quad (52)$$

donde  $p_a$  es la presión atmosférica,  $m$  es la masa del pistón, y  $\gamma$  es un constante que para el aire adquiere un valor de 1,4. El efecto del aire es notable en algunos casos y ha sido estudiado en investigaciones anteriores [132,133], además ha sido tenido en cuenta en muchas otras puesto que es un elemento indispensable a la hora de analizar los acoplamientos entre membrana superior e inferior.

Rossing y Fletcher [2,3,19] describen el acoplamiento entre membranas como un sistema oscilante de dos masas donde los muelles laterales corresponden a las tensiones de cada una de las membranas, mientras que el muelle interior corresponde a la elasticidad del propio aire contenido. Cada una de las masas representa a la membrana superior e inferior respectivamente. Este sistema genera pares de modos, de alta y baja frecuencia, en función de las direcciones de oscilación de cada una de las membranas, como puede observarse en la Figura 38.



Figura 38. Modos normales de un oscilador de dos masas. (a) En el modo de baja frecuencia las masa se mueven en la misma dirección (b) En el modo de alta frecuencia las masas se mueven en direcciones opuestas [3].

Es importante recalcar para posterior análisis que las tensiones de las membranas que están sujetas contra el casco se representan en este modelo como una unión rígida.

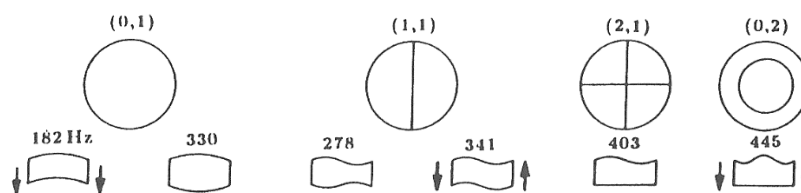


Figura 39. Seis primeras resonancias observadas en una caja incluyendo los dos pares de frecuencias observadas para el modo (0,1) y (1,1) [3].

Como muestra la Figura 39, los pares de modos obtenidos para el modo (0,1) y (1,1) presentan variaciones en frecuencia muy notables entre sí y respecto de una membrana simple. Para modos superiores la membrana inferior no presenta acoplamientos detectables debido a que el aire se desliza lateralmente dentro del casco sin generar transmisión de esfuerzos a la membrana inferior. Las flechas de la figura representan la transmisión de esfuerzos que cada modo de vibración genera sobre el casco. Cabe recalcar que estos esfuerzos se representan como paralelos al eje del cilindro que conforma el casco debido a la gran simplificación que se hace de las geometrías del membranófono.

Tabla 5. Frecuencias de los modos de vibración de una caja de 36 cm de diámetro

<b>Modo</b>	<b>Membrana Superior (Hz)</b>	<b>Membrana Inferior (Hz)</b>	<b>Tambor Completo (Hz)</b>
<b>0,1</b>	227	299	182, 330
<b>1,1</b>	284	331	278, 341
<b>2,1</b>	403	507	403
<b>0,2</b>	445	616	442
<b>3,1</b>	513	674	512
<b>1,2</b>	555	582	556
<b>4,1</b>	619	859	619

Como muestra la Tabla 5, al identificar los modos de vibración y las frecuencias de un membranófono de doble membrana, se puede comprobar que efectivamente los pares de modos solo son detectables para las resonancias que implican la participación del aire contenido dentro del casco y entre las membranas como el caso de los modos (0,1) y (1,1). También se observa cómo la membrana superior es la dominante en el espectro total del membranófono puesto que las resonancias del total son prácticamente las mismas que las propias de la membrana superior.

### 3.3.3.2. Interacción entre membrana y casco.

Son escasos los estudios centrados en este tipo de interacción. El único estudio que ha permitido comprobar mediante experimentación cómo el casco efectivamente es capaz de vibrar debido a la excitación de las membranas, es el realizado mediante interferometría holográfica sobre el membranófono completo [130].

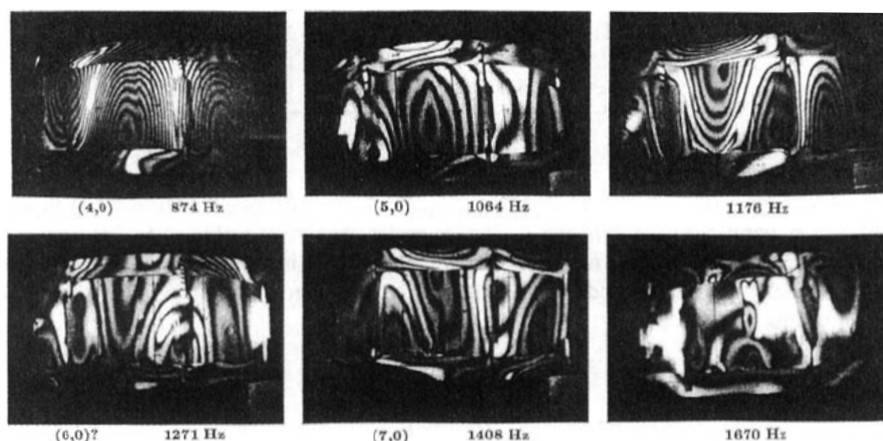


Figura 40. Interferograma holográfico de las vibraciones del casco en el membranófono completo, demostrando que estos son apreciables [3].

Los resultados de este procedimiento se observan en la Figura 40. Se identifican varios modos del casco de tipo no-extensional ( $n = 0$ ), aunque se hace imposible identificar los de más alta frecuencia debido a la superposición modal. Esta investigación demuestra la transmisión de esfuerzos de la membrana al casco, y la excitación de este.

A partir de la experimentación anterior se reconocen la influencia de las membranas sobre el casco remarcando dos modos de deformación importantes [2]:

- **El primer modo extensional.** El cual genera desplazamientos radiales en las paredes del casco: El casco se ve sometido a la pretensión de la membrana, con una tensión igual al producto de la tensión y su radio ( $rT$ ) generando una fuerza compresiva en las paredes del casco, aunque se reconoce que este efecto desaparece cuando los espesores son moderados.
- **Algunos modos no-extensionales.** Especialmente los de baja frecuencia como el (2,0), donde el casco se ve sometido a deformaciones que pueden modificar su geometría general. Se detecta que para estos modos la tensión de las membranas es el principal elemento estabilizador de las deformaciones del casco. Para el resto de los modos de vibración se observa que las vibraciones transmitidas al casco oscilan con un patrón angular similar al de las membranas. Aunque finalmente se concluye que “es improbable” que este tipo de oscilaciones puedan contribuir de manera apreciable al sonido en un membranófono normal.

A partir de estas conclusiones, el estudio de los posibles acoplamientos modales entre membrana y casco pierden relevancia, no obstante, se sigue reconociendo las diferencias sonoras entre membranófonos con diferentes materiales de cascos. Por lo que las investigaciones posteriores se focalizan en la masa del casco y soportes utilizados para el membranófono como posibles características influyentes en la sonoridad de los mismos [3]. En esta línea, se realizan mediciones sobre los movimientos verticales del casco de un membranófono completo, suspendido de gomas, en condiciones libres, mediante 8 acelerómetros repartidos por el perímetro del casco. Se estudian las amplitudes de los desplazamientos verticales del casco para diferentes modos de vibración de la membrana y se comparan con las amplitudes de ésta, aunque no se extraen conclusiones de cómo estos desplazamientos pueden ser o no importantes en el espectro final. Los resultados se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6. Desplazamientos verticales del casco relativos a los desplazamientos máximos de la membrana, para diferentes modos de vibración.

<b>Modo</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>	<b>Amplitud %</b>
<b>0,1 ↓</b>	181	1
<b>0,1 ↑</b>	322	0,2
<b>1,1 ↓</b>	272	1
<b>1,1 ↑</b>	340	0,3
<b>0,2</b>	445	0,5
<b>Otros</b>	>450	<0,2

↓↑ representan los pares de modos de alta y baja frecuencia.

En este estudio se concluye que los desplazamientos verticales del casco por efecto de las oscilaciones de la membrana son relativamente muy bajos. Estudios posteriores han intentado evaluar las diferencias acústicas debidas a diferentes cascos para diferentes membranófonos sin encontrar relaciones visibles cuantificables [6,8,94] por lo que se ha concluido que el casco es, a nivel de interacción, posiblemente irrelevante o muy poco influyente.





## 4. Criterio de selección del material y su procesado. Caracterización dinámica.

Como se ha expuesto anteriormente, el material representa uno de los factores de caracterización decisivos en las resonancias de los cascos de membranófonos. Esto es debido a que la velocidad de propagación está estrechamente ligada a las propiedades mecánicas y físicas de este. Por ello, el análisis y evaluación de las propagaciones de onda de diferentes materiales es esencial para comprender el verdadero impacto que la selección de material puede tener en la respuesta vibratoria del casco.

### 4.1. Idoneidad de los materiales para construcción de cascos.

El objetivo de esta sección es el de analizar las propagaciones de onda de todos los materiales existentes, sean comúnmente utilizados o no. Como la Ecuación (1) demuestra, y las Ecuaciones (48),(50) y (51) corroboran, cualquier resonancia del casco de un membranófono es directamente proporcional a la velocidad de propagación del material  $c_L$  que lo conforma. Por consiguiente, las familias de materiales con un gran rango de  $c_L$  se presentan como una opción ideal en vistas a que, tal y como se expone en la sección 1.2 de esta tesis, los fabricantes puedan especializarse en familias de materiales y procesos únicos.

Existen materiales que disponen de velocidades de onda dentro del rango de interés pero que, por otras propiedades inherentes, no se presentan como viables y no han sido valorados para su utilización en la fabricación de cascos. La familia de los materiales cerámicos porosos y vidrios ha sido descartada por su fragilidad. La familia de los materiales cerámicos, cermets, cristales, y todos los derivados de nitruros y carburos de silicio, óxidos de berilio y boro, así como el diamante, han sido desestimados por su elevado coste lo que los hace inviables para la fabricación de cascos. También el corcho por no ser apto estructuralmente para conformar un casco y soportar los esfuerzos a los que este se ve sometido durante su funcionamiento.



4.1.2. Metales

Los metales representan la oferta actual más extendida de materiales en la fabricación de cascos. Los comúnmente utilizados se exponen en la Tabla 3.

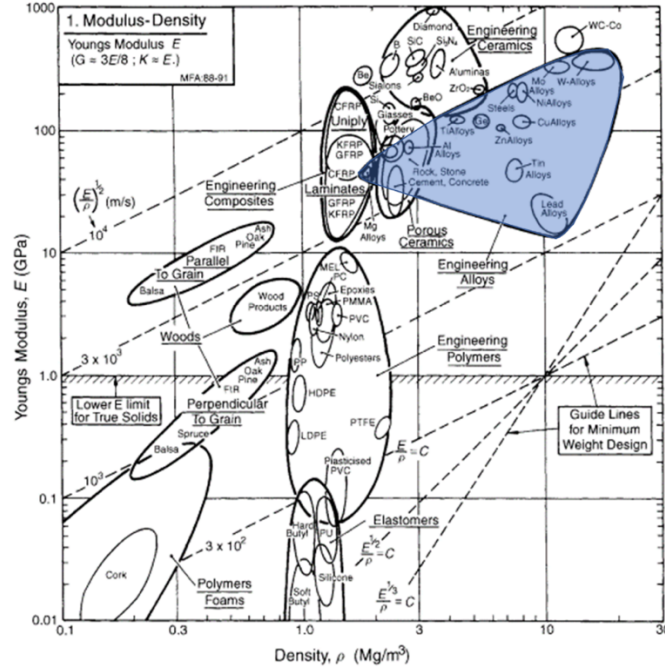


Figura 42. Relación entre módulo de Young y densidad para la familia de los metales (sombreado en azul).

Como se observa en la Figura 42 muchos de los metales utilizados actualmente en la industria comparten velocidad de propagación. Entre 5100 y 5200 m/s para el caso de las aleaciones de aluminio, acero, molibdeno, germanio, níquel, y tungsteno y magnesio. Otros metales presentan valores menores como las aleaciones de Cobre y Zinc, situadas alrededor de los 3600 m/s. El bronce presenta velocidades superiores alrededor de los 4700 m/s. Por debajo de los 3000 m/s encontramos aleaciones de estaño y plomo que por razones de otra índole no son aptas para la fabricación. Teniendo en cuenta el rango de  $c_L$  entre 3600 y 5200 m/s se determina un incremento máximo entre metales del 44.44% respecto de la velocidad de propagación mínima.

### 4.1.3. Polímeros

Los materiales polímeros son actualmente los menos utilizados. En el mercado encontramos únicamente el Policarbonato como material de fabricación de cascos. No obstante, es interesante plantear la variabilidad de velocidad de propagación de onda que ofrecen.

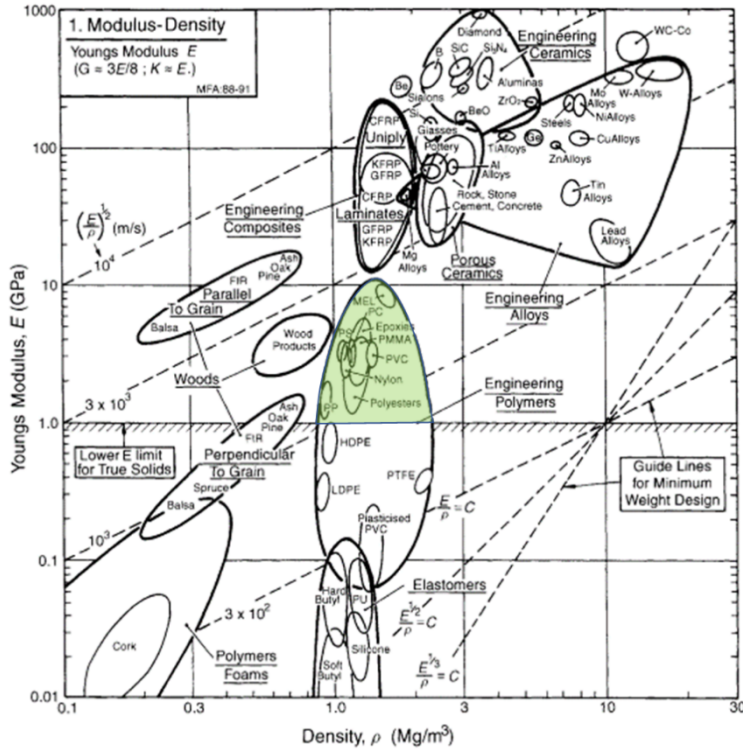


Figura 43. Relación entre módulo de Young y densidad para la familia de los metales (sombreado en verde).

Como la Figura 43 muestra, algunos polímeros con módulo de Young ( $< 1$  GPa) no se consideran sólidos válidos debido a que no son estructuralmente considerados sólidos autoportantes. Sin embargo, el resto son susceptibles de ser usados en la construcción de cascos. Sus velocidades de onda oscilan entre los 1000 m/s del Poliéster o el Polipropileno, y los 2800 m/s aproximadamente. Esto supone un incremento máximo del 280% respecto de la velocidad de propagación mínima.

4.1.4. Polímeros reforzados con fibras

Como la Tabla 3 expone, los polímeros reforzados o materiales compuestos, son comunes en la fabricación de cascos para membranófonos. Los más extendidos son la Fibra de Carbono, Fibra de Vidrio reforzadas con epoxi, aunque podemos encontrar otros.

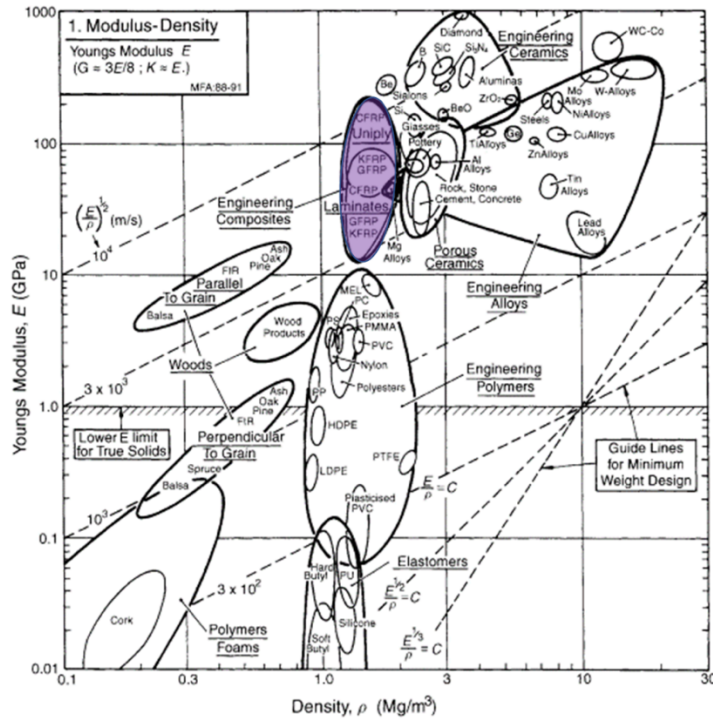


Figura 44. Relación entre módulo de Young y densidad para la familia de los composites reforzados (sombreado en violeta).

Como puede observarse en la Figura 44, si atendemos a las combinaciones posibles de fibras y polímeros, así como a los laminados tejidos o formados por fibras unidireccionales, el rango de variabilidad de  $c_L$  es extenso. Este se encuentra entre mínimos de 3000 m/s para los laminados de KFRP (Kevlar Reforzado con Polímero) y 12000 m/s para las fibras unidireccionales de CFRP (Fibra de Carbono Reforzado con Polímero). Lo que supone un incremento máximo del 400% respecto de valor mínimo.

Como se puede extraer de los análisis realizados en las secciones anteriores, la familia de materiales idónea bajo el criterio de la variabilidad de la velocidad de propagación es la de los composites reforzados. Su naturaleza ortótropa la cual permite diferentes propiedades mecánicas en varias direcciones, su gran capacidad de configuración y la extensa oferta de combinaciones de materiales, nos permiten obtener diferentes módulos de Young sin prácticamente alterar la densidad. Esto se traduce en un rango muy amplio de  $c_L$  que puede ser utilizado para modificar las resonancias del casco sin cambiar de proceso productivo ni de familia de materiales.

## 4.2. Caracterización dinámica de los materiales viscoelásticos.

Como se ha descrito en la sección 3.2.3.1 se puede aceptar que todos los materiales en cierto modo se pueden definir como viscoelásticos. Incluso los metales como el acero, el aluminio, o el plomo, presentan un factor de pérdidas, aunque pueda en ocasiones despreciarse por su bajo valor (del orden de  $10^{-5}$ ). Sin embargo, en el caso de los polímeros y composites, la viscoelasticidad y su caracterización dinámica pasar a ser un factor determinante. En el caso particular de los composites reforzados, estos pueden variar sus propiedades mecánicas debido a la defectología asociada a su procesado, como porosidad, variaciones en las fracciones volumétricas o curado [134–137].

Es por ello por lo que, aunque los materiales compuestos se presentan como la mejor opción atendiendo a la variabilidad que ofrecen, es importante obtener una caracterización dinámica precisa de los mismos.

### 4.2.1. Limitaciones de los métodos actuales de caracterización.

Por las características de los objetivos marcados por esta tesis, las metodologías existentes expuestas en la sección 3.2.5 resultan insuficientes para la caracterización dinámica de los materiales compuestos que nos ocupan.

Entre las necesidades de esta tesis encontramos que:

- Las frecuencias de interés de este estudio se basan en el espectro audible (20-20000 Hz), pudiendo reducirse a las frecuencias reconocibles por membrana y casco expuestas en la sección 3.3 (50-2000 Hz).
- Cualquier material sólido debe poder ser susceptible de ser caracterizado en el rango de frecuencias estipulado.

Entre las limitaciones de los métodos existentes encontramos que:

- Los rangos de frecuencia de estudio obtenidos por del DMA-DMTA no superan los 200 Hz. Mientras que el ISO 6721 no supera los 1000 Hz.
- Aunque son convertibles, los datos del material analizado vienen expresados en función de la temperatura y no de la frecuencia.
- El DMA-DMTA no admite el estudio de materiales combinados o laminados de diferentes materiales.
- Ninguno de los métodos admite el ensayo de tipo “*bending*” para materiales no autoportantes. Por lo que los polímeros de muy baja rigidez no son susceptibles de ser caracterizados dinámicamente.

Por todo lo anteriormente expuesto, se hace necesario la exploración de nuevos métodos de caracterización que permitan obtener los datos necesarios para la obtención del comportamiento dinámico en el rango de frecuencias establecido.

### 4.2.2. Método de caracterización basado en modos de vibración (Multi-Modal Test MMT)

El procedimiento propuesto para la caracterización mecánica de materiales viscoelásticos se presenta a continuación en dos partes. La primera, el caso genérico que engloba cualquier material sólido suficientemente rígido para soportar su propia peso, y la segunda, que presenta el caso particular de los materiales elastómeros de baja rigidez que, por el contrario, son incapaces de soportar su propio peso. Entre estos materiales encontramos recubrimientos como coatings, lacas y barnices.

#### 4.2.2.1. Procedimiento en sólidos rígidos autoportantes.

La metodología experimental que se describe a continuación se basa en la extracción de resonancias de una geometría simple conocida, para posteriormente extraer las propiedades mecánicas para cada una de las frecuencias naturales del espécimen. La prueba tiene dos fases:

- En la primera fase, se excita la probeta de material externamente, por un barrido de frecuencias hasta detectar cada una de sus resonancias. Los valores de las frecuencias para cada resonancia se almacenan para posterior análisis.
- En la segunda fase, para cada una de las resonancias detectadas y bajo excitación, se le realiza un análisis de vibración libre, eliminando la excitación, para capturar su curva de decaimiento. Con todos los datos obtenidos se calculan las propiedades en función de la frecuencia.

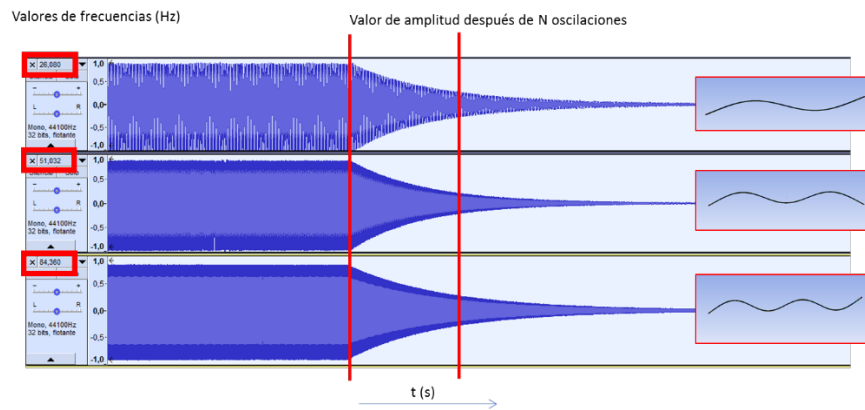


Figura 45. Datos experimentales obtenidos para posterior análisis.

La experimentación es equivalente a la propuesta por la norma ISO 6721-3, mostrado en la sección 3.2.5.2, y se ilustra en la Figura 46.

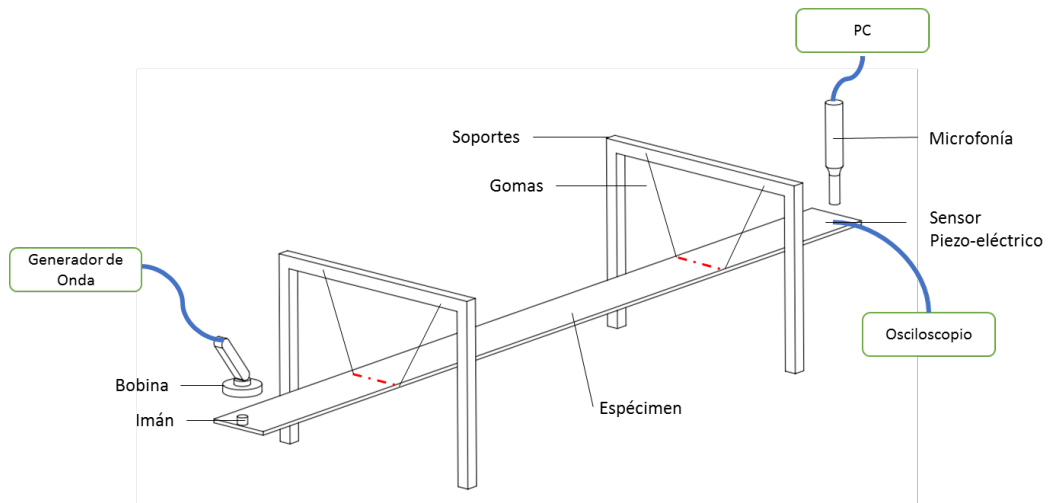


Figura 46. Esquema de la experimentación consistente en la extracción de resonancias.

El generador de onda genera un campo sinusoidal que excita un pequeño imán de neodimio situado en uno de los extremos, mientras que un micrófono de medición y un sensor piezo-eléctrico se sitúan en lado opuesto para capturar los desplazamientos

generados pudiendo así identificar sin problemas las resonancias del espécimen. Por simplicidad, se parte de una placa rectangular de dimensiones ajustables según el rango de estudio necesario.

$$f_n = \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} \frac{\pi}{8l^2} [2n + 1] \quad (53)$$

Como muestra la Ecuación (53) [102,120], la frecuencia para cada modo de vibración  $f_n$  de una placa rectangular depende del módulo de Young  $E$ , del momento de inercia  $I$ , de la sección transversal de la placa  $S$ , de la densidad  $\rho$  y del modo  $n$ . Siendo inversamente proporcional al cuadrado de la longitud  $l$ , e independiente del ancho de la placa.

Para cualquier material objeto de estudio, el ajuste de la longitud permite establecer el valor de frecuencia para el modo fundamental de vibración que representa el mínimo valor de frecuencia del estudio. La extracción de  $n$  modos de vibración, permite aumentar el rango de estudio hasta el límite deseado. Como se puede observar en la Figura 47, la geometría elegida permite que sólo los modos a flexión pura sean excitados, ya que los torsionales presentan combinaciones de esfuerzos a cizalladura y flexión, así como torsiones las cuales dificultarían el estudio al ser dependientes de otras propiedades mecánicas.

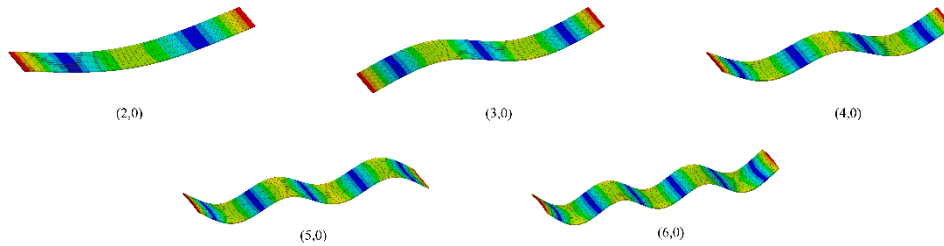


Figura 47. Ejemplos de modos de vibración extraídos mediante excitación externa de las placas rectangulares.

De la Ecuación (53), y conocidos los valores de las frecuencias para cada una de las resonancias, podemos extraer el valor de la parte real del módulo  $E'(f)$ , equivalente a el módulo de almacenamiento, para cada una de las frecuencias.

$$E_f = \left(\frac{8}{\pi}\right)^2 \left[ \frac{f_n l^4 \rho S}{I [2n + 1]^4} \right] \quad (54)$$

A continuación, se procede al cálculo y obtención del factor de pérdidas del material  $\tan \delta(f)$  a partir del decaimiento exponencial de la señal mediante las Ecuaciones (33) y (34), pudiendo calcular fácilmente el módulo de pérdidas para cada una de las resonancias  $E''(f)$  mediante la relación establecida en la Ecuación (22).

#### 4.2.2.2. Procedimiento en sólidos elastómeros no autoportantes

Este caso particular del ensayo surge como solución para todos aquellos que presentan ciertas particularidades:

- Su rigidez a la flexión frente a su masa es muy baja, por lo que no son susceptibles de considerarse sólidos reales, ni de formar una barra que mantenga sus propiedades geométricas frente a los efectos de la gravedad.



- Su bajo módulo de elasticidad tiene como consecuencia que sus resonancias presenten valores de frecuencia muy cercanos reduciendo el rango del estudio posible.

Entre los materiales a los que se puede aplicar este método encontramos, elastómeros, polímeros con módulo ( $< 1\text{GPa}$ ), como por ejemplo, recubrimientos de laminados como *coatings*, lacas y barnices. Para el estudio de este tipo de materiales, se genera una probeta laminada con la combinación de dos materiales: Un material de soporte (s) y el material objeto de caracterización (c). El material de soporte es acero, metal con un muy bajo factor de pérdidas, que permite considerar únicamente su módulo de almacenamiento facilitando así el cálculo posterior.

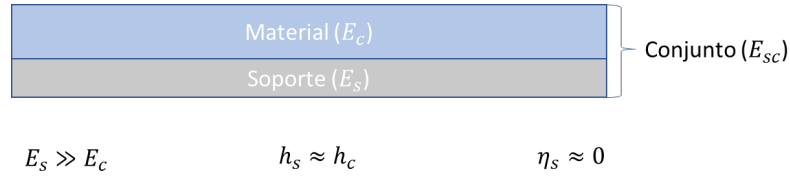


Figura 48. Probeta de combinación de materiales, acero y recubrimiento polímero

A partir de aquí el procedimiento se realiza siguiendo el procedimiento genérico, obteniendo los valores del módulo de elasticidad equivalente del conjunto del laminado  $E_{sc}$ , y del material de soporte  $E_s$  por separado, para posteriormente obtener el módulo del polímero  $E_c$ . El procedimiento de este caso particular es el siguiente.

Debido a que la suma de los esfuerzos de compresión y tracción a cada lado del eje neutro es igual a 0:

$$\int_0^{h_s} E_s (y - y_0) dy + \int_{h_s}^{h_s+h_c} E_c (y - y_0) dy = 0 \quad (55)$$

Se obtiene así, la coordenada del eje neutro del conjunto de materiales. Esta es expresada en función de las partes reales de los módulos de cada uno de los materiales, y sus espesores.

$$y_0 = \frac{E_s h_s^2 + E_c (h_c^2 + 2h_s h_c)}{2(E_s h_s + E_c h_c)} \quad (56)$$

Se plantean los módulos complejos de ambos materiales:

$$E_s^* = E_s (1 + i\eta_s), \quad (57)$$

$$E_c^* = E_c (1 + i\eta_c), \quad (58)$$

Expresando la rigidez a la flexión de la placa completa como la combinación de ambos materiales:

$$D_{sc}^* = E_s^* I_s + E_c^* I_c \quad (59)$$

$$D_{sc}^* = E_s^* \int_0^{h_s} (y - y_0) dy + E_c^* \int_{h_s}^{h_s+h_c} (y - y_0) dy = 0 \quad (60)$$

y desarrollamos la ecuación en función del eje neutro.

$$D_{sc}^* = E_s^* (h_s^3/3 - h_s^2 y_0 + h_s y_0^2) + E_c^* \left[ \frac{3h_s^2 h_c + 3h_s h_c^2 + h_c^3}{3} - y_0 (h_c^2 + 2h_s h_c) + y_0^2 h_c \right] \quad (61)$$

Siendo la única incógnita  $E_c^*$ , podemos obtener para cada resonancia el valor de ésta. Y mediante la relación planteada en la Ecuación (58) se obtienen los valores para el módulo de almacenamiento y módulo de pérdidas.

#### 4.2.3. Resultados de la caracterización dinámica.

La caracterización dinámica propuesta permite obtener el módulo complejo de un material con comportamiento viscoelástico, tal y como muestran los resultados obtenidos.

##### 4.2.3.1. Material rígido (autoportante)

A continuación, se presenta un ejemplo de aplicación de este método en materiales sólidos rígidos. Se trata de un coating con base epoxi procesado mediante dos componentes (base-catalizador). Una vez polimerizado, el material presenta unas propiedades muy similares a las de la resina epoxi. Las propiedades del espécimen generado con este material se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7. Propiedades del espécimen caracterizado con denominación Coating con base epoxi.

Longitud (m)	Masa (kg)	Espesor (m)	Anchura (m)	Densidad (Kg/m <sup>3</sup> )	C. Poisson
0,7	0,089	0,0026	0,04	1222,52	0,359

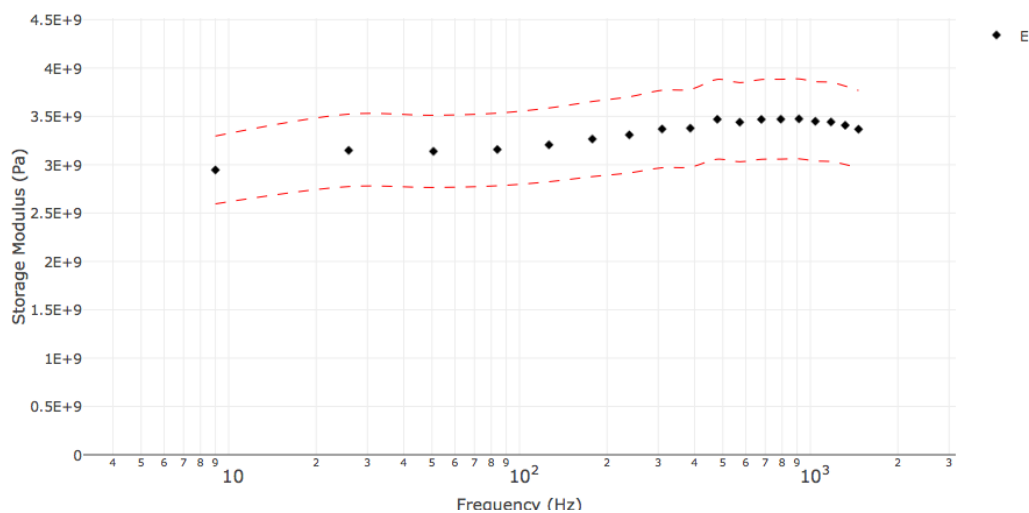


Figura 49. Módulo de almacenamiento obtenido para Coating rígido con base epoxi.

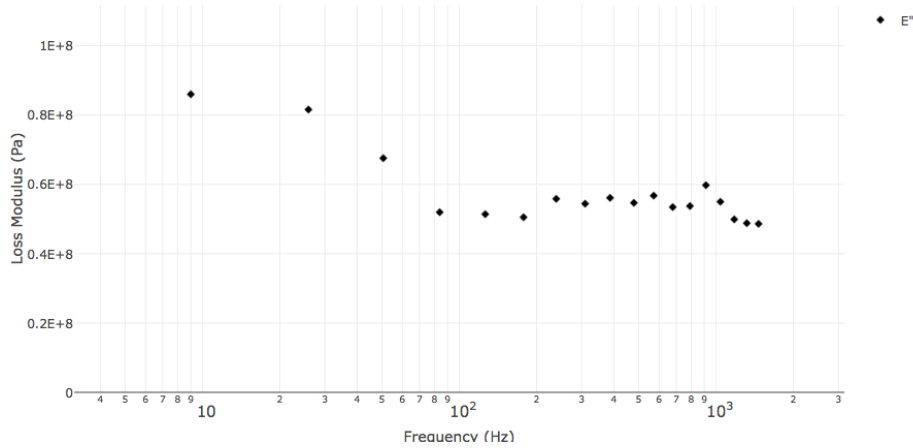


Figura 50. Módulo de pérdidas obtenido para Coating rígido con base epoxi.

Como se puede observar en la Figura 49 y en la Figura 50, este material con base epoxi sufre variaciones mecánicas importantes en función de la frecuencia de oscilación. El módulo de almacenamiento aumenta considerablemente con el aumento de frecuencias, presentando un valor de 3 GPa a 9,004 Hz e incrementándose hasta los 3,47 GPa alrededor de los 1000 Hz. Sin embargo, el módulo de pérdidas del material desciende ligeramente desde los 86 MPa a 9,004 Hz hasta los 54 MPa. Con estos datos, el factor de pérdidas máximo del material para el rango de frecuencias estudiado es de un 0,03 aproximadamente.

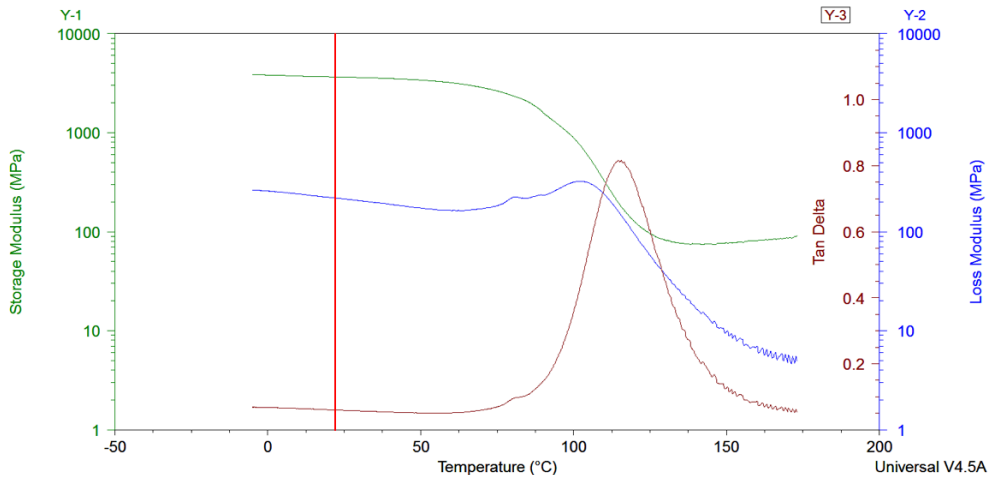


Figura 51. Resultados obtenidos mediante DMTA para material rígido con base epoxi. (Línea vertical indica los 21°C)

Como muestra la Figura 51 los resultados obtenidos mediante DMTA a 100Hz para una temperatura de 21°C coinciden con los obtenidos mediante MMT para los mismos valores de frecuencia y temperatura. Aproximadamente 3,3 GPa de módulo de almacenamiento frente a 200 MPa de módulo de pérdidas.

#### 4.2.3.2. Material elastómero de recubrimiento (No Autoportante)

Como se ha descrito anteriormente, este caso particular es llevado a cabo como combinación de dos materiales. El primero, un soporte de Acero del cual se extrae únicamente el módulo de almacenamiento, y el segundo, el material no autoportante que

se somete a la prueba para ser caracterizado. Ambos resultados se muestran a continuación.

Tabla 8. Propiedades del espécimen caracterizado con denominación Acero Inoxidable.

Longitud (m)	Masa (Kg)	Espesor (m)	Anchura (m)	Densidad (Kg/m <sup>3</sup> )	C. Poisson
0,7	0,268	0,000971	0,05	7893,961	0,33

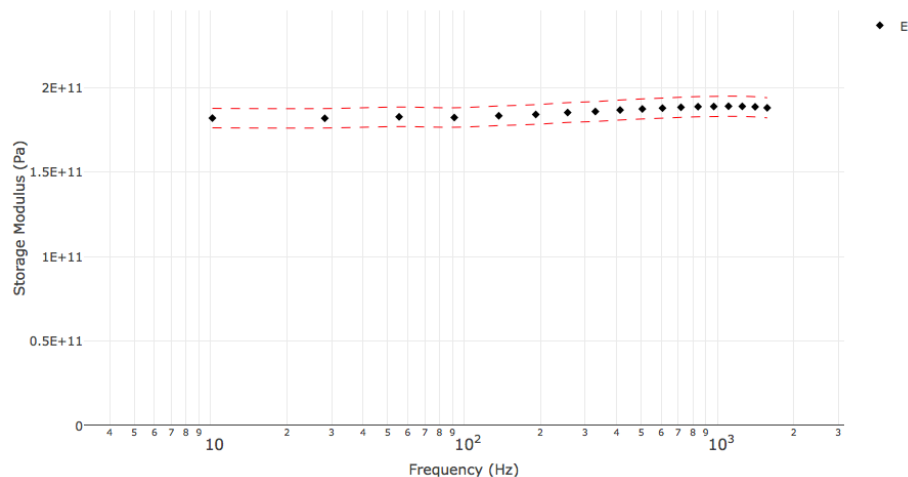


Figura 52. Módulo de almacenamiento obtenido para Acero Inoxidable utilizado como soporte.

Como puede observarse en la Figura 52, el factor de almacenamiento del acero inoxidable es un valor estable que oscila ligeramente entre 182GPa a 10,162 Hz y 189 GPa a 1571,4 Hz. Tras estudiar el conjunto de materiales definido en la Tabla 9, formado por el soporte y el polímero elastómero se extraen los siguientes resultados.

Tabla 9. Propiedades del espécimen caracterizado con denominación Coating elastómero de recubrimiento con base Poliuretano (PU)

Longitud (m)	Masa (kg)	Espesor (m)	Anchura (m)	Densidad (Kg/m <sup>3</sup> )	C. Poisson
0,7	0,318	0,00235	0,05	3866,26	0,33

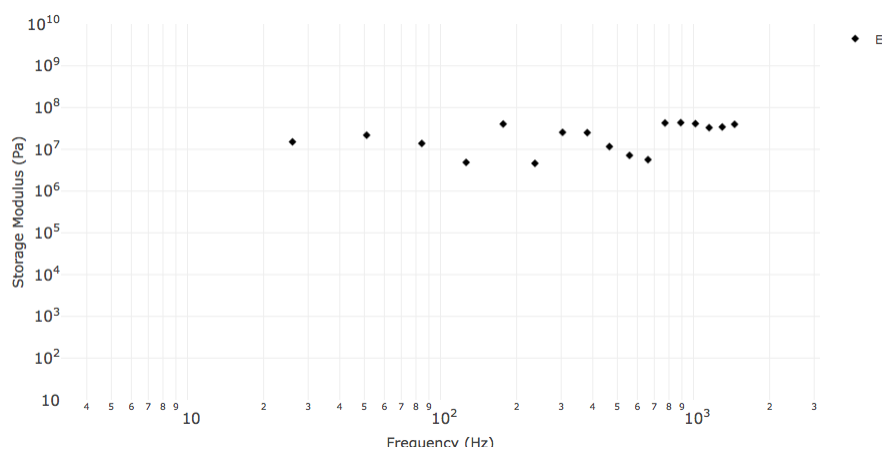


Figura 53. Módulo de almacenamiento obtenido para Coating elastómero de recubrimiento (PU)

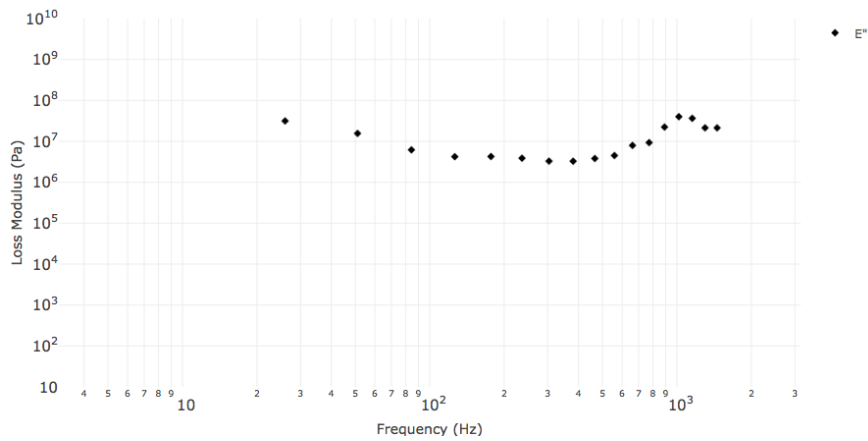


Figura 54. Módulo de pérdidas obtenido para Coating elastómero de recubrimiento (PU)

Como puede observarse en la Figura 53 y la Figura 54 los valores para el recubrimiento elastómero son bastante estables, oscilando cerca de los 10 - 37 MPa de módulo de almacenamiento y los 4 – 40 MPa de módulo de pérdidas. Estos valores tan equitativos ofrecen factores de pérdidas de aproximadamente de entre el 0,71 y 2,11 por lo que se trata de un polímero con gran capacidad de absorción de energía. Comparando estos resultados con los obtenidos para este mismo material mediante DMTA a 100Hz podemos garantizar su validez.

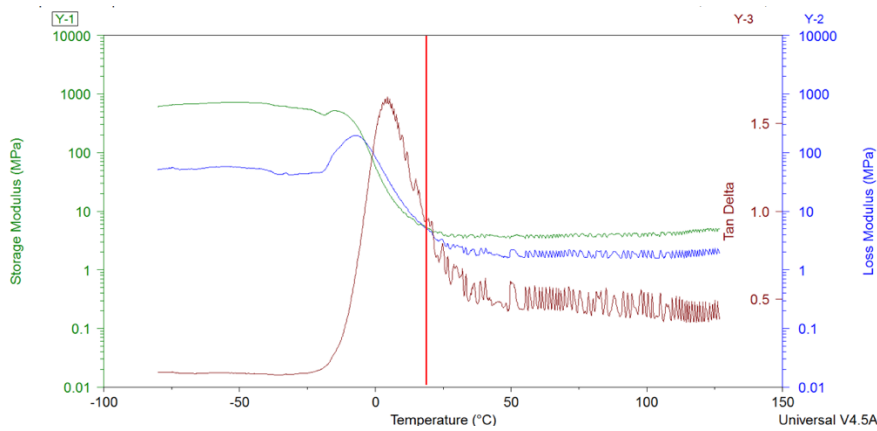


Figura 55. Resultados obtenidos mediante DMTA para material elastómero con base poliuretano. (Línea vertical indica los 21°C)

Como muestra la Figura 55 los resultados obtenidos mediante DMTA a 100Hz para una temperatura de 21°C coinciden con los obtenidos mediante MMT para los mismos valores de frecuencia y temperatura. Aproximadamente 6 MPa de módulo de almacenamiento frente a 5 MPa de módulo de pérdidas.

### 4.3. Influencia del procesado en el comportamiento vibratorio de los materiales compuestos.

Puesto que las propiedades mecánicas de los materiales compuestos se ven influenciadas por las variables productivas, y en vista de la sensibilidad que la velocidad de propagación de onda presenta frente a las propiedades mecánico-físicas del material, es necesario llevar a cabo el estudio que garantice la correcta caracterización del comportamiento dinámico de los materiales compuestos.

Aunque encontramos diferentes procesos industriales susceptibles de permitir la producción de cascos de composite [138,139], es importante garantizar ciertos aspectos para poder obtener resonancias predecibles:

- Espesores constantes.
- Fracciones volumétricas constantes.
- Orientación precisa de las fibras.
- Mínima porosidad.
- Evitar delaminaciones internas.

Teniendo en cuenta estas necesidades, es conveniente la utilización de preimpregnados (prepregs) [140–143]. Los pre-impregnados ofrecen espesores y fracciones volumétricas constantes tanto de fibra como de resina, y una alineación precisa de las fibras incluso antes de ser procesados. Además, disponen de la proporción exacta de resina-catalizador en toda su superficie, la cual sólo se activa mediante el efecto de la temperatura.

No obstante, los prepregs por sí mismos no son suficiente para garantizar unas propiedades mecánicas ideales. Existen fenómenos de defectología inherentes a los procesos industriales utilizados para el curado de prepregs. La defectología más común en este caso es la porosidad. Esta se presenta en mayor o menor medida en función de las condiciones externas durante el procesado.

Los procesos industriales más extendidos en el procesado de prepregs son el procesado mediante autoclave, y el procesado mediante vacío simple (*Vacuum-Bag-Only*), y el moldeo por presión, aunque este último requiere de un molde mucho más complejo por lo que no se tiene en consideración para este estudio.

Como muestra la Figura 56, existen diferencias fácilmente apreciables entre ambos procesos. El aumento de la porosidad es notable al prescindir del autoclave. Son varias las investigaciones que vinculan estas diferencias entre los distintos procesos utilizados en preimpregnados, con las diferencias mecánicas y de otros ámbitos de comportamiento [142,144,145].

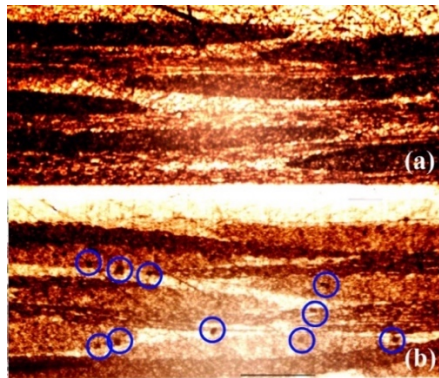


Figura 56. Microscopías de un laminado CFRE procesado mediante (a) Autoclave (b) Vacuum-Bag-Only

Dado que en la industria de fabricación de instrumentos musicales las vibraciones del material son de amplitudes reducidas ( $< 0,1\text{mm}$ ) podemos enfocar el estudio del material sólo en el tipo de resonancias generadas, sin abordar aspectos como el fallo del material, ya sea por fatiga u otro mecanismo.

Es esencial, por la aplicación que propone esta tesis, estudiar la influencia directa del procesado en el comportamiento modal del material compuesto a utilizar. Por lo tanto, este capítulo pretende evaluar la magnitud de la influencia directa del procesamiento de un preimpregnado, Autoclave (A) o *Vacuum-Bag-Only* (VBO), en las características vibratorias del compuesto, como su velocidad de sonido, obtenida a través de su comportamiento modal, así como en el tiempo de decaimiento resultante de la amortiguación del laminado. Para ello, se pasa a caracterizar dinámicamente mediante el método descrito en la sección 3.2.5.2 un composite utilizado comúnmente en la industria musical.

El material elegido para esta investigación es un prepreg de fibra de carbono reforzada con epoxy, CFRE. Se trata de uno de los composites más utilizados en la manufactura de instrumentos musicales como se puede comprobar en los ejemplos mostrados en la Figura 57.



Figura 57. Ejemplos de instrumentos fabricados en fibra de carbono reforzado con epoxy (CFRE): (a) Violonchelo Luis and Clark [146], (b) Caja Rasch Drums [147], (c) Piano Boganyi [148], and (d) Guitarra Klos [149].

#### 4.3.1. Material y métodos.

Para este estudio se han generado dos laminados, uno mediante autoclave y el otro mediante VBO como se muestra en la Figura 58.

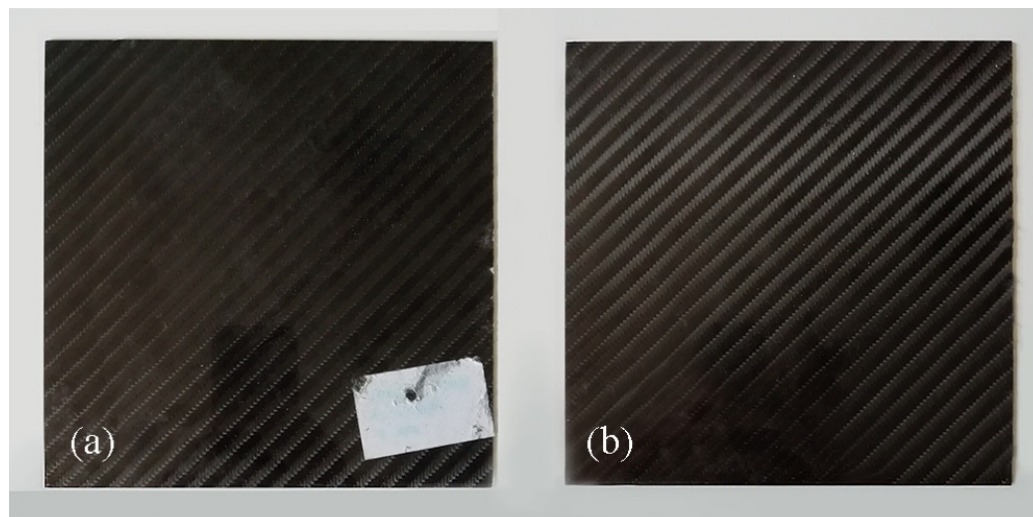


Figura 58. Placas de CFRE generadas (a) Autoclave y (b) VBO.

Para poder cubrir un rango equivalente a tres octavas por encima y por debajo de la referencia A3 (440 Hz), el rango de frecuencia del estudio se ha enfocado de tal manera que  $f_{0,1} < f < 2000\text{Hz}$ . Para ello, las dimensiones de las placas se han ajustado mediante la Ecuación (53) que define las resonancias de las placas con geometría rectangular.

El prepreg multipropósito de CFRE considerado para esta investigación es el tejido GG280T (Tenax HTA-3k) - DT806R-42. El laminado ha sido procesado por una empresa externa, Magma Composites S.L, (Alcañiz, Aragón, España) utilizando capas de preimpregnados suministradas por Delta Preg Composites. DT806 es una resina epoxi con una temperatura de transición vítrea ( $T_g$ ) de aproximadamente 135 °C. GG280T es un tejido de carbono de 4/4 de sarga, con de fibra de carbono de alta resistencia (HS) de 3K filamentos con una densidad superficial de 198 g/cm<sup>2</sup>.

Las placas con dimensiones de 220 × 220 mm fueron fabricadas por el método de bolsa de vacío simple (VBO) y autoclave (A), superponiendo tres capas colineales con un espesor total aproximado de 1,03 mm.

La placa A se curó en autoclave a 120 °C durante 1 hora, sin postcurado. La presión utilizada es de 4 atm para la placa procesada mediante autoclave (A) y de presión atmosférica para la placa VBO. Posteriormente, las placas fabricadas se han cortado a probetas individuales de 30 × 200 mm, tal y como se muestra en la Figura 59.



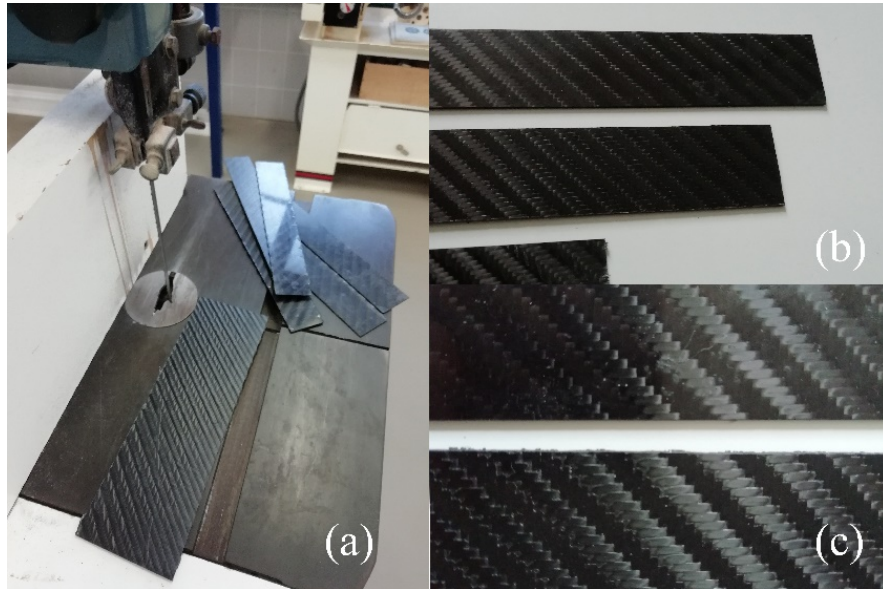


Figura 59. Proceso de fabricación de los especímenes: (a) corte de las placas de 30 × 200 mm; (b) placas acabadas; y (c) detalles de las superficies de ambas placas.

En total se han preparado cinco especímenes (dimensiones: 200mm × 30mm × 1.035mm) utilizando tres capas colineales, considerando que las direcciones de las fibras son paralelas a los lados del rectángulo que compone la geometría del espécimen, como se muestra en la Figura 60.

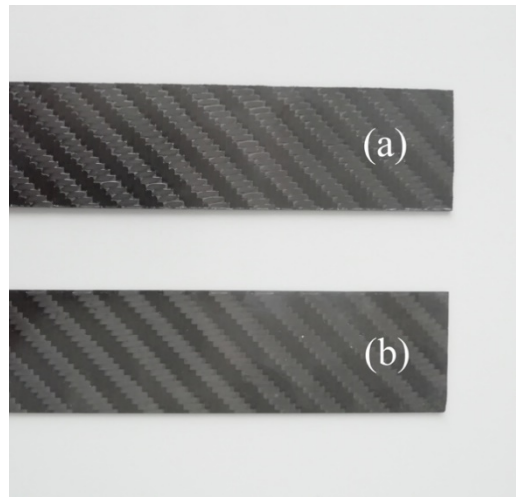


Figura 60. Especímenes (a) VBO y (b) autoclave.

Las propiedades estáticas proporcionadas por el fabricante se muestran en la Tabla 10.

Tabla 10. Propiedades estáticas del prepreg de fibra de carbono reforzado con epoxy.

Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Módulo de Young (GPa)			Coeficiente de Poisson			Módulo cizalladura (GPa)		
	x	y	z	xy	yz	xz	xy	yz	xz
1420	35.9	35.9	6.9	0.04	0.34	0.34	11.5	2.7	2.7

Cada una de las probetas se somete al test dinámico descrito anteriormente en la sección 4.2.2, tal y como muestra la Figura 61, de modo que se obtienen los valores de  $E'$ ;  $E''$  y  $\tan \delta$  para cada una de las resonancias de cada placa.

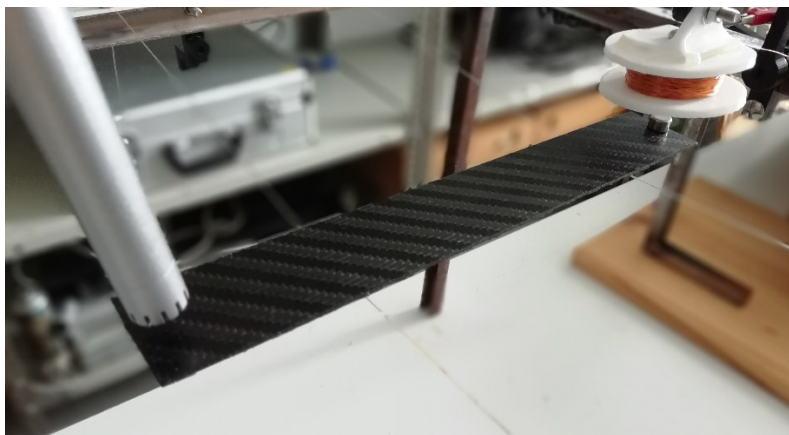


Figura 61. Ensayo experimental MMT de una probeta de fibra de carbono reforzada con epoxi CFRE.

### 4.3.2. Resultados y Discusión

#### 4.3.2.1. Caracterización dinámica

Los resultados obtenidos para cada tipo de especímenes procesados analizados mediante el procedimiento descrito anteriormente se muestran en las Tabla 11 y Tabla 12.

Tabla 11. Valores medios obtenidos para las placas de prepreg CFRE procesadas mediante autoclave.

$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	Modo	f (Hz)	E' (Pa)	E'' (Pa)	$\eta$	$\delta$ (Rad)	$\Lambda$	c (m/s)
1386.94	2.0	117.14	2.73E+10	6.12E+07	2.24E-03	2.24E-03	7.05E-03	4436.62
	3.0	351.72	3.19E+10	7.85E+07	2.46E-03	2.46E-03	7.74E-03	4795.86
	4.0	708.70	3.37E+10	9.18E+07	2.73E-03	2.73E-03	8.57E-03	4929.31
	5.0	1170.36	3.36E+10	1.02E+08	3.04E-03	3.04E-03	9.55E-03	4921.99
	6.0	1685.53	3.12E+10	1.28E+08	4.10E-03	4.10E-03	1.29E-02	4742.95

Tabla 12. Valores medios obtenidos para las placas de prepreg CFRE procesadas mediante vacío simple (VBO).

$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	Modo	f (Hz)	E' (Pa)	E'' (Pa)	$\eta$	$\delta$ (Rad)	$\Lambda$	c (m/s)
1162.95	2.0	114.58	2.00E+10	5.18E+07	2.59E-03	2.59E-03	8.14E-03	4147.00
	3.0	337.78	2.25E+10	5.60E+07	2.49E-03	2.49E-03	7.81E-03	4398.56
	4.0	678.49	2.37E+10	3.86E+08	1.63E-02	1.63E-02	5.12E-02	4514.33
	5.0	1107.24	2.31E+10	3.93E+08	6.60E-02	6.59E-02	2.07E-01	4456.82
	6.0	1716.18	2.48E+10	3.91E+08	1.58E-02	1.58E-02	4.95E-02	4617.91

A la vista de los resultados, podemos observar algunas diferencias notables producidas por la defectología asociada a cada uno de los tipos de procesado. Como la Figura 62 muestra, el procesado mediante vacío simple presenta una disminución del 27% en la parte real del módulo (módulo de almacenamiento)  $E'_f$ , frente al composite procesado mediante vacío simple (VBO). Esta disminución es prácticamente constante para todos los valores de frecuencia.

También observamos en los resultados cómo los valores medios de densidad equivalente de la placa disminuyen notablemente debido a los efectos de la porosidad; el material procesado con (VBO) presenta una densidad un 16,2% inferior a la procesada con autoclave (A).

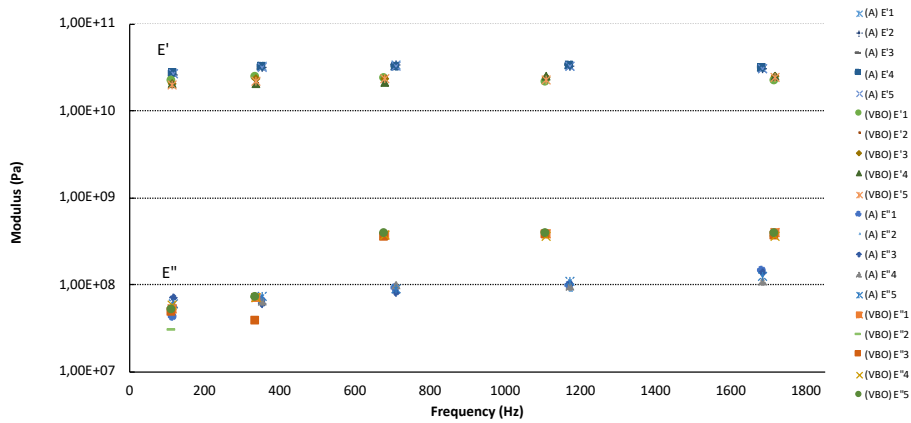


Figura 62. Resultados del módulo de pérdidas y almacenamiento de los preimpregnados CFRE: A (autoclave) y VBO (bolsa de vacío simple).

Esto explica el efecto en la velocidad del sonido resultante del compuesto  $c$  definido por la Ecuación (24) y representado en la Figura 63. Esta velocidad se define como la raíz cuadrada de la relación entre la rigidez y la densidad del medio. Dado que ambas variables se ven disminuidas por la porosidad, la relación entre ellas se mantiene mitigando el efecto de las pérdidas de procesamiento, manteniendo la velocidad de onda y, por lo tanto, los valores de las frecuencias de resonancia que son proporcionales a su velocidad de sonido, como define la Ecuación (1).

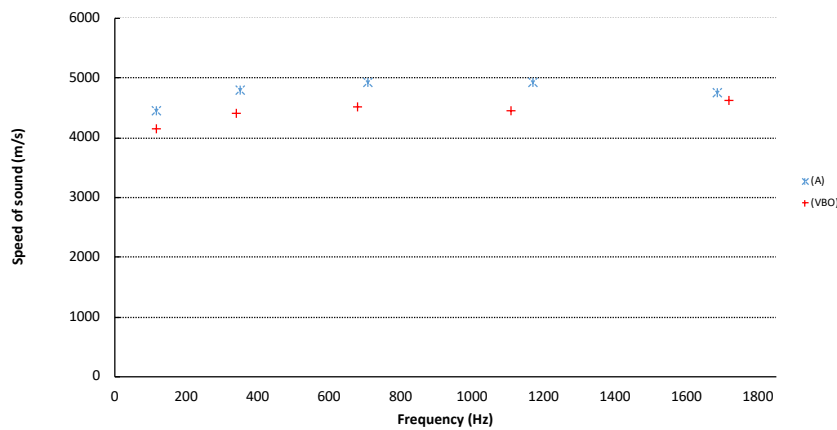


Figura 63. Promedio de velocidad del sonido a diferentes frecuencias, para los prepreps CFRE procesados mediante A (autoclave) and VBO (vacuum bag-only).

Los mayores cambios, sin embargo, se observan en el comportamiento viscoso del compuesto. Como muestra la Figura 62, el procesamiento de VBO generó un gran aumento en el módulo de pérdidas  $E''$  especialmente en el rango  $f > 400\text{Hz}$ ; por ejemplo, 4.2 veces mayor para el modo de vibración (4,0) ubicado alrededor de los 700 Hz.

El aumento del módulo de pérdidas frente al módulo de almacenamiento genera un aumento de la amortiguación (*damping*), o factor de pérdidas  $\eta$ , en el caso del composite procesado por VBO.

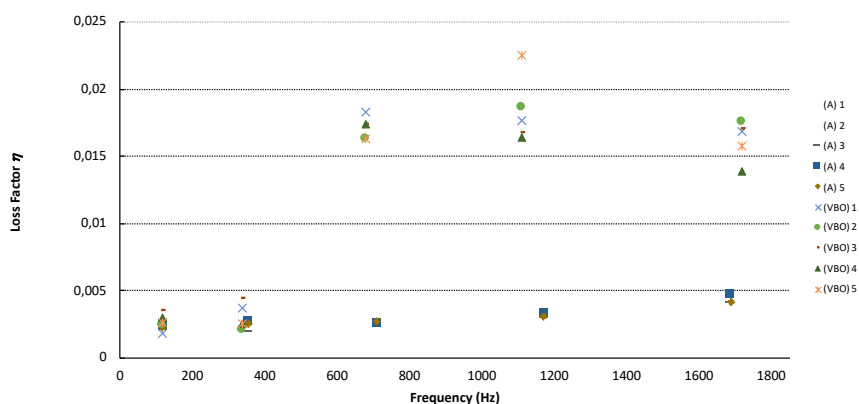


Figura 64. Comparación del factor de pérdidas para los preimpregnados de la CFRE procesados en autoclave (A) y mediante vacío simple (VBO).

Como se muestra, este aumento presenta un máximo para 1100 Hz, cambiando completamente el comportamiento del material que, en el caso de la placa procesada en autoclave, mostraba un comportamiento casi proporcional a la frecuencia.

#### 4.3.2.2. Efectos en el comportamiento vibratorio.

El efecto del procesado es claramente identificable en el análisis transitorio de las placas. Como muestra la Figura 65, y de acuerdo con la Figura 64, para el modo de vibración (2,0) con una frecuencia de  $f \cong 115 \text{ Hz}$  los tiempos de decaimiento son similares. Sin embargo, para el modo de vibración (5,0) con una frecuencia  $f \cong 1150 \text{ Hz}$ , los valores de amortiguación son mucho más altos para la placa procesada fuera del autoclave, por lo que el tiempo de decaimiento es mucho menor.

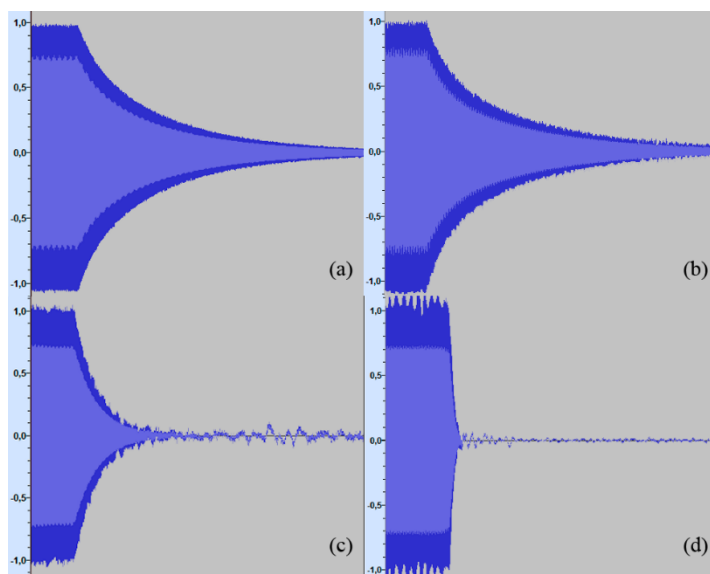


Figura 65. Análisis transitorios de las placas CFRE: (a) Modo de vibración en autoclave 2,0; (b) modo de vibración en vacío simple 2,0; (c) modo de vibración en autoclave 5,0; y (d) modo de vibración en bolsa de vacío 5,0.

Como se ha expuesto anteriormente, la industria de fabricación de instrumentos musicales se basa comúnmente en el uso de resonancias de elementos secundarios para aumentar los niveles de presión sonora de elementos principales de oscilación, como cuerdas y membranas, pero también para emitir sonido cuando son impactados, como es el caso de los idiófonos. En ambos casos, los valores de frecuencia para cada una de las resonancias son de alta importancia, pero también los valores de amortiguación, ya que definen la cantidad de amplitud que cada resonancia puede acumular, como se muestra en la sección 3.2.5.2.

Los valores de amortiguación más altos provocan una disipación de la energía de vibración. Como se muestra en la Figura 66, el efecto de los diferentes procesos de la CFRE es notable en la respuesta vibratoria del compuesto.

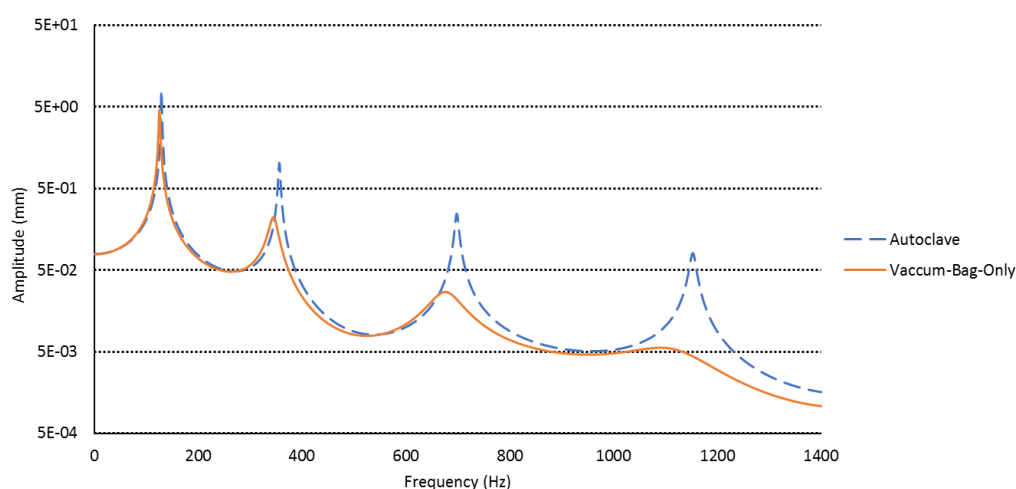


Figura 66. Amplitudes máximas registradas en las diferentes placas CFRE por excitación de barrido de frecuencia para  $0 < f < 1400 \text{ Hz}$ .

Los valores de las frecuencias de resonancia son estables debido a la similitud de las velocidades del sonido del material en ambos procesos. Las mayores diferencias se deben al comportamiento viscoso de las placas. Para valores de baja frecuencia, en los cuales las diferencias mecánicas entre las placas son mínimas, las resonancias son prácticamente iguales en amplitud y frecuencia. Pero, a medida que aumenta la frecuencia, los efectos de la amortiguación en la placa VBO se vuelven más destacables. Este efecto es crítico cerca de 1000 Hz donde algunas resonancias son casi incapaces de acumular amplitud de vibración.

#### 4.4. Conclusiones

En el presente capítulo de este documento, se han analizado los aspectos relativos a la idoneidad de los materiales para la fabricación de cascos de membranófonos, a su caracterización dinámica y los efectos derivados del tipo de procesado.

Como se ha demostrado, existen familias de materiales que permiten un gran abanico de posibles velocidades de propagación, lo que ofrece la oportunidad de modificar ampliamente las resonancias de los cascos, en vistas a modificar el espectro resultante de los membranófonos. Este factor es decisivo para que los fabricantes tengan posibilidades de ampliar la oferta de diferentes sonidos, lo que se puede traducir en un factor competitivo.

Los materiales más utilizados actualmente para la fabricación de cascos, presentados en la sección 2.5.2, no presentan grandes rangos de posibilidades. En el caso de la madera, se trata de uno de los materiales tradicionalmente más arraigados, utilizados y valorados por usuarios y fabricantes. Sin embargo, atendiendo a todas las especies conocidas no se han obtenido variaciones mayores del 10% en frecuencia, convirtiéndolo en un material con pocas posibilidades, y por consiguiente poco interesante para la fabricación. En el caso de los metales no existen diferencias entre la gran mayoría de ellos a excepción de las aleaciones de cobre.

Si comparamos entre sí estas dos familias, muchas especies de maderas comparten las velocidades de propagación de la gran mayoría de metales, alrededor de los 5100 m/s, lo que tiene como consecuencia que incluso entre familias de materiales muy diferenciadas los efectos atribuibles al las propiedades elásticas del material sean mínimas.

Sin duda, son los materiales menos extendidos hasta la fecha los que presentan más potencial. Los materiales compuestos, en todo su rango de posibilidades, ofrecen la opción más interesante en variabilidad ya que disponen de un amplio rango de velocidades de onda, lo que se traduce en la posibilidad de obtener diferentes rangos de resonancias simplemente actuado sobre la caracterización del material. Por lo que, desde el punto de vista del material es la familia idónea para diseño.

En este capítulo, se ha propuesto una nueva metodología para la caracterización mecánica dinámica de materiales, aportando soluciones a algunas de las limitaciones se han detectado en los métodos utilizados en la actualidad. Este método económico y sencillo, ofrece la posibilidad de caracterizar mecánicamente materiales isótropos y ortótropos en un amplio rango de frecuencias, con un nivel de precisión similar al que ofrecen los métodos actuales. Además, el método propuesto es susceptible de abarcar el análisis de materiales autoportantes, y no autoportantes lo que, será de utilidad para el sector de la manufactura de instrumentos musicales y para otros sectores donde la caracterización de elastómeros es esencial.

Este método ha permitido evaluar el efecto del procesado en los composites. Concretamente, este capítulo ha realizado una prueba dinámica para analizar las propiedades de las placas prepreg CFRE procesadas por dos procesos diferentes, autoclave y solo bolsa de vacío. En línea con estudios anteriores, encontramos que el procesamiento es un factor importante a tener en cuenta a la hora de caracterizar dinámicamente un prepreg CFRE. Debido a las diferencias en el comportamiento vibratorio cuantificadas entre los diferentes procesos, podemos afirmar sin duda, que se trata de una nueva variable a tener en cuenta en el diseño de materiales aplicado a la fabricación de instrumentos musicales.

Aunque se ha observado diferencias mecánicas y físicas en el material resultante, el método de bolsa de vacío simple (VBO) en prepregs CFRE se muestra como un proceso adecuado para todas aquellas aplicaciones que requieren caracterizar el comportamiento elástico y las frecuencias de resonancia de un producto, debido a la alta estabilidad que este proceso conserva sobre la velocidad del sonido en el compuesto. Prescindir del autoclave es suficientemente garantista para la fabricación de instrumentos musicales, si atendemos a los valores de las frecuencias de resonancia.

Las mayores diferencias se generaron a nivel de *damping*; se han cuantificado aumentos muy significativos en la amortiguación, lo que es algo a tener en cuenta en el proceso de diseño y producción. Los altos valores de amortiguación tienen como consecuencia la disipación de energía de oscilación, por lo que las resonancias acumulan menos presión sonora. Este factor puede representar una dificultad añadida en la industria de fabricación de instrumentos musicales, donde el principal interés para la máxima acumulación de energía de vibración para aumentar los niveles de presión

sonora, y son generalmente los materiales con baja atenuación los más adecuados para este propósito, aunque el papel del material en este efecto para los cascos de membranófonos está por determinar. En ambos casos, el conocimiento de la influencia del procesado permite una caracterización más precisa del material. Dependiendo del rango de frecuencia de interés, el uso del procesado en autoclave puede seguir siendo interesante y su coste asociado podría estar justificado.

A nivel general, podemos afirmar que la influencia del material en el comportamiento modal de cascos de membranófonos es limitada, aunque aprovechable. Esta se limita a un factor de proporcionalidad vinculado a la velocidad de propagación del material que conforma el casco que actúa de manera equivalente sobre todas las resonancias del casco. Presentando leves niveles de amortiguación del material, que aplicado a cascos, es necesario evaluar en el membranófono completo. Será esencial analizar si esta disipación de energía de vibración afecta a la interacción con la membrana y si los efectos sobre ésta son los suficientemente influyentes..





## 5. Influencia de los aspectos geométricos y modales.

La geometría y su influencia en los modos de vibración es otro de los aspectos relevantes en la fabricación de cascos para membranófonos. Como se ha expuesto anteriormente en la sección 2.3, los fabricantes recurren a diferentes geometrías y refuerzos estructurales en función de las necesidades.

Más allá de la altura y diámetro de los membranófonos, que vienen impuestos por los usuarios y supondrían un gasto importante en moldes y utillajes para los fabricantes, son de especial interés el potencial de aquellas variables que permiten modificar el comportamiento modal del casco, sin suponer por ello ningún coste indirecto adicional de producción. Por otra parte, también es interesante la utilización de estas variables para mantener ciertos aspectos modales ahorrando en costes de producción y de material. Estas variables han sido relacionadas anteriormente con las frecuencias de resonancias anteriormente para el caso de los cilindros ideales en las Ecuaciones (50) y (51), pero como la Ecuación (1) demuestra cualquier cambio en la geometría puede llevar a cambios en las resonancias del casco cilíndrico por lo tanto, la investigación en este campo se vuelve esencial para todas aquellas geometrías que distan de la cilíndrica ideal.

Para la construcción de cascos en composite, los parámetros constructivos más interesantes para este fin son el espesor total  $h$ , generado por el número total de capas de laminado compuesto, y los refuerzos estructurales de los bordes del casco que modifican la rigidez total a la flexión del casco, modificando así el momento de inercia del cilindro, la Ecuación (1) y por tanto todo el comportamiento modal del casco. El incremento de espesor implica un aumento en el uso de material, por lo que la obtención de ciertos valores de frecuencia en resonancias puede ser costosa. Por otro lado, como muestra la Figura 67, los refuerzos estructurales utilizados en forma de pliegue de material permiten soportar las fuerzas a las que está sometido el instrumento por la acción de la tensión de las membranas. A menudo representan un ligero aumento de material por lo que son un elemento muy eficaz y fácilmente ajustable para obtener las resonancias deseadas.

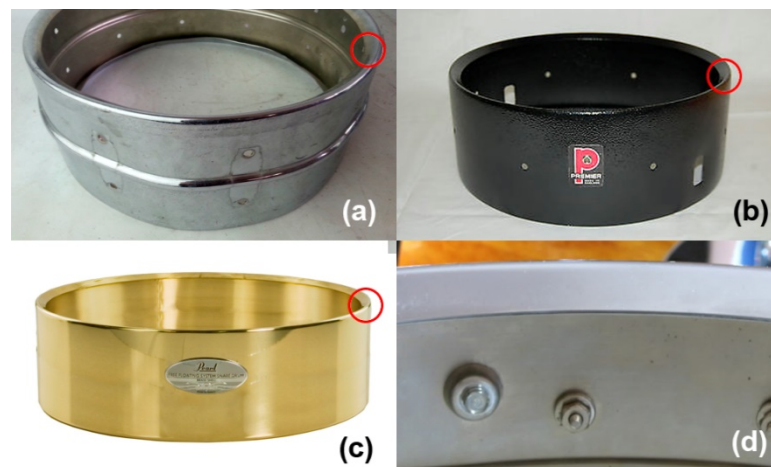


Figura 67. Diversos cascos que utilizan refuerzos estructurales en forma de pliegues de material. (a) Ludwig Supraphonic, (b) Premier Drum Shell (c) Pearl Free Floating (d) Slingerland Drum Shell.

El conocimiento de la influencia de las variables de diseño estructural puede suponer una ventaja competitiva para este sector industrial, reduciendo los costes asociados al uso del material y los tiempos de producción. Por esta razón, este capítulo se centra en el estudio de posibles combinaciones geométricas, considerando el espesor y la longitud de los refuerzos estructurales del casco. Como muestra la Figura 68, una combinación de simulaciones de elementos finitos y su validación experimental permite observar los cambios en el comportamiento modal del casco y cuantificar las diferencias en los valores de frecuencia asociados a cada una de las resonancias principales, así como de las combinaciones que puedan ser interesantes a nivel de fabricación.

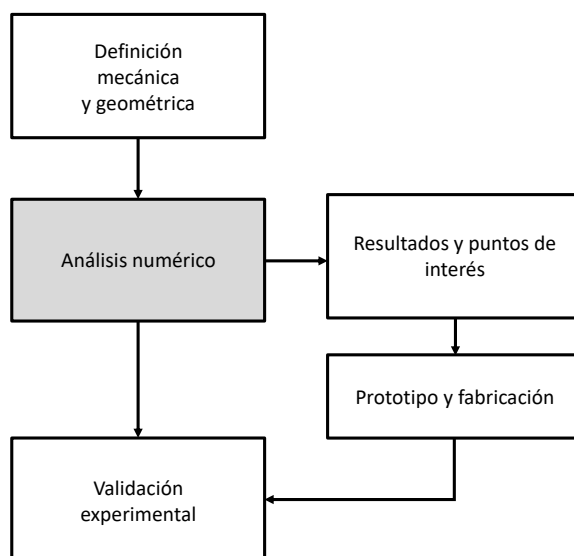


Figura 68. Esquema de la investigación de los aspectos estructurales.

## 5.1. Características del membranófono.

### 5.1.1. Aspectos geométricos.

Para el estudio se toma como referencia un modelo de membranófono (caja) construido según las medidas estandarizadas disponibles en el mercado. Se trata de una caja con casco cilíndrico de fibra de carbono reforzada con epoxi (CFRE). El criterio de selección del material es el expuesto en la sección 4.1. Las características geométricas del casco de este modelo son las que observamos en la Figura 69. Donde se toman algunas características heredadas determinando que la altura del casco  $h_{DS} = 127$  mm y el radio  $r_{DS} = 177,8$  mm, mientras que la longitud de los refuerzos estructurales  $l_{SR}$  y el número de capas  $N$ , (que definen el espesor total  $t_{DS} = N \cdot t_p$  siendo  $t_p$  el espesor de una capa individual) se establecen como variables de estudio.

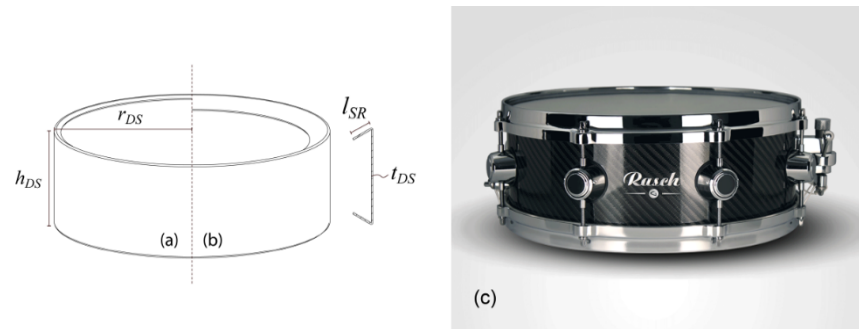


Figura 69. Distribución de las variables geométricas y comparación de dos cascos con diferentes  $l_{SR}$  (a)  $l_{SR} = 10$  mm (b)  $l_{SR} = 30$  mm (c) Modelo real utilizado como referencia.

### 5.1.2. Caracterización del laminado y fabricación

El prepreg multipropósito de CFRE considerado para esta investigación es GG280T (Tenax HTA-3k) - DT806R-42 Fabric. El laminado ha sido fabricado por una empresa externa, Magma Composites S.L, (Alcañiz, Aragón, España) utilizando capas de preimpregnadas suministradas por Delta Preg Composites. DT806 es una resina epoxi con una temperatura de transición vítrea ( $T_g$ ) de aproximadamente 135 °C. GG280T es un tejido de carbono de 4/4 de sarga de fibra de carbono de alta resistencia (HS) de 3K filamentos con una densidad superficial de 198 g/cm<sup>2</sup>, el laminado se genera apilando 3 o más capas colineales, como muestra la Figura 70.

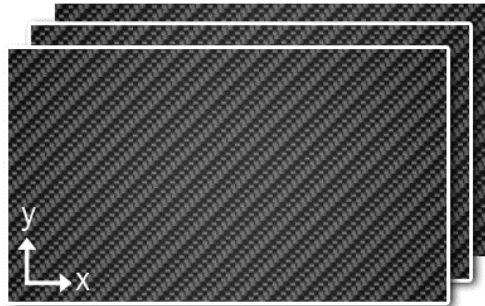


Figura 70. Secuencia de apilado con capas colineales  $\{0^\circ/0^\circ/0^\circ/\dots\}$ .

El procesado en autoclave permite eliminar los huecos generados durante el proceso de curado, eliminando los efectos de la amortiguación del composite [150]. Para obtener las máximas propiedades mecánicas del composite, se ha realizado un postcurado siguiendo la curva mostrada en la Figura 71.

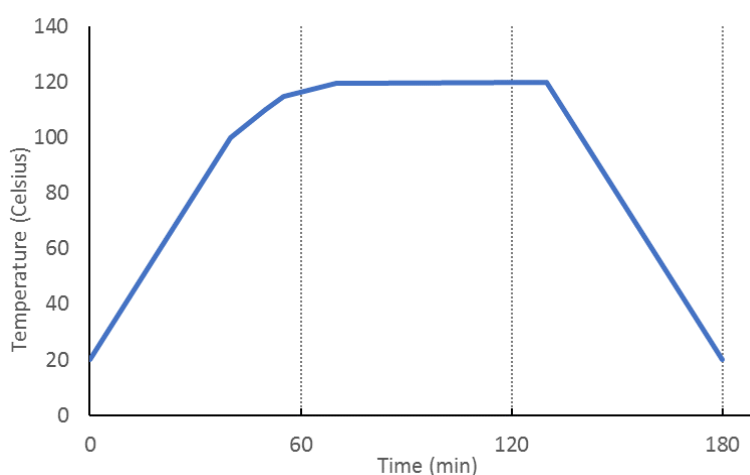


Figura 71. Ciclo de postcurado

Las láminas de tejido se caracterizan por tener dos direcciones de fibra perpendiculares entre sí, siendo para este caso particular el Módulo de Young equivalente para ambas direcciones de fibra  $E_x = E_y$ . El espesor resultante de cada capa después del procesado es de 0,34 mm. Las propiedades mecánicas del material utilizado en la construcción de este prototipo se muestran en la Tabla 13.

Figura 13

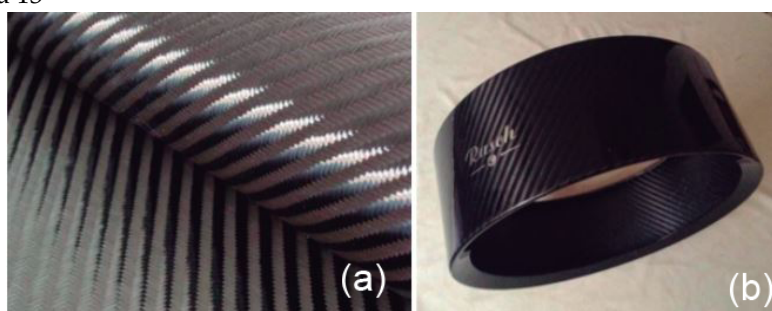


Figura 72. (a) Tejido de fibra de carbono utilizado en el tambor, (b) Geometría del casco del tambor.

Tabla 13. Propiedades elásticas del CFRE utilizado en la investigación.

Densidad	1451 kg·m <sup>-3</sup>
Módulo de Young ( $E_1$ )	59.16 × 10 <sup>9</sup> Pa
Módulo de Young ( $E_2$ )	59.16 × 10 <sup>9</sup> Pa
Módulo de Young ( $E_3$ )	7.5 × 10 <sup>9</sup> Pa
Coefficiente de Poisson ( $\nu_{12}$ )	0.04
Coefficiente de Poisson ( $\nu_{23}$ )	0.3
Coefficiente de Poisson ( $\nu_{31}$ )	0.3
Módulo de cizalladura ( $G_{12}$ )	17.5 × 10 <sup>9</sup> Pa
Módulo de cizalladura ( $G_{23}$ )	2.7 × 10 <sup>9</sup> Pa
Módulo de cizalladura ( $G_{31}$ )	2.7 × 10 <sup>9</sup> Pa

### 5.1.3. Fabricación del casco.

Para producir el casco del tambor, se ha fabricado un molde de fibra de vidrio reforzado con epoxi con un acabado de coating con base de epoxi (GFRE). El molde se ha dividido en 4 particiones.



Figura 73. Molde GFRE desarrollado para la fabricación del casco del membranófono.

La parte superior e inferior están destinadas a generar los refuerzos estructurales descritos en la Figura 67. El resto, formado por dos particiones semicirculares generan el cilindro restante que forma el casco del membranófono. Esta configuración de particiones permite construir cualquier configuración de espesores de laminado y de refuerzos estructurales del estudio, sin ser modificado.

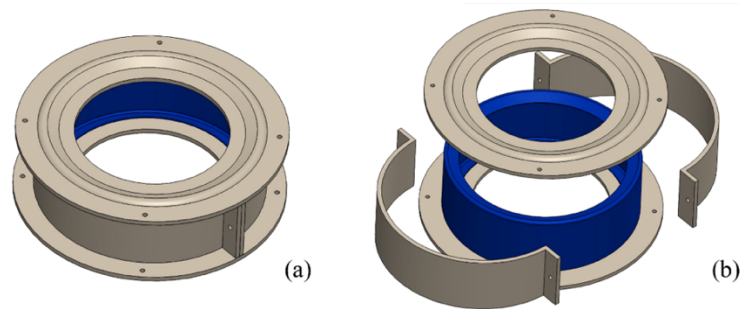


Figura 74. Esquema de montaje y particiones del molde desarrollado para la fabricación del casco de composite CFRE. (a) Molde ensamblado. (b) Desmoldeo del laminado curada.

## 5.2. Metodología

### 5.2.1. Métodos experimentales

Uno de los métodos más sencillos y conocidos para el análisis experimental de los diferentes modos de vibración y su identificación directa consiste en el uso de arena colocado sobre el elemento excitado por resonancia. Este método permite la observación directa de las deformaciones producidas por la acumulación de material en los nodos. Existen geometrías complejas en las que el uso de este método es imposible, por lo que se requieren otros métodos. La interferometría láser holográfica permite la observación de los modos de vibración debidos a la interferencia de la luz producida en un objeto en vibración. Otros métodos utilizan la sensorización y la captura de datos sobre los elementos excitados por el impacto o resonancia, lo que permite un análisis detallado de las vibraciones y las frecuencias, pudiendo así identificar los modos de vibración.

Para esta investigación se ha utilizado un método de detección de resonancia basado en la excitación externa del casco mediante señal sinusoidal. Se ha realizado un barrido de frecuencias y se han capturado los valores de cada resonancia, siguiendo el esquema mostrado en la Figura 75.

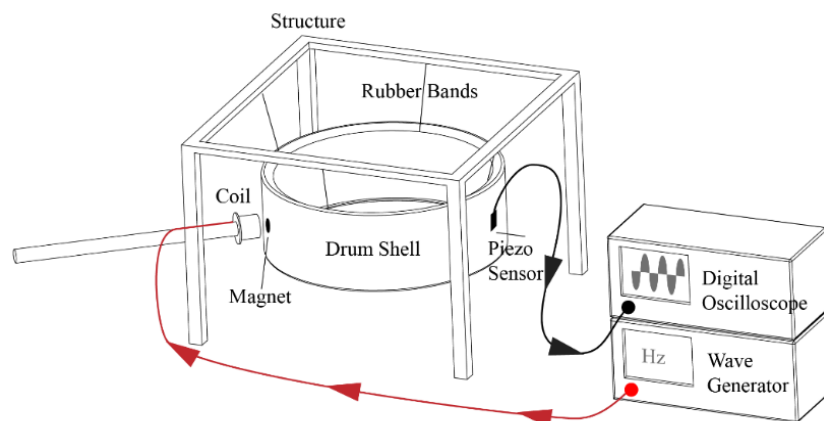


Figura 75. Método de barrido de frecuencia realizado en la validación experimental.

El generador de onda emite un barrido de frecuencias que pasa a una bobina que excita un pequeño imán adherido a la superficie del casco. Éste permanece en condiciones libres suspendido por bandas elásticas y los sensores piezoeléctricos capturan los desplazamientos generados por las vibraciones del casco. Las señales captadas por los sensores se analizan en un osciloscopio digital.

Aunque todos estos métodos experimentales han dado buenos resultados en estudios anteriores, todos ellos requieren la construcción de un espécimen para cada caso de estudio. Las combinaciones de variables geométricas pueden dar lugar a un gran número de casos, por lo que, las simulaciones de elementos finitos representan grandes ventajas como metodología en aquellos casos en los que el estudio a realizar supone una gran inversión económica y temporal. Nos permiten realizar un alto grado de experimentación sin que se requiera por ello la fabricación de todos los casos de estudio para evaluar su acústica. Existen numerosos estudios que han utilizado la metodología de elementos finitos para el cálculo modal en instrumentos musicales como el violín, el piano, etc., certificando una gran concordancia con los datos obtenidos experimentalmente. [40,65,151–153].

Para entender cómo los refuerzos estructurales y el espesor pueden influir en el comportamiento vibratorio de cualquier casco de tambor, se ha realizado un conjunto de simulaciones modales con elementos finitos. Se han combinado diferentes valores de capas de laminado mediante diferentes valores de longitud de refuerzo estructural para evaluar el comportamiento vibratorio del casco obteniendo los valores de las frecuencias de cada modo de vibración.

### 5.2.2. Análisis numérico.

En la Figura 76 se presenta un esquema utilizado en el modelado numérico. El software utilizado es ANSYS. Se ha realizado una parametrización de las variables de estudio  $l_{SR}$  y  $N$ . El proceso de cálculo completo consiste en; en primer lugar, la creación de la geometría con el parámetro de longitud de refuerzo estructural asociado al caso de estudio, posteriormente, esta geometría actualizada se envía al ACP (ANSYS Composite Prepost) donde se genera el laminado especificado anteriormente con la configuración del material compuesto con el número correspondiente de capas de laminado parametrizadas para esa simulación.

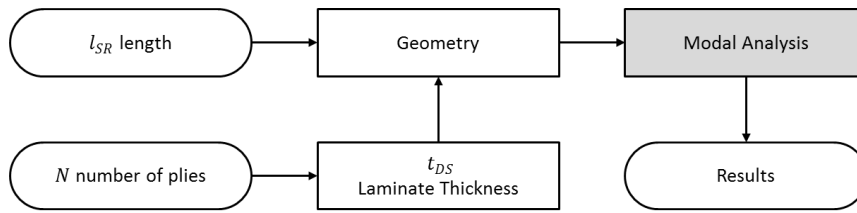


Figura 76. Esquema de organización de las simulaciones.

Una vez generada la geometría y aplicado el espesor total, se extraen los modos vibracionales y sus frecuencias. Una lista de todas las combinaciones de variables se carga en el software de simulación. Todos los resultados se almacenan para su posterior análisis, como se discutirá en las siguientes secciones.

#### 5.2.2.1. Modelo numérico.

El modelo numérico utilizado para determinar los modos de vibración y sus frecuencias en un sistema no amortiguado es:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (62)$$

Para un sistema lineal, las vibraciones  $\{u\}$  deben ser armónicas con respecto a:

$$\{u\} = \{\phi\}_i \cos \omega_i t \quad (63)$$

Desarrollando las ecuaciones, obtenemos la ecuación del problema clásico de los autovalores.

$$[K]\{\phi\}_i = \omega_i^2 [M]\{\phi\}_i \quad (64)$$

donde  $[K]$  es la matriz de rigidez,  $\{\phi\}_i$  es el vector de forma (autovector) del modo  $i$ ,  $\omega_i^2$  es el autovalor, y  $[M]$  es la matriz de masa [102].

#### 5.2.2.2. Rango de los parámetros del estudio.

Se establecen límites de estudio que permiten entender el comportamiento de las frecuencias para cada modo en función de las variables de entrada. Para el número de capas  $N$ , los límites se establecen en  $1 < N < 9$  capas de laminado, lo que da como resultado límites de espesor de  $0,34 < t_{DS} < 3,06$  mm. Aunque un casco de tambor de 1 ó 2 capas no es estructuralmente capaz de soportar las tensiones causadas por los parches, estos han sido incluidos en el estudio para mejorar la comprensión del comportamiento general. El límite superior se establece considerando que con mayores espesores ya no serían necesarias soluciones estructurales. Los límites para la longitud del refuerzo estructural se establecen en  $5 < l_{SR} < 30$  mm. En la mayoría de los casos los refuerzos observados en los productos existentes no superan los 10 mm, aunque el estudio se amplía para confirmar la influencia de esta variable en las frecuencias resultantes. El límite superior está fijado en 30 mm, teniendo en cuenta que el aire debe poder moverse libremente dentro del casco del tambor.

Como se ha expuesto anteriormente en la sección 3.3.3, en un membranófono con dos membranas, la membrana superior se excita por el impacto. Cuando esto ocurre, las vibraciones de la membrana se transmiten por contacto directo con el casco, y ésta vibra de forma consonante, transmitiendo sus propias resonancias a la membrana. El aire contenido en el interior del casco, a su vez, excita la membrana inferior. El acoplamiento entre las frecuencias de ambas membranas se observa especialmente en las frecuencias

más bajas [131]. Principalmente en los modos  $(0,1)$  y  $(1,1)$ , se observan pares de modos resultantes de los movimientos de las membranas de la misma manera o de manera opuesta. Debido a que el casco de un tambor sólo puede excitar la membrana a través de las diferentes resonancias, el estudio de este se ha enfocado en el rango de frecuencia natural de un sistema de dos membranas [2,3,19].

Las amplitudes de las vibraciones en las membranas disminuyen rápidamente a medida que aumenta el modo de vibración  $(m,n)$ . Aunque depende del punto de excitación, generalmente los modos de baja frecuencia generan mayores amplitudes, especialmente el modo fundamental  $(0,1)$  y el  $(1,1)$ . Estos modos de vibración son los que presentan una mayor capacidad para excitar el casco, y por lo tanto se consideran esenciales en las posibles variaciones del espectro.

Para una caja estándar, el rango observado experimentalmente para los primeros 9 modos de vibración del sistema de doble membrana es entre 182-629 Hz. Para esta investigación, dado que en la mayoría de los membranófonos actuales la tensión de la membrana es fácilmente ajustable, el rango de estudio se ha ampliado entre 0-2000 Hz, abarcando un espectro de frecuencias más amplio. Tras combinar las variables de entrada, se generan un total de 54 casos diferentes para la simulación, cubriendo todas las combinaciones posibles de capas y longitudes de refuerzos estructurales en intervalos de 5 mm. Debido a que las curvas de evolución de las frecuencias presentan una transición suave, se ha considerado que esta distancia entre puntos es suficiente para comprender la evolución de las frecuencias y optimizar el número de simulaciones requeridas.

### 5.3. Resultados

Después de realizar el cálculo de los 54 casos existentes, los valores de las frecuencias y sus formas modales se han guardado para cada uno de los modos de vibración. El análisis de los datos almacenados nos permite entender el comportamiento de frecuencia debido a las variaciones de ambas variables de entrada: número de capas de laminado y longitud del refuerzo estructural utilizado. Para una mejor comprensión y análisis de los datos obtenidos se ha optado por una representación tridimensional que permite relacionar visualmente ambas variables de entrada con sus resultados. En la Figura 77 se pueden observar los modos de vibración extraídos de las simulaciones para el rango definido para el estudio.

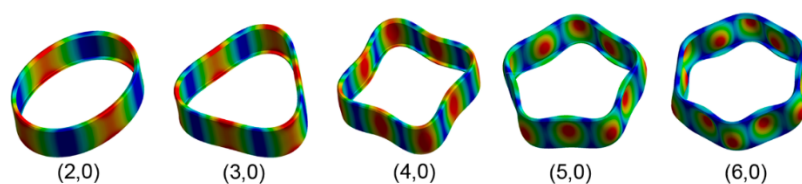


Figura 77. Modos de vibración de tipo  $(m, 0)$  del casco cilíndrico obtenidos mediante simulaciones FEM.

Los resultados obtenidos se muestran en las Figuras 78-82 para los diferentes modos de vibración. En cada uno de los gráficos se analiza la evolución de las frecuencias para un único modo de vibración, en función del número de capas y de las diferentes longitudes de refuerzo estructural.



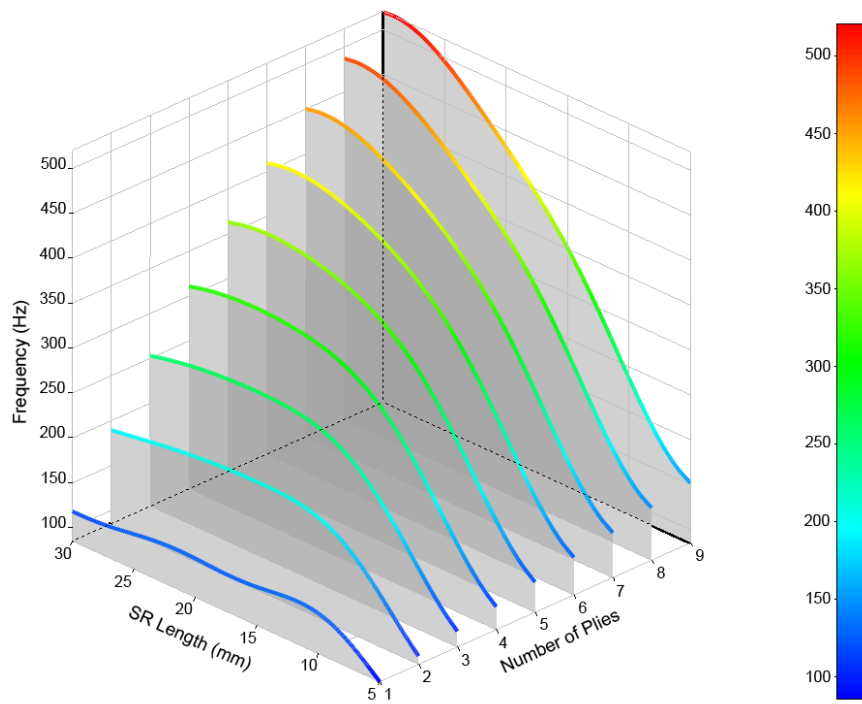


Figura 78. Frecuencias obtenidas para el modo de vibración (2,0) del casco.

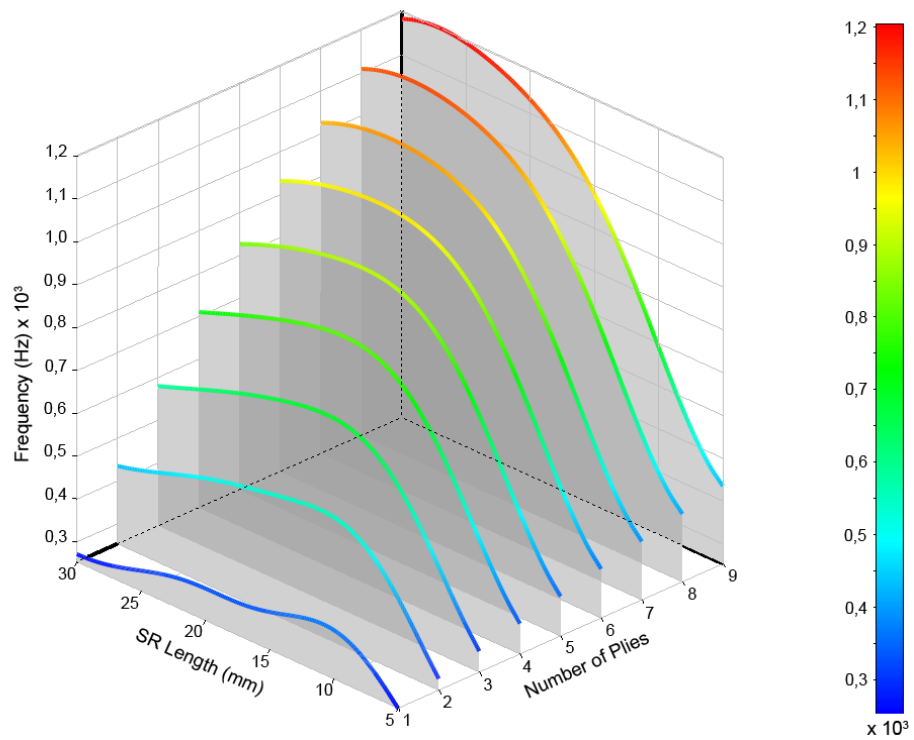


Figura 79. Frecuencias obtenidas para el modo de vibración (3,0) del casco.

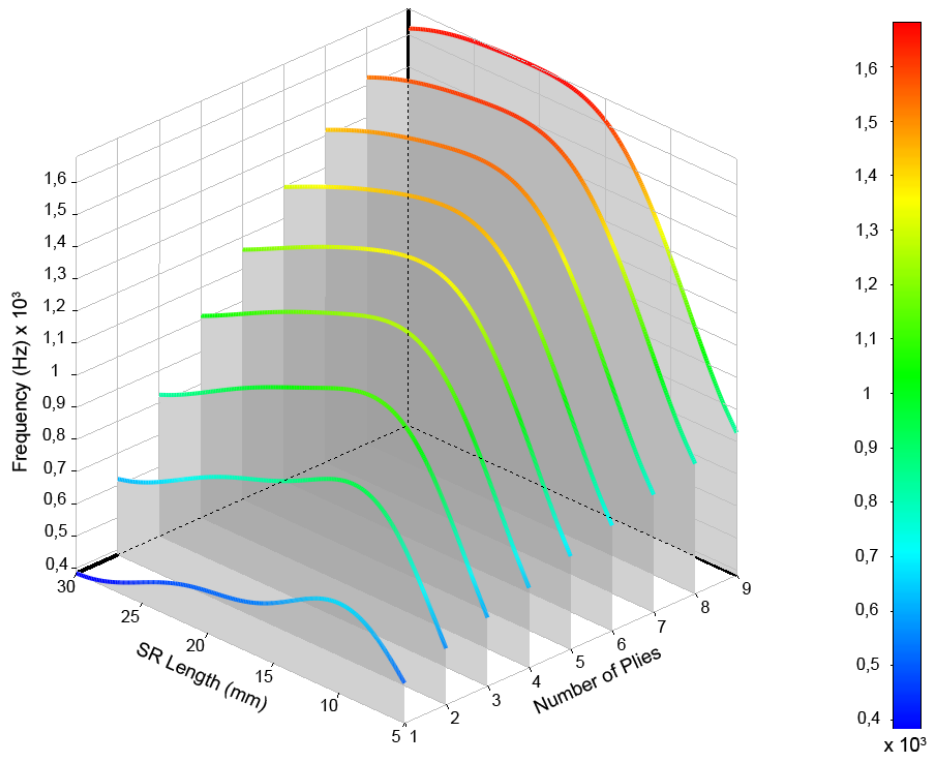


Figura 80. Frecuencias obtenidas para el modo de vibración (4,0) del casco.

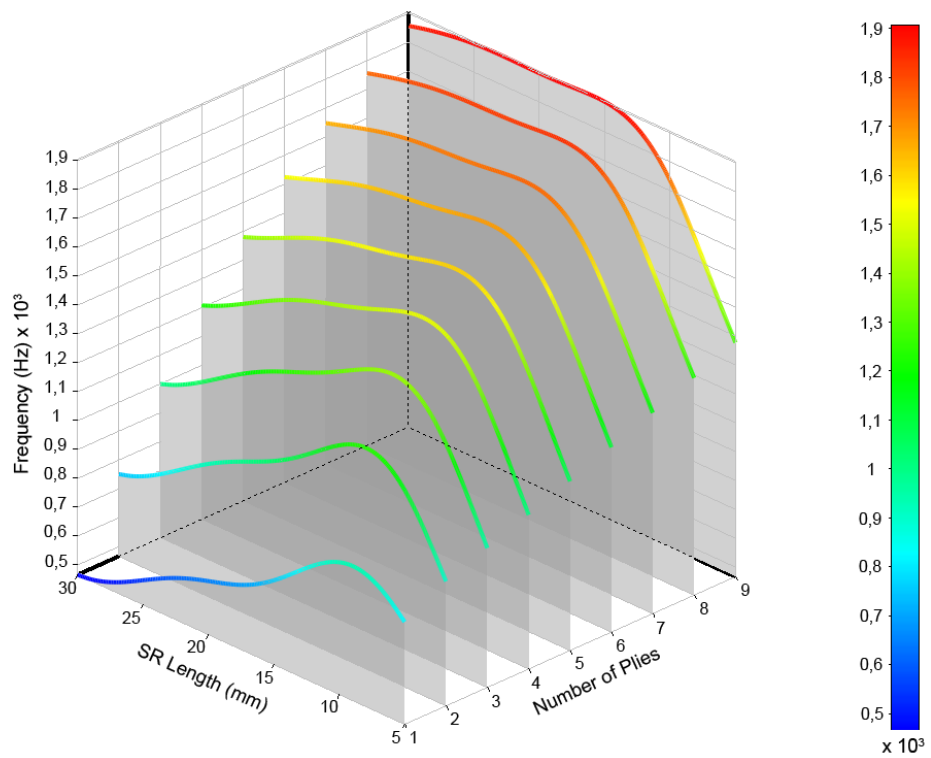


Figura 81. Frecuencias obtenidas para el modo de vibración (5,0) del casco.

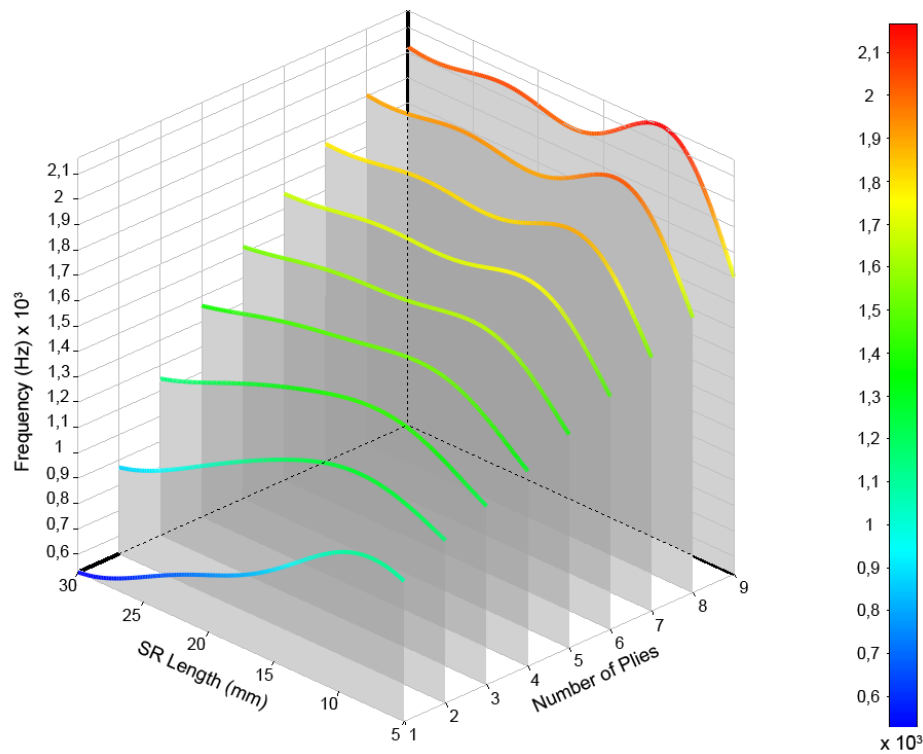


Figura 82. Frecuencias obtenidas para el modo de vibración (6,0) del casco.

## 5.4. Discusión de los resultados

### 5.4.1. Efectos generales sobre el comportamiento modal

A la vista de los resultados obtenidos, podemos confirmar la alta sensibilidad de las frecuencias naturales a los cambios en las variables estructurales del casco del membranófono.

A nivel general, ambas variables influyen en el comportamiento modal del casco. Si analizamos la capacidad de modificar las frecuencias de cada una de las variables de construcción de las Figuras 78-82 observamos que, mientras que los aumentos de espesor actúan aumentando las frecuencias de resonancia para cada uno de los modos de vibración, el aumento de la longitud del refuerzo estructural presenta máximos a partir de los cuales se disminuye la frecuencia. Tanto el número de capas de laminado como la longitud del refuerzo estructural tienen un alto nivel de dependencia entre sí. Los aumentos en la longitud del refuerzo estructural modifican la influencia del aumento de espesor, y viceversa. Esto hace que sea esencial estudiar las variables conjuntamente debido a la estrecha relación entre ellas. Un ejemplo ilustrativo es el observado para el modo (2,0). Éste presenta un aumento de frecuencia en un 173% como resultado de aumentar su laminado en 9 capas con un  $l_{SR} = 5$  mm, sin embargo, el aumento de 2 capas produce un aumento de frecuencia del 214% si utilizamos un  $l_{SR} = 30$  mm. Aunque en ambos casos se ha conseguido un aumento de frecuencia, la combinación de las variables de diseño propuestas permite realizarlo ahorrando un 77% de material, lo cual implica a su vez un ahorro en tiempos de producción equivalente al tiempo necesario para laminar manualmente las capas prescindibles.

#### 5.4.2. Oportunidades de optimización de diseño.

Debido a las diferencias en el comportamiento modal generado por la combinación de las variables geométricas utilizadas en el estudio, existen diferentes posibilidades para obtener una frecuencia de resonancia específica. Esto puede representar una oportunidad de diseño acústico, sin modificar el aspecto general de este tipo de productos.

Como muestra la Figura 83, existen diferentes posibilidades de diseño equivalentes en frecuencia. Si observamos por ejemplo el modo de vibración  $m = 4$ , podemos obtener la misma frecuencia de resonancia con el uso de 9 capas de laminado y un refuerzo estructural de 5 mm o con el uso de 3 capas de laminado y un refuerzo estructural de 30 mm. Esto se traduce en un ahorro de material de aproximadamente el 67%.

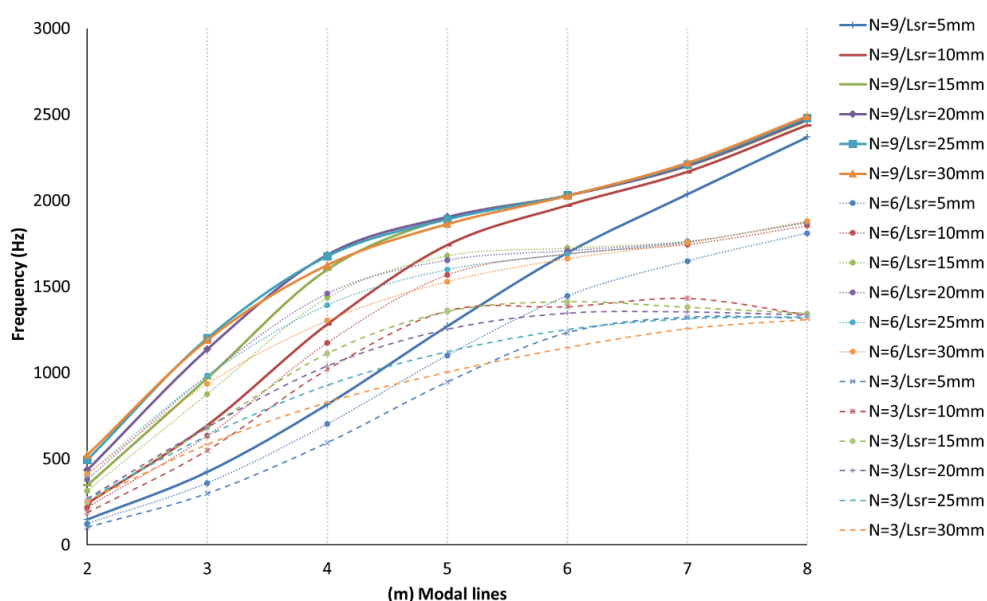


Figura 83. Comparación de los modos de vibración del casco del tambor  $(m,0)$ , para  $5 > l_{SR} > 30$  mm, y 3,6,9 capas de laminado. Se detectan puntos de diseño equivalentes, lo que permite ahorrar material al mantener la respuesta de frecuencia para el mismo modo de vibración.

De la misma manera podemos obtener ahorros de material similares para el modo con  $m = 5$ , donde podemos utilizar 9 capas de material con un  $l_{SR} = 5$  mm, o 3 capas de composite con un  $l_{SR} = 20$  mm. Además, para el modo  $m = 6$ , podemos ahorrar un 33% de material y obtener un comportamiento similar para todos los valores de  $l_{SR} \geq 10$  mm. Para el modo  $m = 4$ , encontramos una resonancia equivalente en frecuencia entre un laminado de 9 capas y  $l_{SR} = 10$  mm, y un laminado de 6 capas y  $l_{SR} = 30$  mm, lo que nos ofrece un considerable ahorro de material.

A la vista de estos resultados, podemos afirmar que el uso de combinaciones de variables geométricas bajo un criterio modal puede ofrecernos puntos de diseño que nos permitan optimizar tanto la cantidad de material utilizado como los tiempos de producción, lo que se traduce en última instancia en una disminución de los costes asociados a la manufactura.

### 5.5. Validación experimental.

Para comprobar experimentalmente los efectos de la longitud del refuerzo estructural, la idoneidad de uso de esta variable y los resultados obtenidos por simulación se ha realizado una prueba experimental, ya descrita anteriormente en el apartado 5.2.1 de este capítulo.

Para ello, se han analizado las resonancias del casco formado por tres capas de CFRE ( $N=3$ ), y con un  $l_{SR} = 30$  mm. Como se ha demostrado en la discusión de los resultados, este caso concreto permite un ahorro de material del 67%, manteniendo un valor de 828 Hz para el modo de vibración (4,0) por lo que es de gran interés para la investigación.



Figura 84. Casco de fibra de carbono reforzado con epoxi CFRE creado para la validación experimental.

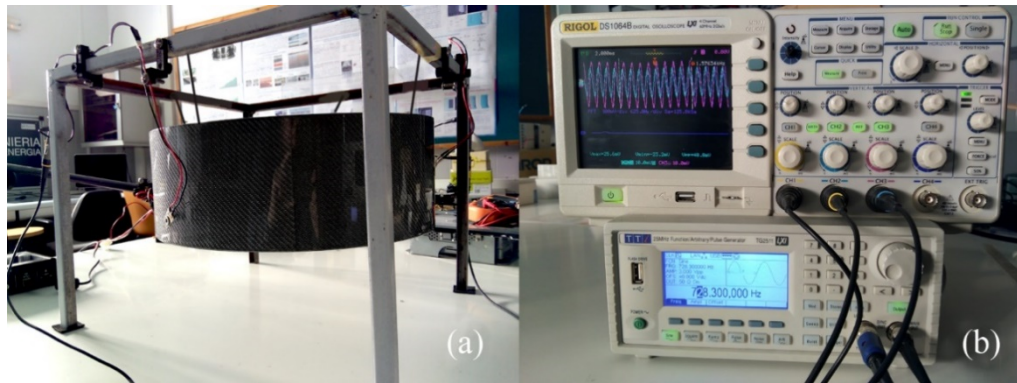


Figura 85. Test experimental (a) El casco del tambor en condiciones libres, se excita externamente para obtener sus frecuencias naturales. (b) Generador de ondas y osciloscopio digital utilizados en esta investigación.

Como muestran los resultados obtenidos en la Figura 86, existe concordancia entre los resultados experimentales y los de simulación.

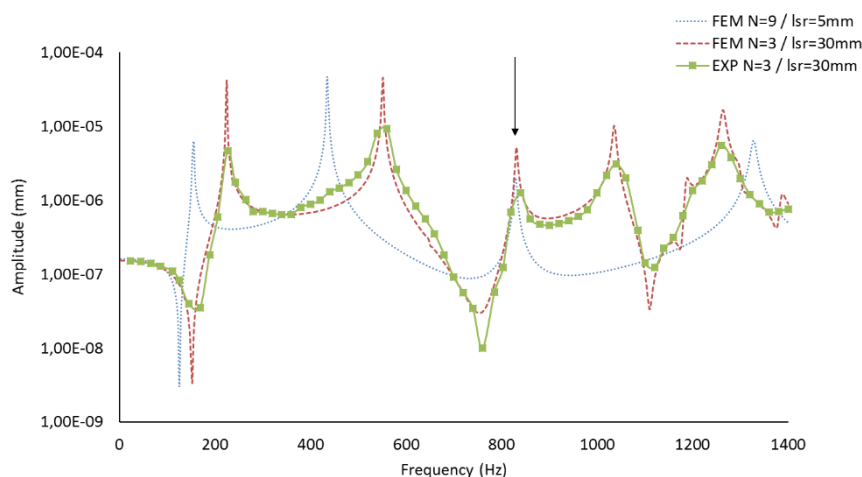


Figura 86. Amplitud vs frecuencia del casco, obtenidos numérica y experimentalmente.

Marcado con una flecha se observa como el modo de vibración (4,0) situado aproximadamente en 828 Hz, puede obtenerse mediante una configuración geométrica diferente que nos permite ahorrar una cantidad sustancial de material manteniendo las resonancias de interés.

## 5.6. Conclusiones

En este capítulo se ha realizado un estudio numérico y experimental de las posibilidades que ofrece la utilización de las características estructurales en la fabricación de cascos, sin simplificaciones geométricas, para membranófonos.

Se ha demostrado que el uso de variables geométricas representa una importante oportunidad para el diseño vibratorio. Se pueden obtener diferentes comportamientos modales. Existe un gran potencial en la combinación de aquellas variables en las que no se modifica el aspecto general del producto y que permiten obtener las resonancias deseadas ofreciendo grandes ventajas para su fabricación.

El uso de las características ya existentes en los cascos, como los refuerzos estructurales, ha permitido obtener frecuencias de resonancia equivalentes con ahorros de material muy significativos, entre el 33% y el 67%, lo que, debido a las características inherentes al proceso de laminación de los materiales compuestos, se traduce a su vez en una reducción tanto de los costes de material como de los tiempos de producción. El uso de menos capas de laminado, evitando el consumo de material, permite una disminución directa de coste. Además, al tratarse de un proceso manual, el tiempo necesario para generar el laminado mediante el apilado de capas se reduce de la misma manera. Los resultados obtenidos de esta investigación son aplicables a este tipo de industria, ya que se puede implantar sin modificar los moldes y herramientas existentes.

A diferencia de la influencia del material y su velocidad de propagación, la geometría del casco tiene la capacidad de modificar por completo tanto los valores de frecuencia para las resonancias como la distancia entre los modos de vibración, proporcionando un patrón modal totalmente diferente para cada geometría de casco. Este efecto, tiene como consecuencia que los modelos numéricos desarrollados para el casco cilíndrico puro (con gran nivel de simplificación) no se ajusten al comportamiento de los cascos que contemplan la geometría detallada, como los elementos de refuerzo.

Los aspectos geométricos y modales se presentan como un factor decisivo en el diseño modal de cascos para membranófonos.

## 6. Análisis de la interacción membrana-casco.

Después de abarcar los aspectos referentes al material y geometría de los cascos de los membranófonos, este capítulo se centra en la relación entre el elemento principal de vibración, la membrana, y el elemento secundario que la sustenta, el casco. Como se ha expuesto en la sección 3.3.3.2, las investigaciones anteriores reconocen diferencias en los matices sonoros generados utilizando diferentes materiales de casco, aunque los intentos de establecer una relación directa entre casco y membrana han llegado a la conclusión de que la mecánica del caso tiene una influencia inexistente en el espectro total del instrumento, por lo que el casco es considerado un elemento de influencia despreciable.

Este capítulo demuestra la influencia del casco en el espectro final de un membranófono, mediante una combinación de simulaciones por método numérico y validación experimental. Estableciendo cómo las condiciones del casco y la tensión generada por la afinación de la membrana producen variaciones modales significativas respecto de los modelos numéricos existentes. Se propone una regla de acoplamiento que permite proponer una nueva nomenclatura para definir los posibles acoplamientos modales entre membrana y casco. A su vez, se describen algunos mecanismos de funcionamiento de estos acoplamientos, para finalmente proponer una nueva metodología para el diseño y la evaluación de cascos para membranófonos basada en las posibles propiedades del material y el rango de afinaciones de la membrana superior.

### 6.1. Características generales del membranófono objeto de estudio.

Para este estudio consideramos una caja estándar (dimensiones: 14 x 5 pulgadas), con un casco montado sobre un sistema que permite las vibraciones del casco sin elementos externos que puedan interferir como *lugs* o bordones [17].

Para evaluar los efectos entre el acoplamiento de la membrana superior y el casco, se retira la membrana inferior, eliminando así tanto los acoplamientos entre membranas como los efectos de la masa de aire contenida en el tambor y el efecto de los bordones expuestos en la sección 3.3.3.1.

Como se muestra en la Figura 87 y se expone previamente en la sección 2.2, a diferencia de una caja común en la que el casco está en contacto con la membrana superior e inferior, este sistema tiene una peculiaridad. El casco está en contacto con la membrana superior y está situado sobre un anillo auxiliar, el cual soporta los tornillos tensores y la membrana resonante.

Las cajas se utilizan generalmente en un soporte que, al estar colocado en el suelo, limita cualquier desplazamiento en la dirección vertical  $z$ . En la sección 3.3.3.2 se muestran estudios anteriores que abordan este tipo de desplazamientos en otros sistemas de apoyo.

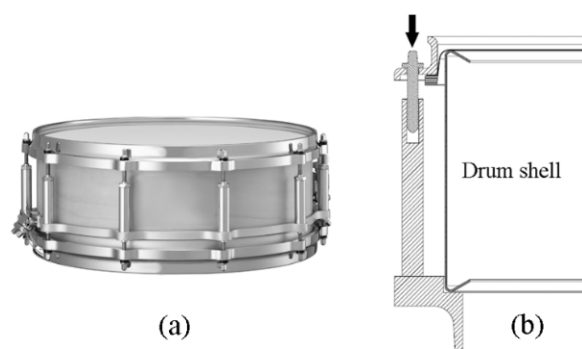


Figura 87. (a) Caja redoblante (b) Sección del sistema utilizado en la investigación.

Se puede observar, al igual que en capítulos anteriores, que la geometría del casco no es la de un cilindro puro, sino que presenta en sus bordes un doblado de material que ayuda a reforzar el cilindro y a darle una mayor estabilidad dimensional.

#### 6.1.1. Caracterización de la membrana.

En concordancia con el capítulo 2.5.1 para este estudio se ha utilizado una membrana estándar de material PET, con nombre comercial Mylar. Este es el material de membranas más común entre los fabricantes y usuarios de este tipo de instrumentos, y utilizado en investigaciones anteriores.

A diferencia de las investigaciones anteriores basadas en membranas circulares ideales, (con forma de disco circular) para este estudio de la interacción entre membrana y casco se tiene en cuenta la geometría sin simplificaciones de las membranas disponibles, con las características generales descritas en el capítulo 2.4.

A continuación, se presentan las propiedades mecánicas y geométricas de la membrana utilizada en la investigación:

Tabla 14. Propiedades de la membrana superior fabricada en Mylar.

Modelo	Densidad $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Módulo de Young $E$ (GPa)	C. Poisson $\nu$	Espesor $t$ (mm)
Remo Ambassador X	1370	3.1	0.33	0.3

\*El diámetro de la membrana viene definido por las dimensiones generales de la caja destinada al estudio.

#### 6.1.2. Caracterización del casco.

Como se describe en la sección 2.3 existen cascos con diferentes geometrías en función del material y su producción. Aunque existen los puramente cilíndricos, la mayoría de los cascos suele tener elementos geométricos que los diferencian de un cilindro. Como el capítulo 5 ha demostrado, pequeños refuerzos y variaciones de espesor tienen la capacidad de modificar el comportamiento modal del casco, por lo que es indispensable tener en cuenta la geometría real del casco en vistas a poder investigar su influencia.

Como se ha argumentado anteriormente en el apartado 4.1, los materiales compuestos ofrecen la máxima variabilidad posible atendiendo a las resonancias de un casco, por lo que la geometría del casco utilizada en la investigación será la típica para



este tipo de materiales, tal y como se describe en la sección 2.3. La Tabla 15 presenta las características generales del casco utilizado en la investigación.

Tabla 15. Propiedades mecánicas y geométricas del casco utilizado en la investigación.

Dimensiones	Densidad $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Módulo de Young $E$ (GPa)	C. Poisson $\nu$	Espesor $t$ (mm)
355 x 127 mm	1850	35	0.24	1.1

## 6.2. Simulación numérica y métodos.

Para representar las condiciones reales de funcionamiento del membranófono, y analizar las interacciones entre membrana y casco, se ha utilizado una combinación de varias simulaciones numéricas mediante el método de elementos finitos. En este apartado se detallan los procedimientos llevados a cabo.

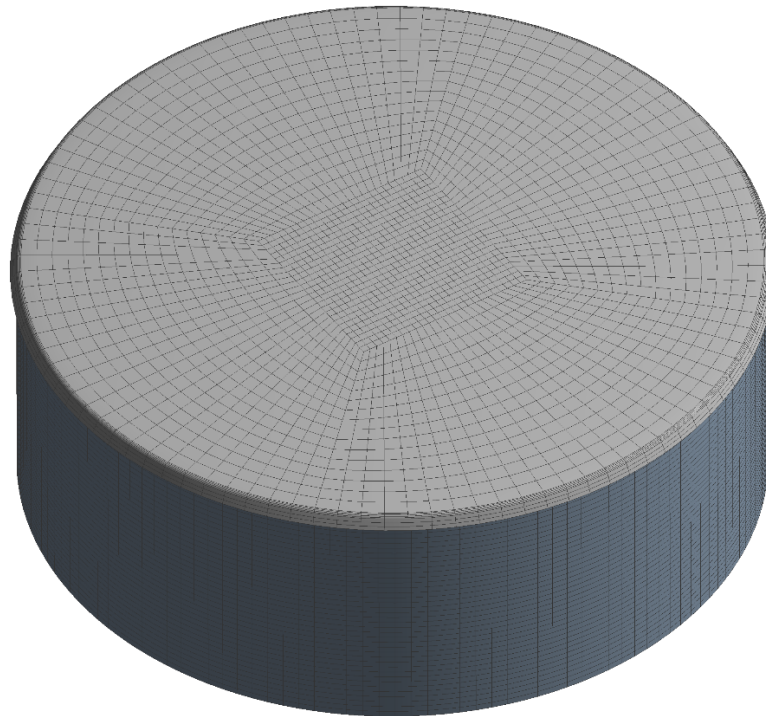


Figura 88. Geometría completa generada para las simulaciones por elementos finitos.

### 6.2.1. Metodología numérica.

La metodología consiste en la combinación de varias simulaciones numéricas de la geometría completa de la caja atendiendo al comportamiento y las condiciones reales tanto de la membrana superior como del casco. Esta consiste en tres etapas, cada una de las cuales envía los resultados a la siguiente fase.

En la primera fase, la membrana es sometida a la tensión adecuada a la afinación de la misma. Durante la segunda fase, se realiza el análisis modal del membranófono completo. Y para finalizar la tercera y última fase consiste en el análisis transitorio de diferentes impactos en la membrana. El software utilizado ha sido ANSYS y el procedimiento llevado a cabo se muestra en el esquema de la Figura 89.

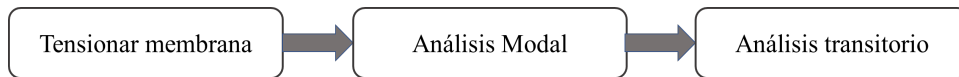
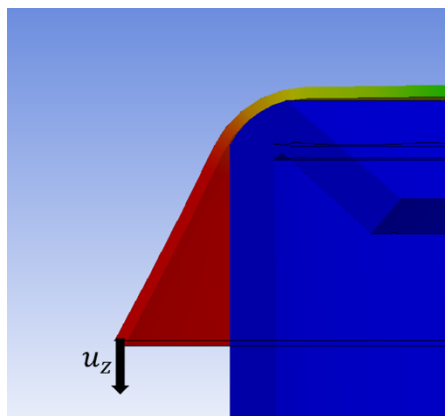


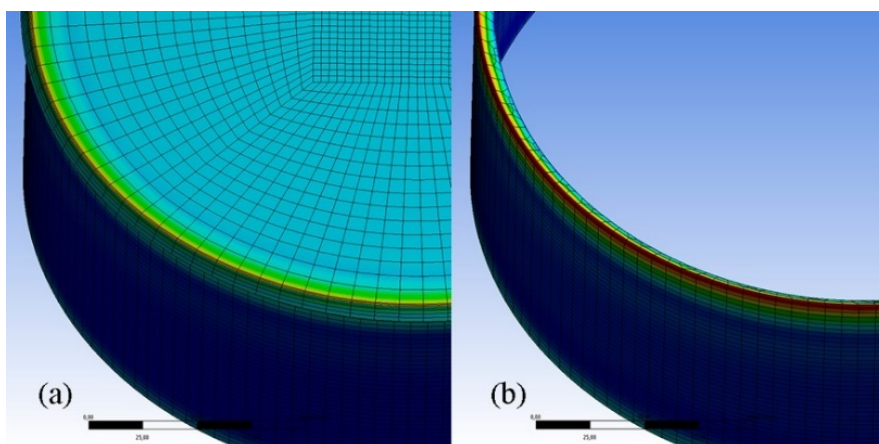
Figura 89. Esquema de las simulaciones.

### 6.2.2. Aplicación de tensión sobre la membrana.

En la primera fase de la simulación, la membrana superior se somete a tensión. Se ajusta la frecuencia fundamental de la membrana superior, y por lo tanto sus frecuencias parciales. Estas son fácilmente ajustables regulando la tensión a la que está sometida la membrana. En una caja moderna, los tornillos tensores generan un desplazamiento en el extremo de la membrana, forzándola a deslizarse sobre los bordes, estirando la membrana y sometiéndola a la tensión deseada. Para reproducir este efecto, se ha aplicado un desplazamiento sobre los bordes de la membrana en la dirección paralela al eje del cilindro  $u_z$ .

Figura 90. Sección de detalle del contacto entre la membrana y el casco. Se observa el desplazamiento  $u_z$  aplicado sobre el final de la membrana.

Se ha definido el contacto sin fricción entre el casco y la membrana de modo que, al igual que el tambor real, la membrana se tensa uniformemente deslizándose sobre el borde del casco. Como puede observarse en Figura 91, tanto casco como membrana están sometidas a las tensiones resultantes de la afinación de la membrana.

Figura 91. (a) Tensión uniforme en la membrana (b) Pre-tensión generada en el borde del casco. ( $f_{0,1} = 133,13 \text{ Hz}$ ,  $u_z = -0,5 \text{ mm}$ )

### 6.2.3. Análisis modal

Con los resultados de la tensión de la membrana en el membranófono completo, se realiza el cálculo de los modos de vibración y las frecuencias de resonancia de la membrana, el casco y el sistema completo.

El cálculo de los modos de vibración del tambor se centra en el rango de frecuencias  $f < 1000$  Hz obteniendo un total de 52 modos de vibración para la membrana, y sus respectivas frecuencias naturales de resonancia para una frecuencia fundamental  $f_{0,1} = 133,13$  Hz. El último modo de vibración obtenido es el modo (9,2) con una frecuencia  $f_{9,2} = 993,55$  Hz. Los resultados concuerdan con los modelos numéricos descritos en las secciones anteriores de este documento, como se muestra en la Figura 92.

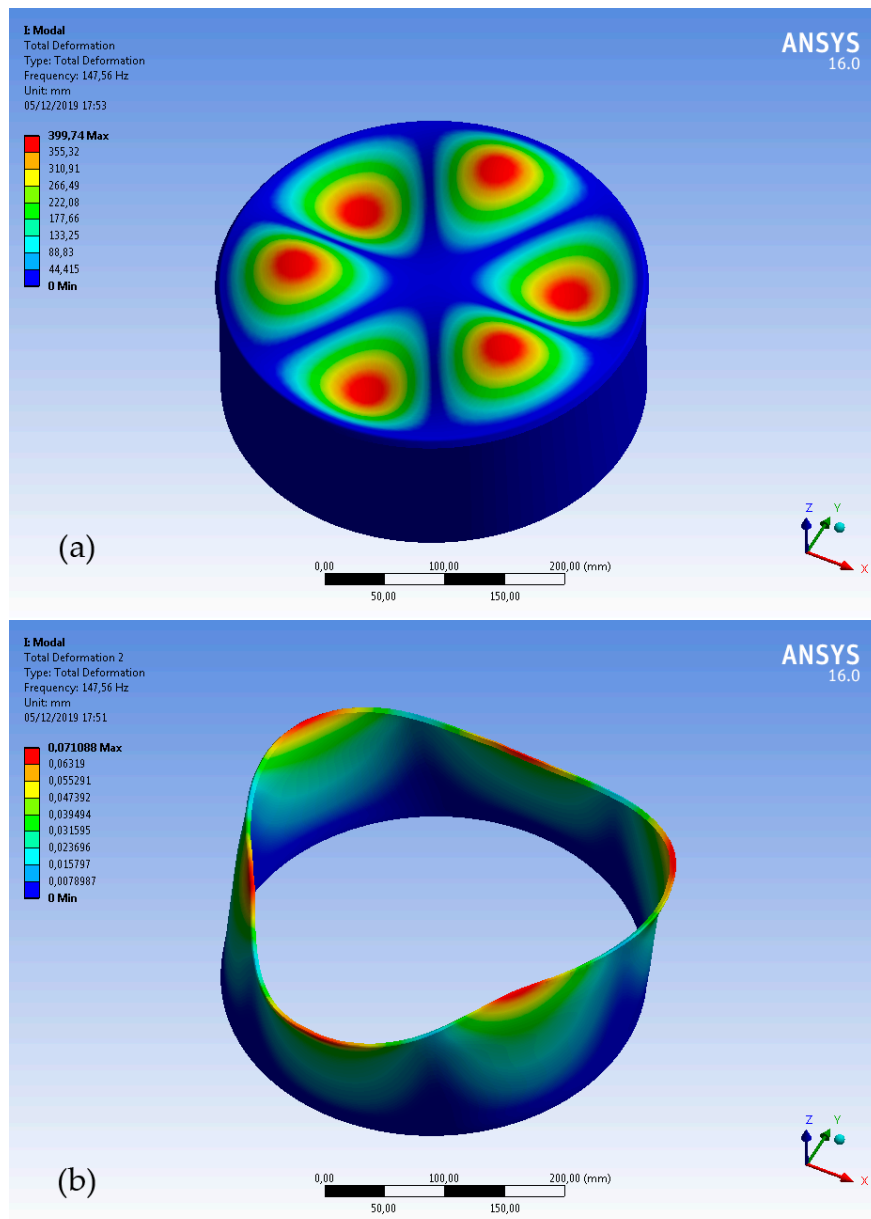


Figura 92. (a) Modo de vibración (3,1) de la membrana; (b) Modo de vibración (3,0) del casco.

### 6.2.4. Análisis transitorio

Los resultados del análisis modal realizado se envían al siguiente paso de la simulación donde, al igual que en las condiciones reales de funcionamiento se produce un impacto en la membrana para obtener el espectro de la membrana.

El impacto se realiza como se muestra en la Figura 93, a 120 mm del centro de la membrana, con el objetivo de excitar tantos modos de vibración como sea posible. Se almacenan los desplazamientos en la dirección normal a la superficie de la membrana, así como los desplazamientos en el casco en el plano paralelo a la superficie de la membrana, no se capturan los desplazamientos del casco en la dirección axial, ya que para este sistema de montaje y al estar apoyado con un soporte que apoya directamente al suelo, el casco no tiene capacidad para moverse verticalmente (dirección z).

Debido a las limitaciones de procesamiento y almacenamiento, se establece un tiempo máximo de simulación de 2 segundos, con un total de 4096 muestras analizadas posteriormente para obtener el espectro dentro del rango de estudio  $f < 1000$  Hz [154].

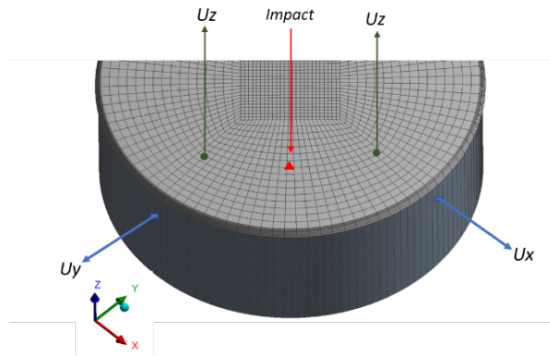


Figura 93. Zona de impacto y zonas de captura de datos en la superficie de la membrana y el casco.

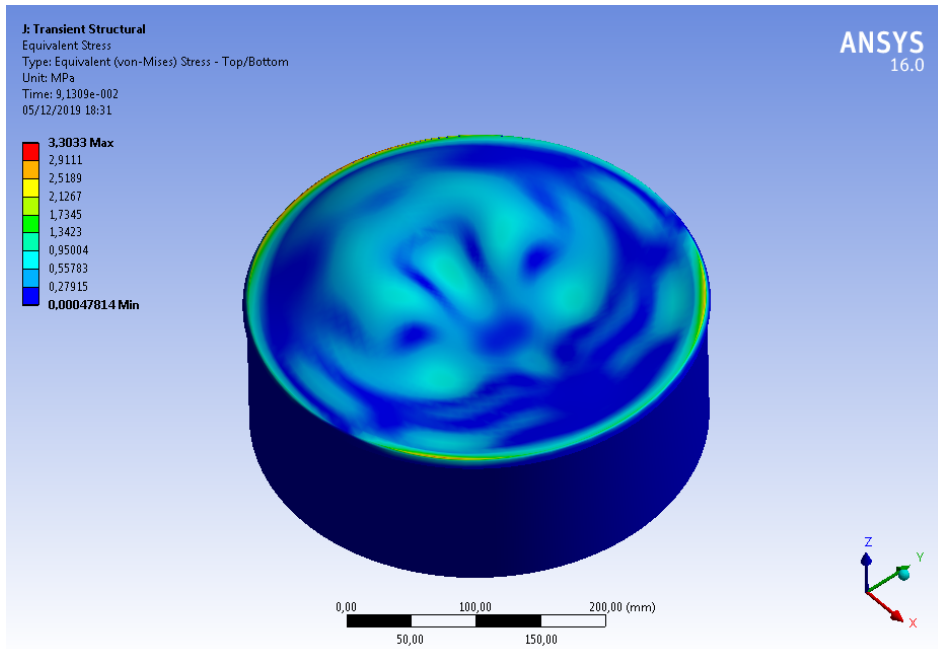


Figura 94. Tensiones generadas en la membrana para  $t = 9,13 \times 10^{-2}$ s después del impacto.

### 6.3. Resultados y discusión

#### 6.3.1. Influencia de la pretensión de la membrana en el comportamiento modal del casco.

Tras obtener los datos de los análisis modales mediante elementos finitos, se puede comprobar el gran nivel de influencia que la membrana tiene sobre las resonancias del casco. La Figura 95 establece una comparación entre los números de onda de diferentes cascos y diferentes condiciones externas a las que el casco puede verse sometido. Esto permite extraer diferencias muy significativas.

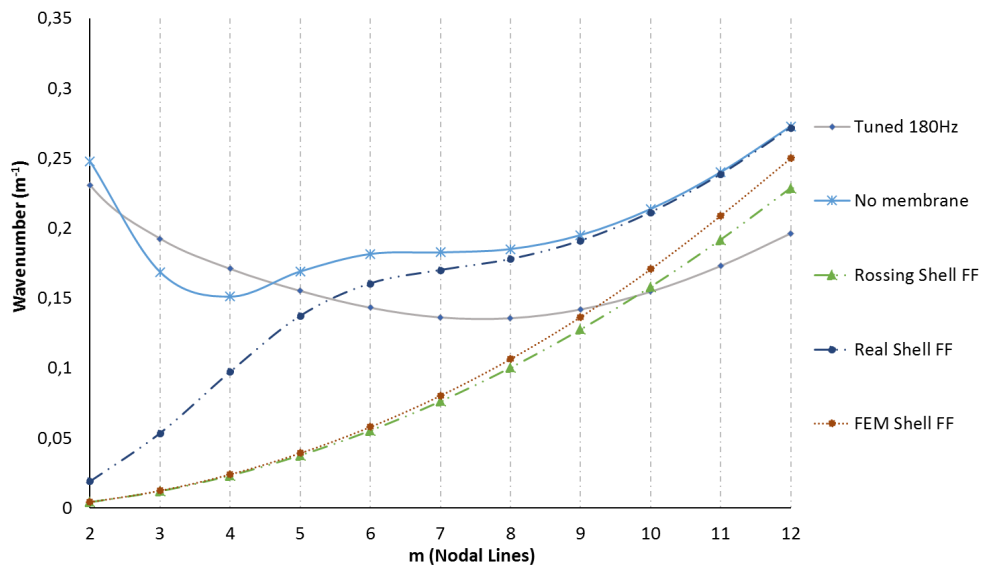


Figura 95. Diferencias entre el comportamiento modal, para modos de vibración de tipo  $(m, 0)$  sometidos a diferentes condiciones externas. ▲ Modelo de Rossing [3] para cilindro ideal; ● Casco cilíndrico en condiciones libres obtenido por simulación; ● \_ \_ \_ Casco de composite en condiciones libres; \* Casco de composite con uno de sus lados apoyados; ◆ Casco de composite sometido a tensión de membrana ( $f_{0,1} = 180\text{Hz}$ ).

Partiendo del modelo existente propuesto para los modos inextensionales de un casco idealmente cilíndrico en condiciones libres, expuesto en las Ecuaciones (50) y (51) y en comparación con los obtenidos mediante simulación FEM para el mismo caso, se observa un gran nivel de concordancia.

Cuando se comparan los modos de vibración de este casco, con los del casco con la construcción típica de los composites en condiciones libres, utilizado en el capítulo 5, observamos como el patrón modal de este aumenta en todas sus frecuencias de resonancia. Lo cual nos indica que las contribuciones inerciales de los refuerzos estructurales utilizados en los bordes del cilindro que conforma el casco requieren de más energía de deformación, tal y como se describe en el apartado 3.3.2. Las diferencias son máximas para los modos de vibración cercanos a  $m = 6$ .

Analizamos este mismo casco montado sobre el sistema que se muestra en la Figura 87, y por lo tanto modificando sus condiciones de contorno. El casco presenta su lado superior en condiciones libres pero su lado inferior pasa a estar apoyado. Este cambio en las condiciones de contorno modifica el comportamiento modal general, haciendo que algunos de los modos de vibración inextensionales que implican deformaciones

generales con  $m < 4$ , pasen a ser extensionales. Lo que supone la aparición de estiramientos del material además de flexiones de éste. Como demuestra la sección 3.3.2, el incremento de energía necesaria de deformación en forma de tracciones del material genera un aumento de las frecuencias de resonancia, que va disminuyendo con el aumento de nodos axiales  $m$ .

Finalmente, sometiendo al casco a las condiciones de funcionamiento realistas, con la tensión que la membrana superior ejerce sobre ella, se observa otro gran cambio de comportamiento que modifica completamente los valores de frecuencia para todos los modos de vibración. Es posible que los mecanismos descritos anteriormente, y su influencia en los valores de las frecuencias de resonancia sean los responsables de que algunas investigaciones previas no hayan encontrado una relación directa entre las resonancias del casco y las de la membrana.

Como se demuestra, aunque el casco ha sido estudiado por separado y representado como un cilindro en vibración en condiciones libres, no se puede disociar de los otros elementos integrantes del membranófono. Cualquier cambio en las condiciones de contorno de éste genera cambios generales muy notables en las frecuencias de resonancia.

Dado que el objetivo de esta investigación es vincular las propiedades del casco con las del membranófono completo, es necesario y esencial estudiarlo bajo las características reales de geometría, condiciones de contorno y tensión de la membrana.

### *6.3.2. Influencia del rango de afinación de la membrana en las resonancias del casco.*

Como el capítulo anterior ha demostrado, la tensión de la membrana es un elemento influyente en el comportamiento modal del casco. Los bateristas y percusionistas utilizan la tensión para controlar los diferentes rangos de afinación que se requieren para cada estilo musical, por lo que la tensión de la membrana siempre es variable dentro de un espectro de afinaciones posibles. El rango estudiado es de  $50 < f_{0,1} < 180\text{Hz}$  para el modo fundamental de vibración (0,1), siendo el rango mínimo el equivalente al mínimo de afinación practicable en una caja, y el rango máximo el equivalente a la tensión a partir de la cual las posibles diferencias acústicas son inapreciables, por el distanciamiento de los modos de vibración.

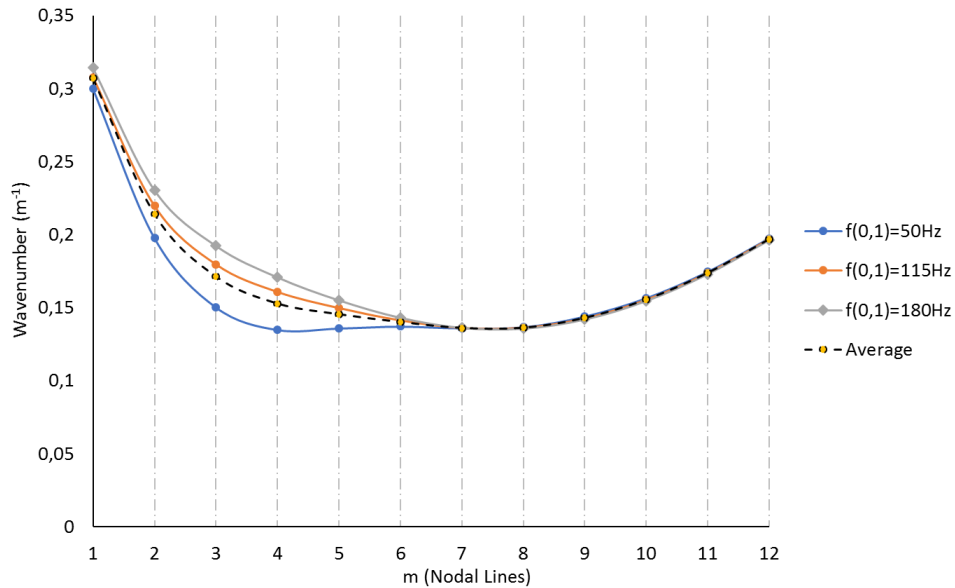


Figura 96. Diferencias en las resonancias del casco debido a los diferentes rangos de afinación de la membrana superior.

En la Figura 96 se comprueba la influencia de diferentes valores de tensión generados por la membrana superior en los valores de las resonancias del casco. La tensión a la que está sometido el casco, tiene la capacidad de afectar especialmente a aquellos modos de vibración en los que se requieren deformaciones generales en el borde de éste. Las variaciones de tensión tienen un ligero efecto visible para los modos con  $m < 6$ , mientras que para todos los que presentan  $m > 6$  no existe prácticamente ninguna diferencia en términos de frecuencia.

En general, las diferencias son mínimas entre los rangos de tensión mínima y máxima, sin embargo, este efecto debe tenerse en cuenta para asegurar la precisión de los resultados a la hora de establecer herramientas de selección y diseños de cascos para membranófonos.

### 6.3.3. Influencia del casco en el espectro final del membranófono.

Aunque la temática de este apartado no ha sido anteriormente investigada en profundidad, el efecto del casco en el timbre de un membranófono ha sido reconocido a nivel cualitativo por investigaciones anteriores [2]. Se trata sin duda de uno de los puntos más importantes y controvertidos de esta investigación, puesto que el mercado y los usuarios finales atribuyen todo el valor añadido de estos instrumentos a esta relación. Y, aun así, las investigaciones anteriores no han logrado demostrar los vínculos directos entre las resonancias del casco y el espectro final.

En este apartado se evalúan las relaciones entre las resonancias del casco y las resonancias de la membrana superior, atendiendo a los desplazamientos generados en cada uno de los elementos, para posteriormente relacionarlos con el espectro del membranófono completo. Como se extrae del apartado 3.3.3.1, el espectro de un membranófono es principalmente generado por la membrana superior. Aun así, los espectros resultantes de una membrana apoyada sobre un casco idealmente rígido y con un casco con capacidad de vibración, presentan diferencias significativas.

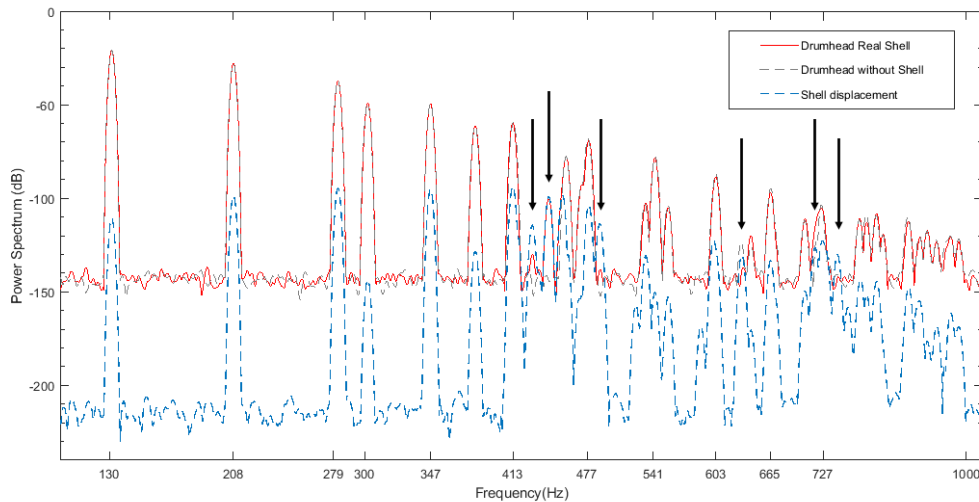


Figura 97. Comparación del espectro total entre membrana con soporte idealmente rígido, membrana con casco de polímero ( $c_L = 2100$ ) m/s, y desplazamientos obtenidos en el casco del membranófono.

Como muestra la Figura 97, al establecer la comparación entre estos dos casos son visibles nuevas resonancias vinculables directamente con las resonancias del casco del membranófono. Es observable que algunas de las resonancias del casco se presentan en magnitudes comparables al espectro de la membrana, mientras que otras resonancias del casco parecen no afectar al espectro final.

Como se expone en la sección 3.3.3.2, las vibraciones de las membranas son capaces de excitar el casco. Se demuestra este efecto ya que cada una de las resonancias generadas por la membrana superior se traduce en vibraciones forzadas en el casco.

Un efecto no descubierto hasta el momento es que el casco tras ser excitado por el impacto inicial de la membrana superior es capaz de generar sus propias resonancias y, estas son capaces de excitar la membrana superior. En ciertos casos, los desplazamientos se muestran en magnitud suficiente para ser comparables a algunos modos de vibración de la membrana, en otros casos los desplazamientos del casco no se traducen en ningún efecto sobre la membrana superior. Se deduce que existe un mecanismo o relación por el cual sólo ciertos modos del casco y de la membrana son capaces de interactuar entre sí.

#### 6.3.4. Interacción entre membrana y casco. Propuesta de regla de acoplamiento modal y nomenclatura.

Como se ha podido comprobar en el apartado anterior, el casco tiene la capacidad de excitar a la membrana superior. Para poder evaluar los mecanismos a través de los cuales se produce este efecto, este apartado se centra en análisis modal del membranófono completo. De este análisis modal se extraen aquellos casos en los que se producen las resonancias del casco, de los cuales se muestran los ejemplos más significativos en la Figura 98.



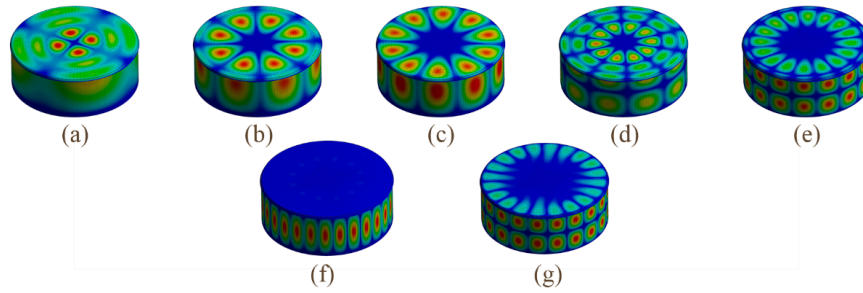


Figura 98. Acoplamiento modal, obtenidos por simulación modal. Los modos de vibración del casco, aunque de muy baja amplitud, excitan la membrana superior para que ésta vibre compartiendo zonas nodales. Mostrados como (membrana)-(casco), (a) (2,3)-(2,0), (b) (4,1)-(4,0), (c) (5,1)-(5,0), (d) (5,3)-(5,1), (e) (9,2)-(9,1), (f) (Sin acoplamiento), (g) (10,1)-(10,1).

Como se puede observar, la mayoría de los modos de vibración del casco generan acoplamiento modal junto con la membrana superior, los cuales presentan ciertas peculiaridades.

Dado que la membrana está en contacto directo con el casco, cuando se excita un modo de vibración en éste, los desplazamientos de ambos elementos se producen de forma consonante. Esto tiene como consecuencia que el número de diámetros nodales de la membrana superior siempre coincida con el número de nodos axiales del casco. Esto demuestra que las características geométricas de las resonancias pueden condicionar el tipo de vibración generado en la membrana. Estos acoplamiento se definen tal y como se describe en el ejemplo de la Figura 99.

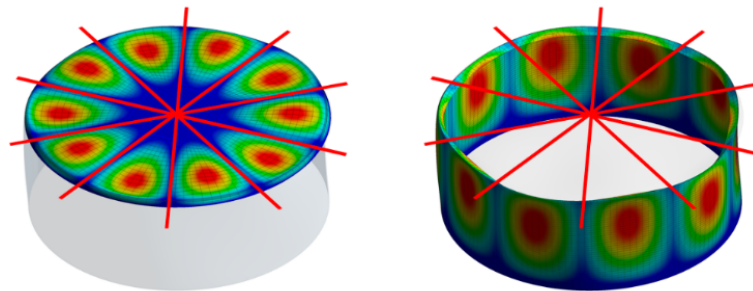


Figura 99. Coincidencia del número de diámetros nodales de la membrana para el modo (5,1) con el número de nodos axiales del casco para el modo (5,0).

Puesto que este efecto se produce para cada uno de los acoplamiento, podemos proponer una regla de acoplamiento en la que el modo  $(m, n)_{sh}$  del casco, comparten características modales con el modo de vibración de la membrana  $(m, p)_{he}$  y se generan a la misma frecuencia  $f$ :

$$f(m, n)_{sh} = f(m, p)_{he} \quad (65)$$

Puesto que sólo son posibles las combinaciones que cumplen con la Ecuación (65) se propone identificar los acoplamiento unificando las nomenclaturas de la membrana y el casco, tal que:

$$f(m, n, p)_{dr} \tag{66}$$

Esta nueva regla y nomenclatura modal, permite definir las interacciones entre todos aquellos acoplamientos generados entre casco y membrana.

Como se ha demostrado anteriormente, tanto las resonancias de la membrana como las del casco pueden expresarse como un factor proporcional a su velocidad del sonido  $c$ . Como podemos extraer del capítulo 3.3.1, en el caso de la membrana podemos expresar sus resonancias como:

$$f_{ne} = \alpha \sqrt{\frac{T}{\sigma}} = \alpha c_t \tag{67}$$

Donde  $\alpha$  es un factor, equivalente al número de onda, que comprende las características geométricas y modales de la resonancia, y  $c_t$  es la velocidad de onda transversal de la membrana, que depende de su tensión y densidad superficiales. La Figura 100 muestra una representación de los números de onda  $\alpha$  para diferentes modos de vibración  $(m, n)$ . Cada uno de los puntos representados equivale a una de las resonancias de la membrana circular.

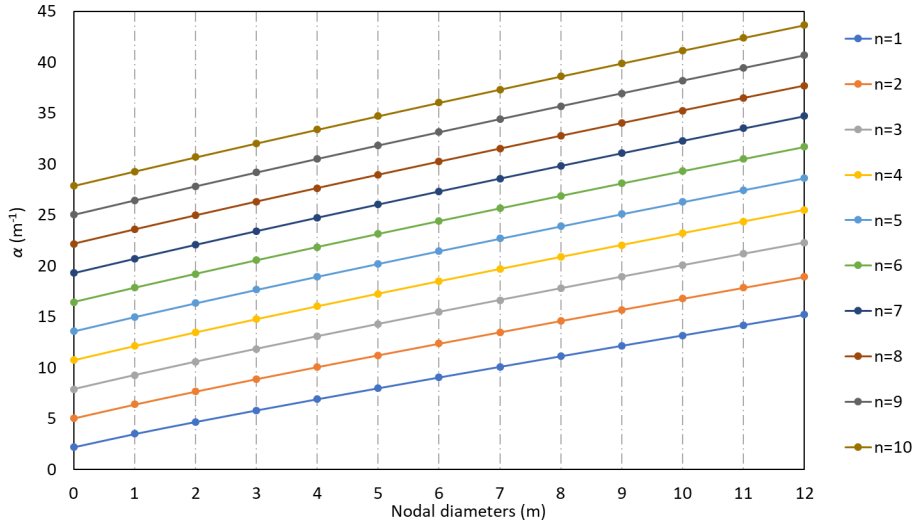


Figura 100. Valores de  $\alpha$  para diferentes modos de vibración  $(m, n)$

A su vez, como se expone en el capítulo 3.3.2 y se ha demostrado posteriormente, las frecuencias de resonancia de cualquier sólido, y también del casco de un membranófono, se pueden expresar como:

$$f_{sh} = \beta \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \beta c_L \tag{68}$$

Donde  $\beta$  es un factor que comprende las características geométricas y modales de la resonancia, y  $c_L$  es la velocidad de onda longitudinal del casco, que depende del módulo de Young y densidad del material que lo conforma.

De la misma manera, podemos representar la otra parte de la Ecuación (71) mediante los valores de  $\beta$  para los modos de vibración  $(m, p)$  de una geometría de casco y una afinación de membrana concreta.

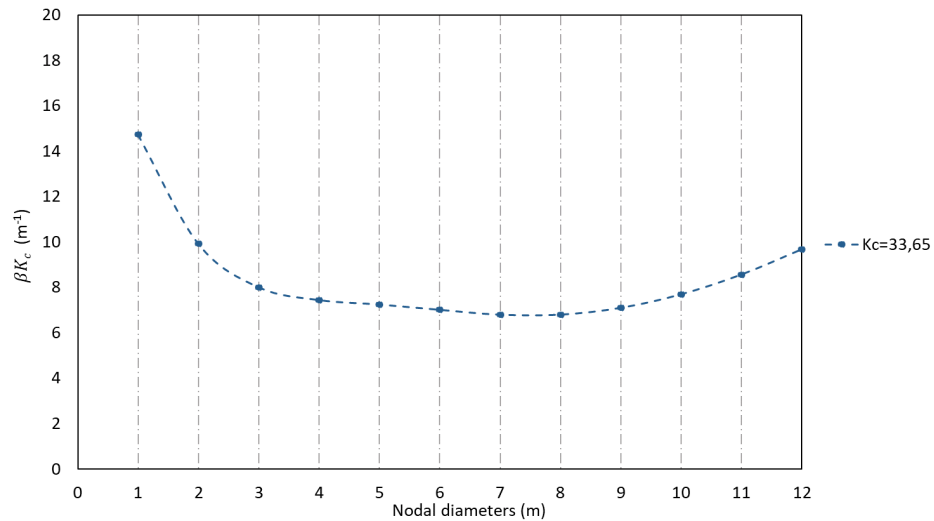


Figura 101. Valores de  $\beta K_c$  para los modos de vibración (m,0) de casco con geometría utilizada en la sección 6 y un valor de  $K_c = 33,56$ , sometido a una pretensión de la membrana equivalente a 133 Hz.

El máximo potencial de influencia del casco se encuentra en los puntos de mayor movilidad o admitancia de la membrana. Estos puntos corresponden con las resonancias de la membrana por lo que si forzamos las coincidencias en las resonancias de ambos elementos podemos expresar la igualdad a partir de la Ecuación (65) :

$$\alpha c_t = \beta c_L \quad (69)$$

$$K_c = \frac{c_L}{c_t} \quad (70)$$

$$\alpha = \beta K_c \quad (71)$$

Donde  $K_c$  expresa la ratio entre las velocidades de onda del casco y de la membrana, que cumplen los acoplamientos descritos anteriormente, y que nos permiten posteriormente definir el material adecuado del casco para cualquier afinación de membrana, o la tensión de membrana adecuada a un material de casco concreto. Mientras  $\alpha$  es fácilmente calculable mediante las raíces de la función de Bessel de primer orden y el radio de membrana  $J_m/2\pi r$ ; los valores de  $\beta$  son previamente desconocidos para geometrías que distan del cilindro ideal, por lo que se recurre a su cálculo mediante simulación numérica.

$K_c$  puede adquirir cualquier valor dentro de las limitaciones de los materiales factibles existentes, y las tensiones máximas y mínimas establecidas para la membrana. Para el caso de los materiales del casco, oscilan entre 1000 m/s para el caso de algunos polímeros y 9200 m/s para algunos composites. Para el caso de las velocidades transversales de propagación de la membrana oscilan entre 22,86 m/s y 82,32 m/s. El rango matemáticamente posible de  $K_c$  es  $12,14 < K_c < 402,44$ , aunque existen valores máximos que empiezan a no generar acoplamientos con modos de  $n > 10$  a partir de  $K_c = 150$ , por lo que, a efectos prácticos, este puede considerarse el límite superior.

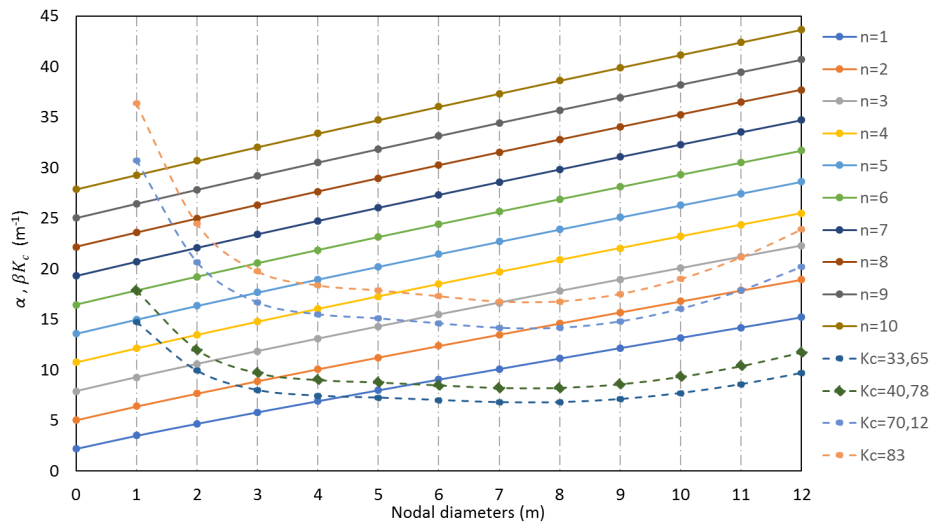


Figura 102. Representación de diferentes valores de  $\alpha$  y  $\beta K_c$ . Las líneas continuas muestran los diferentes números de onda  $\alpha$ , para los diferentes modos de vibración de la membrana superior. Las líneas discontinuas muestran los valores de  $\beta K_c$ . Los puntos coincidentes nos muestran acoplamientos perfectos, mientras que la proximidad entre ellos indica potenciales efectos en el espectro final.

La Figura 102 muestra el valor  $K_c=33,65$ . Éste representa el gráfico que corresponde al espectro de la Figura 103. Una relación entre velocidades de onda que para el rango de afinación utilizado  $f_{0,1} = 133,13\text{Hz}$ , equivale a una velocidad de onda transversal  $c_T = 61,74\text{ m/s}$  y corresponde a un casco con una velocidad de onda longitudinal  $c_L = 2109,35\text{ m/s}$ .

Si observamos la Figura 102 se detectan a simple vista varios acoplamientos. Uno de ellos muy cercano a la frecuencia de resonancia de la membrana,  $(4,1,0)$  (entre el modo  $(4,1)$  de la membrana y  $(4,0)$  del casco). Y de menor intensidad, encontramos de igual forma los acoplamientos  $(5,1,0)$  y  $(3,2,0)$ . Si observamos los efectos de estos acoplamientos en la Figura 103 podemos ver su alcance y magnitud. El acoplamiento  $(4,1,0)$  presenta niveles de presión sonora superiores al acoplamiento  $(5,1,0)$  debido a los efectos de la movilidad o admitancia, los cuales se tratan en apartados posteriores. El acoplamiento  $(3,2,0)$  es prácticamente inapreciable por distar mucho en frecuencias del modo de membrana  $(3,2)$ .

Planteando los mismos condicionantes de tensión y afinación de la membrana, pero con otro material de casco, esta vez  $c_L = 2995\text{ m/s}$ , típico de algunos polímeros, el valor de  $K_c$  se desplaza a  $40,78$ . Se puede observar en la Figura 102 como la proximidad de los acoplamientos  $(5,1,0)$  y  $(6,1,0)$  se plasman en el espectro representado en la Figura 103. En esta ocasión los acoplamientos son de mayor frecuencia, por lo que las amplitudes son algo inferiores.

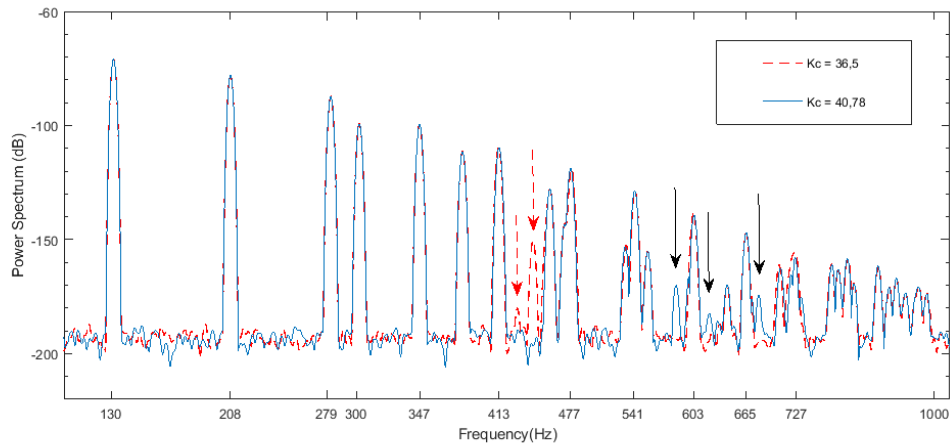


Figura 103. Comparación de espectros para los cascos  $K_c = 33,65$  y  $K_c = 40,78$  para  $c_T = 61,74 \text{ m/s}$ .

Los valores  $K_c = 70,12$  y  $83$  corresponden a valores típicos en cascos de fibra de carbono reforzada con epoxi ( $c_L = 4390 \text{ m/s}$ ) y un casco de acero, comúnmente utilizado en la fabricación de cascos ( $c_L = 5200 \text{ m/s}$ ). Como se puede observar, el aumento de  $c_L$  genera que los acoplamientos se produzcan en mayores valores de frecuencia, siempre que la tensión de la membrana no se vea modificada. Esta metodología permite entender observando la Figura 102 por qué los cascos de acero, y en general los metales presentan matices más brillantes que los cascos de otros materiales con menor velocidad de onda.

### 6.3.5. Funcionamiento y magnitud máxima de los acoplamientos modales.

Como se observa en la Figura 98, los acoplamientos se producen con un único modo de vibración de la membrana y con diferentes magnitudes. Según la Ecuación (65) para un mismo número de diámetros nodales del acoplamiento, existen varios acoplamientos factibles. Como ejemplo, para el modo (4,0) del casco se podrían producir acoplamientos para todos los valores de  $n$  (círculos nodales de la membrana) de manera que son posibles todos aquellos acoplamientos (4,  $n$ , 0) para  $n \geq 1$ . Sin embargo, solo uno de ellos es visible.

Por otra parte, se observan grandes diferencias entre la capacidad de excitar la membrana de algunos modos del casco frente a otros que no consiguen generar amplitudes visibles.

La definición de estos dos fenómenos, magnitud y funcionamiento, para los acoplamientos que se producen pueden explicarse a partir de los niveles de movilidad. Se observa que, al analizar los niveles de movilidad normalizados a la máxima amplitud  $\hat{Y}$  de todos los modos de vibración de la membrana superior ( $m, n$ ) susceptibles de producir un acoplamiento, el acoplamiento siempre se produce con el modo de vibración que presenta mayor nivel de movilidad.

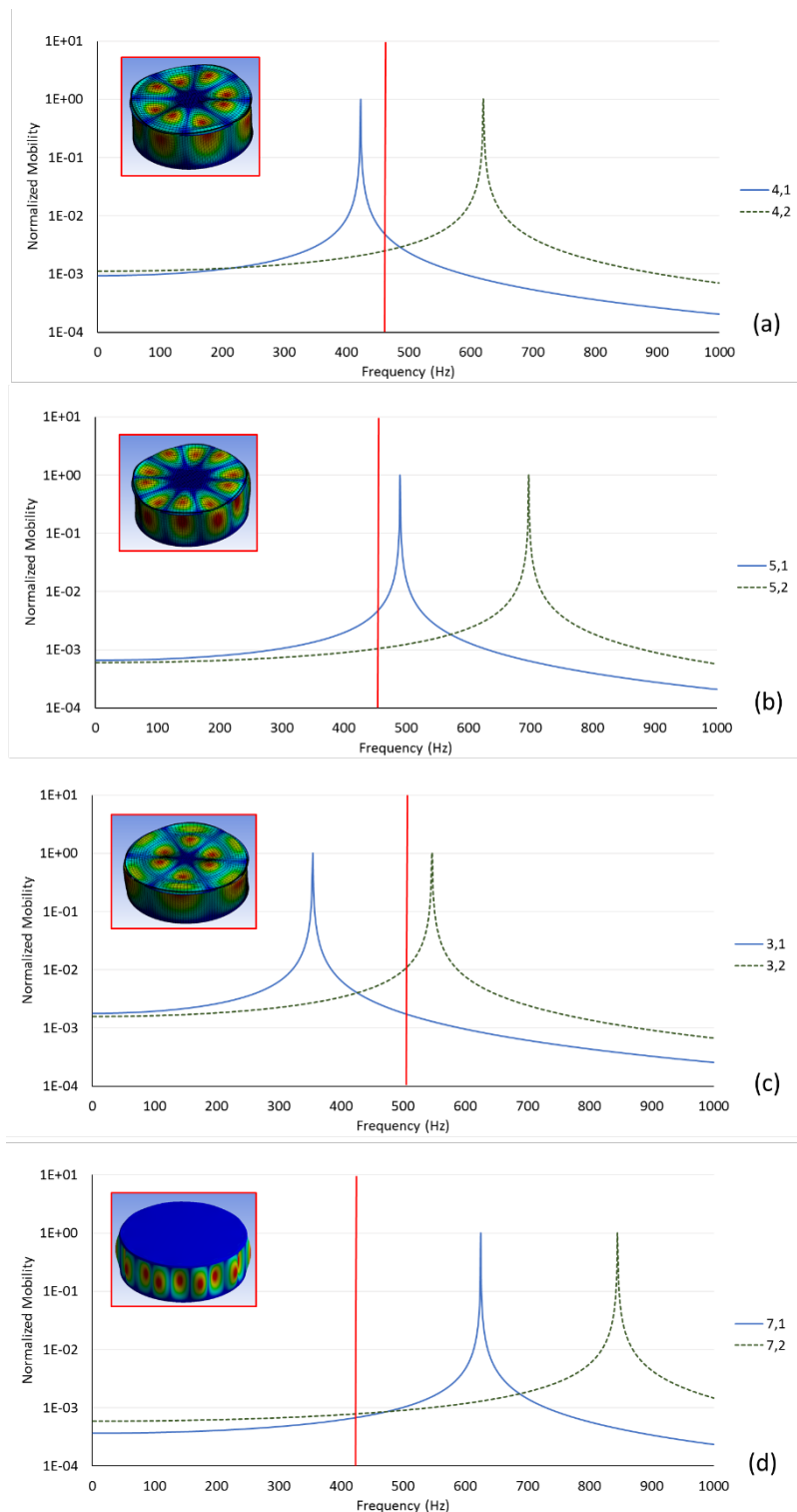


Figura 104. Gráficos de movilidad normalizados a máxima amplitud, la línea vertical representa la frecuencia de resonancia del casco. Acoplamientos diferentes (a) (4,1,0), (b) (3,2,0), (c) (5,1,0), (d). (No existente)

Como muestra la Figura 104, los acoplamientos entre casco y membrana se producen con el modo de vibración de la membrana que más movilidad normalizada presenta para este valor de frecuencia. En el acoplamiento (4,1,0) el modo (4,0) del casco ha excitado el modo (4,1) de la membrana debido a que este presenta mayor nivel de

movilidad frente al modo (4,2). Se puede observar este efecto para todos los modos de vibración detectados, a excepción de aquellos modos del casco que no encuentran niveles de movilidad destacables para ningún modo de la membrana, como ejemplifica el caso de la Figura 98d. En esta figura vemos como la frecuencia para el modo (7,0) del casco se encuentra con niveles de movilidad muy bajos tanto para el modo (7,1) como el (7,2) de la membrana, por lo que la membrana permanece inalterada o sin acoplamiento visible.

Podemos definir el funcionamiento de los acoplamientos siguiendo la ecuación:

$$\max_n \hat{Y}(m, n, f_{m,p}) \quad (72)$$

Donde los acoplamientos se producirán con el modo de la membrana  $(m, n)$  a la frecuencia del casco  $f_{m,p}$  que maximice la movilidad normalizada  $\hat{Y}$ . Por otro lado, aunque el funcionamiento de los acoplamientos se puede explicar de manera independiente a los niveles de amplitud particulares de cada uno de los modos, la magnitud de éstos es dependiente de los niveles de movilidad de la membrana.

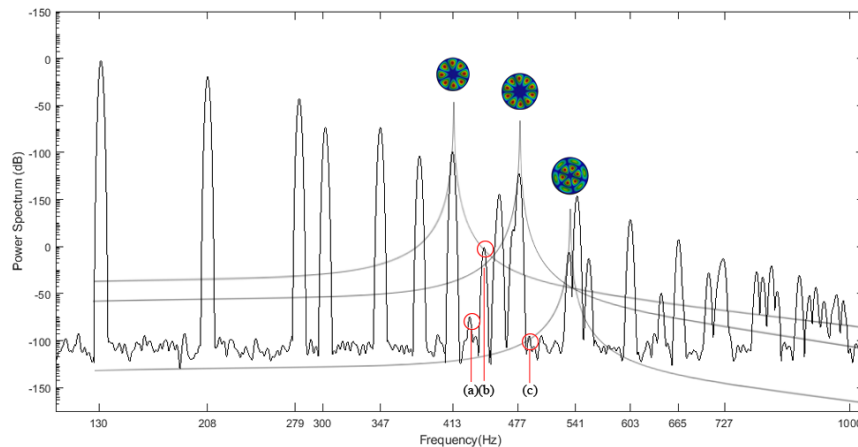


Figura 105. Magnitud de los acoplamientos generados para cada una de las resonancias del casco que cumplen la regla de acoplamiento. (a) (5,1,0); (b) (4,1,0); (c) (3,2,0).

Como muestra la Figura 105, la amplitud máxima que podrán generar cada uno de los modos de vibración acoplados del casco está definida por la movilidad  $Y$  de la membrana para cada uno de los modos de vibración. El control de la posición de las resonancias de la membrana con respecto a las del casco, nos permite introducir nuevos picos de frecuencia generados por el casco, con diferentes niveles de amplitud.

Se observa que el mayor nivel de amplitud siempre se concentra en la propia resonancia de la membrana, por lo que se convierte en un punto esencial, ofreciendo la oportunidad con mayor potencial para modificar el espectro resultante. No obstante, como los gráficos de movilidad muestran, no es necesario obtener frecuencias exactas de resonancia ya que los valores cercanos de frecuencia ofrecen suficiente amplitud para ser utilizados.

### 6.3.6. Influencia del damping del casco en las vibraciones libres de la membrana.

Como se ha descrito en la sección 3.3.3.2, investigaciones anteriores han tratado la influencia del damping en este tipo de instrumentos musicales desde el punto de vista de el soporte utilizado. Este apartado se basa en evaluar la capacidad del casco para absorber energía de vibración de la membrana superior, se han establecido comparaciones entre diferentes simulaciones con un recubrimiento interno de material viscoelástico en el casco del membranófono. El material ha sido caracterizado mediante la metodología MMT, descrita en el subapartado 4.2.2.2. Las propiedades del material aplicado pueden observarse en el subapartado 4.2.3.2. (Coating Elastómero).

Para evaluar el nivel de influencia que el damping del casco tiene sobre el tiempo de decaimiento de cada una de las resonancias de la membrana, se han realizado simulaciones aplicando diferentes espesores de recubrimiento interno viscoelástico. Como se muestra en la Figura 106 los espesores utilizados son 1,2,4 mm respectivamente.

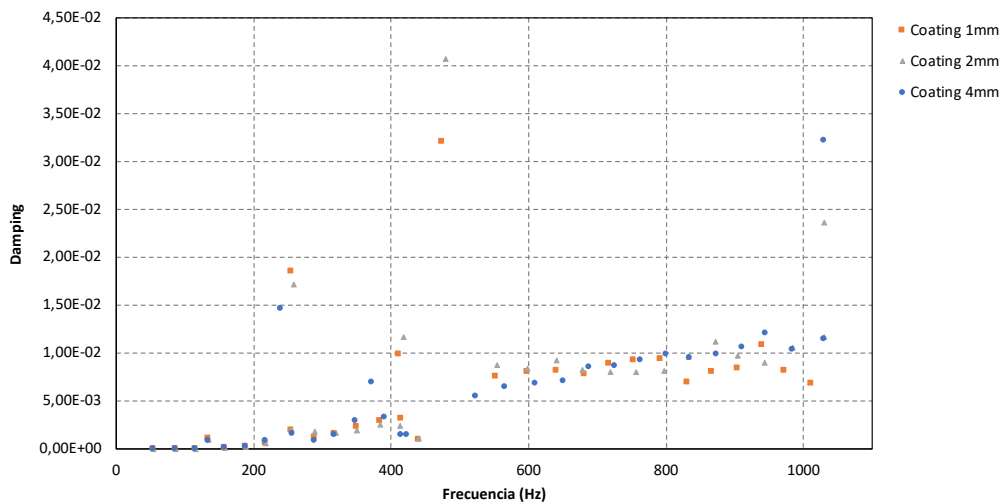


Figura 106. Valores de damping para las resonancias obtenidas en el membranófono completo, con diferentes espesores de recubrimiento interno de material viscoelástico.

Al observar los resultados podemos detectar una gran cantidad de resonancias que siguen una tendencia lineal, proporcional al valor de frecuencia a la que se generan. Esto está relacionado, como se ha expuesto en la sección 3.2.3, con la dependencia temporal de la respuesta en los materiales viscoelásticos. Todas las resonancias que siguen esta tendencia pertenecen únicamente a la membrana.

Por otro lado, observamos resonancias que no siguen esta tendencia, y que presentan valores de damping o factor de pérdidas muy superiores. Estas resonancias son las propias del casco, encargadas de los acoplamientos, y como se deduce, la influencia del damping sobre ellas es superior.

Al establecer la comparación entre los diferentes casos observamos que el progresivo aumento de material viscoelástico no representa diferencias importantes en términos de damping sobre los modos de vibración de la membrana. En el caso de los acoplamientos del casco las diferencias son más apreciables, pero aún así no superan el 4%. Lo que se considera ínfimo teniendo en cuenta que el recubrimiento aplicado es 4 veces superior al espesor propio del casco y que se ha utilizado un material con un módulo de pérdidas del orden de  $10^8$  (Pa) y un factor de pérdidas de hasta 0,71. Se tratan



de valores elevados de damping comparado con la gran mayoría de materiales comúnmente utilizados, que poseen valores de damping del orden de entre  $10^{-2}$  y  $10^{-5}$ .

A la vista de estos resultados, se puede afirmar que el damping del casco debido a su viscosidad no posee la capacidad de influir en forma apreciable sobre el membranófono, por lo que este efecto puede ser descartado en los siguientes trabajos sobre el casco y su influencia en el membranófono completo.

#### 6.4. Validación experimental.

Para comprobar empíricamente la validez de los resultados obtenidos en este capítulo, se analiza un casco real con las características geométricas descritas en los apartados anteriores, tal y como se muestra en la siguiente figura:

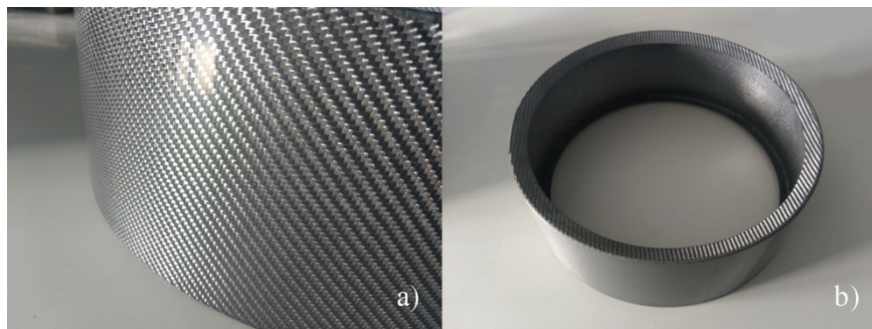


Figura 107. Casco de GFRE utilizado para la validación experimental.

El casco de la caja está fabricado en fibra de vidrio reforzada con resina epoxi (GFRE). Las propiedades generales de este casco se muestran en la Tabla 16.

Tabla 16. Características del casco GFRE (*Glass Fiber Reinforced Epoxy*)

Dimensiones (mm)	Densidad $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Módulo de Young $E$ (GPa)	Velocidad de sonido (m/s)	Espesor $t$ (mm)
355 x 127	2250	21,1	3055,05	1,1

Se construye sobre el sistema descrito en el capítulo 6.1 para la evaluación de los diferentes acoplamientos, estableciendo la frecuencia fundamental de la membrana superior  $f_{0,1} = 131\text{Hz}$ , generando una velocidad de onda transversal en la membrana de  $c_T = 60\text{ m/s}$ . Bajo estas condiciones el casco presenta las resonancias mostradas en la siguiente tabla:

Tabla 17. Modos de vibración del casco GFRE utilizado en la validación experimental

Modo (m,n)	Frecuencia (Hz)
2,0	911,45
3,0	735,31
4,0	683,60
5,0	665,58
6,0	643,97
7,0	624,35
8,0	624,64
9,0	652,24
10,0	707,44
11,0	787,85
12,0	890,38

Para valorar la capacidad que poseen los diferentes modos de vibración del casco para excitar la membrana, se realiza un experimento de laboratorio consistente en la captura de los niveles de presión sonora de la membrana superior debido a la excitación externa el casco mediante un barrido de frecuencias  $0 < f < 1000 \text{ Hz}$ .

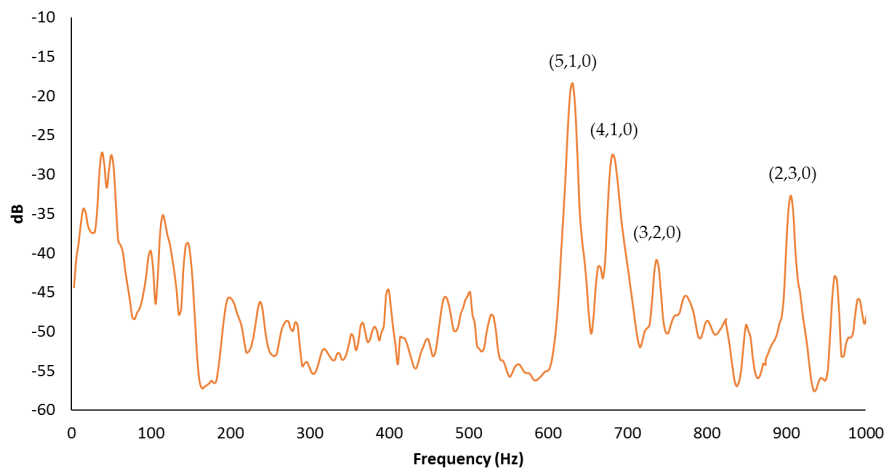


Figura 108. Niveles de presión sonora de la membrana superior obtenidos mediante la excitación directa del casco por barrido de frecuencias.

Como se puede observar en la Figura 108, el casco tiene capacidad suficiente para causar niveles de presión sonora considerables en la membrana, lo cual permite la identificación de cada uno de los acoplamientos procedentes del casco. Son especialmente importantes por su amplitud los modos de vibración con  $m = 2,3,4,5$ , los cuales son fácilmente identificables y concuerdan con los valores del casco mostrados en la Tabla 17.

En el caso concreto de este casco, como el modo (5,0) muestra, algunas resonancias tienen una gran capacidad de excitación generando altos niveles de presión sonora en la membrana.

Para confirmar la validez de la regla de acoplamiento propuesta en este capítulo, el casco se excita externamente en su modo de vibración (4,0) a la frecuencia de resonancia 683,60 Hz. Como muestra la Figura 109 la excitación del modo del casco (4,0), acopla perfectamente con la membrana superior en su modo de vibración (4,1), ligeramente

deformado posiblemente por la proximidad del modo del casco (5,0) a 665,58 Hz. La Figura 109 muestra el acoplamiento tal y como predice la regla de acoplamiento. El acoplamiento (5,1,0) aunque detectable, no presenta un patrón de Chladni claro debido a la proximidad en frecuencia de los modos (6,0) y (9,0) del casco. Por lo que es muy difícil excitar el modo (5,0) del casco sin excitar indirectamente los otros dos.



Figura 109. (a) Comprobación de la regla de acoplamiento modal mediante el patrón de Chladni, acoplamiento (4,1,0) a 683,60 Hz. (b) Posición del micrófono de medición utilizado en la validación experimental.

Finalmente, se realiza la grabación de un impacto siguiendo la disposición descrita en la Figura 109b para obtener el espectro resultante de la caja redoblante. El micrófono se sitúa a una distancia de 10 mm de la membrana y a 120mm del centro del casco.

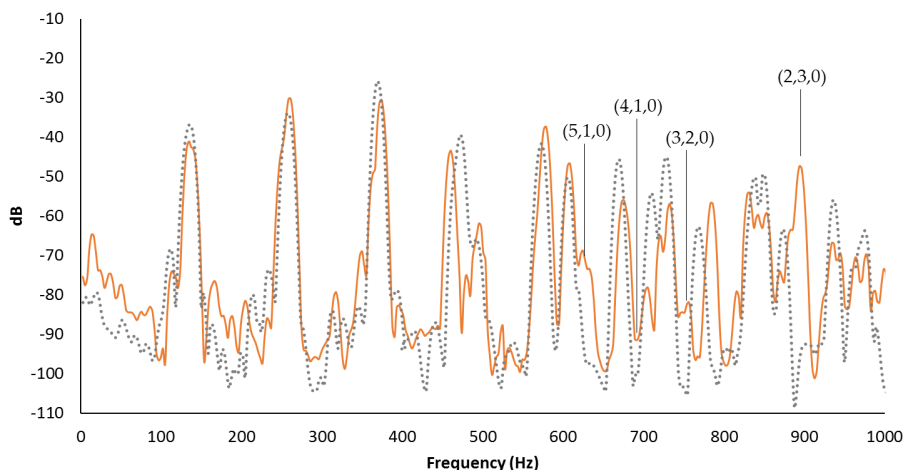


Figura 110. Espectro resultante de la caja redoblante con casco GFRE con afinación  $f_{0,1} = 131\text{Hz}$ , comparado con otro casco de Cobre, (línea punteada). Los acoplamientos descritos mediante la metodología anterior del casco GFRE se detectan directamente en el espectro final del membranófono.

Son fácilmente visibles los aportes de los acoplamientos al espectro final, especialmente importantes en el caso de los acoplamientos perfectos como el acoplamiento (2,3,0) o los muy cercanos como (5,1,0) y (4,1,0). También el acoplamiento (3,2,0) ha podido detectarse al igual que mediante excitación inducida en el casco. Todos

ellos representan valores intermedios de amplitud. Como se puede extraer de la Figura 108 y de la Figura 109 sólo los modos de vibración de tipo  $(m, n, 0)$  han sido capaces de mostrar resonancias detectables. No obstante, los acoplamientos con  $p > 0$  sí han podido ser detectadas mediante simulación, lo que indica que, aunque son físicamente posibles carecen de impacto real sobre el espectro por lo que pueden no contemplarse por no ser influyentes.

Además del aporte propio de las frecuencias naturales del casco, hay que apuntar algunos aumentos significativos de los niveles de presión sonora de los modos de la membrana, como el (4,1) y (5,1) lo que sin duda representa un aporte mayor si cabe al espectro final.

## 6.5. Conclusiones.

En este capítulo se ha logrado el objetivo de establecer un vínculo directo entre las propiedades mecánico-geométricas del casco de un membranófono y el comportamiento vibratorio de la membrana superior, lo que nos permite afirmar la importancia de las resonancias del casco a la hora de evaluar la respuesta de un membranófono.

Se han analizado variaciones en el comportamiento del casco detallado geoméricamente frente al cilíndrico simplificado, y cómo las variaciones geométricas utilizadas por la industria, el montaje de la membrana y las tensiones generadas por la membrana sobre el casco generan diferencias significativas que pueden inhabilitar los modelos numéricos existentes.

Se ha comprobado mediante simulación numérica y validado experimentalmente, que, aunque los desplazamientos en el casco son sustancialmente menores que los de la membrana, el casco tiene una contribución cuantificable al espectro de todo el instrumento, excitando la membrana mediante una regla que sólo permite el acoplamiento entre modos de vibración que comparten ciertas características nodales.

A diferencia de lo que se pensaba, no podemos relacionar todas las resonancias de ambos elementos, sino sólo aquellas que cumplen la regla de acoplamiento. Este fenómeno puede dar explicación a que investigaciones previas no detectaran cambios significativos en el sonido entre cascos fabricados en diferentes materiales. Se han podido determinar experimentalmente la influencia de los modos del casco  $(m,0)$  mientras que los modos del casco  $(m,1)$  son solo visibles mediante simulación, pero no detectables experimentalmente, Esto sitúa los valores de  $p > 1$  fuera del rango de estudio. Esto permite acotar el estudio del casco a los modos de tipo  $p = 0$ .

La regla de acoplamiento propuesta ha permitido crear una nomenclatura que comprende las resonancias del casco y su excitación en la membrana. Además, se han creado nuevos mecanismos para comprender y predecir parcialmente los tipos de acoplamientos y su magnitud.

## 7. Metodología para diseño de cascos de membranófonos basada en su geometría y material.

En el presente capítulo se propone una metodología que aglutina las conclusiones y resultados obtenidos previamente. La metodología en esta fase de la investigación se basa en identificar las coincidencias de las resonancias del casco con las generadas por la membrana que cumplen la regla de acoplamiento. El objetivo de esta nueva metodología es la predicción de posibles acoplamientos entre cascos de diferentes materiales y membranas en diferentes afinaciones.

### 7.1. Hipótesis iniciales

Para la viabilidad de esta nueva metodología es necesario garantizar una serie de condiciones iniciales que se detallan a continuación.

- La membrana debe ser de material isótropo.
- La membrana debe presentar espesor y pretensión uniforme
- El casco debe presentar un espesor uniforme
- La membrana debe poder deslizarse por encima del casco, en la zona de contacto entre ambos elementos.
- El casco debe ser de un material isótropo, y en caso de ser ortótropo la dirección principal del material debe orientarse tangencialmente a la superficie del casco.

### 7.2. Metodología

Cumpliendo las condiciones iniciales enumeradas anteriormente se define una metodología de trabajo la cual se ilustra en la Figura 111.

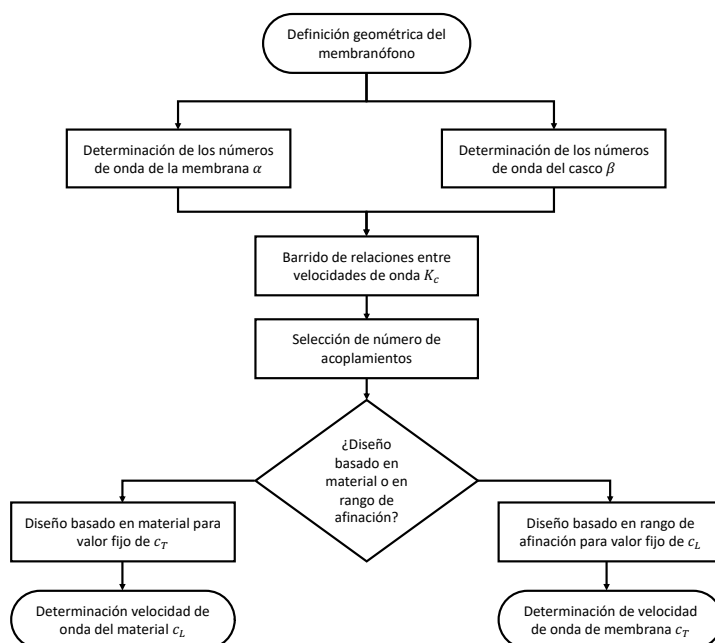


Figura 111. Diagrama de la metodología propuesta para el diseño y evaluación de cascos en membranófonos.

Inicialmente es necesario definir geoméricamente el membranófono. Conociendo previamente su diámetro general para así definir tanto las dimensiones de la membrana, como del casco.

Conociendo estos aspectos geométricos se calculan los números de onda tanto de la membrana  $\alpha$  como del casco  $\beta$ , tal y como se explica en la sección 6.3.4, esto permite representar las diferentes relaciones posibles de velocidades de onda  $\beta K_c$  del casco objeto de estudio. Para los ejemplos mostrados anteriormente en la sección 6.3.4, la Figura 112 representa los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  de manera que se pueden visualizar conjuntamente los diferentes modos de vibración de la membrana ( $m, n$ ) y del casco ( $m, 0$ ). Esto permite detectar visualmente la proximidad entre resonancias y, por lo tanto, los posibles acoplamientos entre ambos elementos para diferentes valores de  $K_c$ . Al aislar las velocidades de onda de ambos elementos podemos representar los números de onda de las resonancias de la membrana de manera independiente a su tensión y densidad, de manera que siempre son válidas las representaciones de  $\alpha$ , independientemente de sus aspectos físicos.

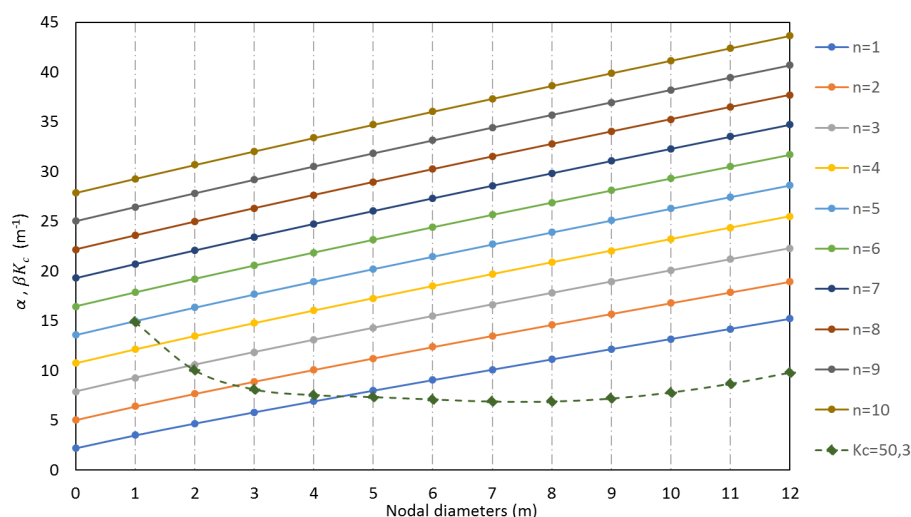


Figura 112. Representación de los valores de  $\alpha$  y  $\beta K_c$  para casco GFRE utilizado en la validación experimental.

El siguiente paso consiste en la detección de los posibles acoplamientos del membranófono. Para detectar estos acoplamientos en todo el rango de materiales y afinaciones descrito en la sección 6.3.4 se realiza un barrido entre todos los posibles valores de  $K_c$ . Esto permite obtener un mapa general que nos indica el número de acoplamientos para todas las relaciones posibles entre velocidades de onda. La Figura 113 muestra los posibles acoplamientos del casco definido en este capítulo, con un error en  $K_c$  relativo de un 1.5%, ya que se estima que este error sigue ofreciendo valores de movilidad suficientes para considerarse una resonancia.

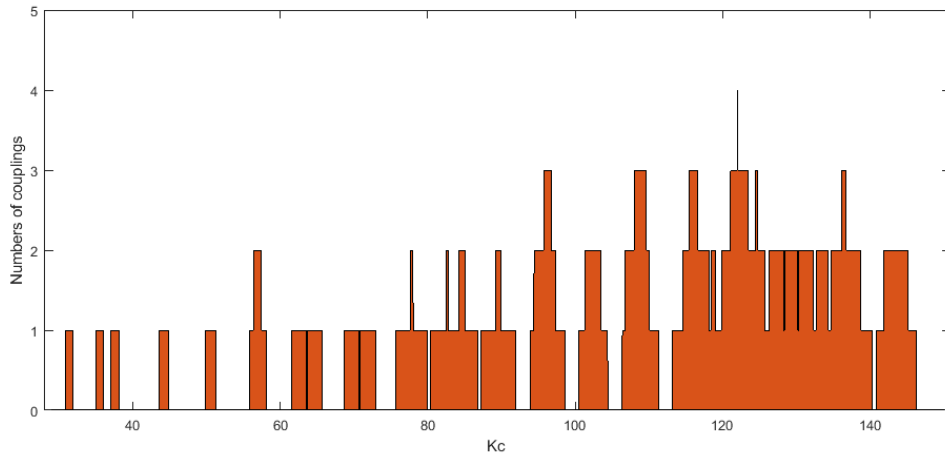


Figura 113. Predicción de los acoplamientos posibles, para todos los valores factibles de  $K_c$

Como podemos observar existen relaciones como  $K_c = 122$  con los que podemos obtener un máximo de 4 acoplamientos mientras que existen relaciones como  $K_c = 112$ , que no presentan acoplamientos. Este paso permite considerar previamente el efecto que el casco tendrá sobre la membrana. Puesto que  $K_c$  comprende la relación entre las velocidades de onda de ambos elementos, membrana y casco, los acoplamientos siempre podrán obtenerse ajustando material de casco o tensión de membrana, siendo esta última más fácilmente ajustable.

Es posible, por ejemplo, obtener 4 acoplamientos en todas las condiciones que cumplan la relación:

$$122c_t = c_L \tag{73}$$

Este planteamiento significa que para cada material de casco impuesto podríamos encontrar una tensión y por lo tanto una afinación de la membrana superior adecuada que cumpliera con esta relación, pero también es posible el casco contrario, donde para cada tensión o rango de afinación impuesto podemos determinar los materiales adecuados que cumplan esta relación.

Si la imposición es del material del casco ( $c_L$ ), podríamos satisfacer la relación de la Ecuación (73) para diferentes materiales. Por ejemplo, en el caso del acero o aluminio de 5200 m/s la velocidad de membrana correspondiente es 42,62 m/s la cual supone una afinación de la fundamental de la membrana de  $f_{0,1} = 101$  Hz, o en el caso de la fibra de carbono reforzada con epoxi de 4390 m/s de velocidad de propagación, podríamos encontrar esta misma relación para una velocidad de propagación de membrana de 35,98 m/s lo que supondría una afinación de  $f_{0,1} = 86,49$  Hz. Todos los casos propuestos cumplirían los 4 acoplamientos definidos anteriormente.

Si la imposición viene dada por los rangos de afinación de la membrana, y por lo tanto de ( $c_t$ ) podríamos encontrar que para una frecuencia fundamental de la membrana superior de  $f_{0,1} = 65$  Hz equivalente a 29,6 m/s de velocidad de propagación, el material que cumpliría esta relación debería presentar una velocidad de propagación de onda longitudinal de 3611,2 m/s por lo que materiales como el cobre cumplirían la relación y presentarían 4 acoplamientos de igual manera. Para afinaciones altas, por ejemplo,  $f_{0,1} = 180$  Hz, equivalente a 82,32 m/s de velocidad de propagación en la membrana, sería necesario un material con una velocidad de propagación de onda longitudinal de 10043 m/s, por lo que solo algunos composites como las CFRE Unidireccionales podrían

cumplir la relación establecida. La metodología es aplicable a cualquier casco siempre que no se salga de los límites prácticos de funcionamiento de la membrana.

### **7.3. Conclusiones.**

Este capítulo propone una metodología de diseño de cascos para membranófonos atendiendo a la relación entre las velocidades de onda y geometría de ambos elementos (casco y membrana superior). Esta sistemática representa una herramienta diagnóstica útil para la fase inicial del diseño de membranófonos ya que permite tanto la selección de materiales en función de los rangos de afinación de la membrana superior, como la evaluación de los diferentes rangos de afinación de la membrana para un material concreto, basándose en las condiciones reales de funcionamiento.

Este estudio representa un avance importante en vistas a que tanto usuarios como fabricantes establezcan criterios de selección sobre las geometrías y los materiales de los cascos, y su influencia general sobre los matices tímbricos de los membranófonos.



## 8. Conclusiones y trabajo futuro.

### 8.1. Conclusiones.

Esta investigación ha establecido una vinculación directa entre las características mecánicas y geométricas del casco de un membranófono, y su comportamiento vibratorio final, lo que ha permitido establecer mecanismos de evaluación y generar una nueva metodología de diseño de cascos para membranófonos basado en su espectro resultante.

En los diferentes capítulos de esta tesis se han abordado diferentes aspectos que han posibilitado la consecución de los objetivos planteados inicialmente, lo que ha permitido concluir algunos aspectos relevantes.

- Se ha profundizado en los métodos de ensayo dinámico para materiales, y se ha conseguido aportar una solución a las diferentes limitaciones que conciernen a los métodos actuales de caracterización dinámica. Se ha conseguido caracterizar viscoelásticamente diferentes materiales de una forma fiable, sencilla y económica, lo cual ha permitido seguir avanzando en los subsiguientes puntos de esta investigación. El material, principal argumento comercial de fabricantes de este tipo de instrumentos musicales presenta algunas contradicciones, especialmente para el caso de los materiales más extendidos como maderas y metales. Sus valores de propagación tan cercanos entre sí dificultan su capacidad de influencia, e incluso hace injustificada las elecciones de algunos materiales frente a otros. Podría prescindirse de muchos de ellos que presentan grandes sobrecostes. No obstante, se abre la puerta a la utilización de familias de materiales poco explotadas hasta el momento. Entre la familia de los polímeros y los polímeros reforzados puede abarcarse todo el espectro de velocidades existentes posibles en sólidos, lo que ofrece grandes posibilidades en el sector para una posible especialización y reducción de costes muy notable.
- Se ha analizado en profundidad la física vibratoria de los diferentes elementos que conforman un membranófono, entre los que se encuentran las membranas circulares y los sólidos de revolución que conforman actualmente los cascos de membranófonos, lo que ha permitido detectar las claves para entender las transmisiones de esfuerzos entre los diferentes componentes del membranófono. Se concluye que, la geometría del casco representa un aspecto esencial. Aunque actualmente los fabricantes no priorizan este aspecto, se ha demostrado que es un factor capaz de variar las resonancias del casco y cambiar el patrón modal completo de este, lo que representa nuevas oportunidades potenciales de diseño modal. Se ha podido demostrar la existencia de variables geométricas que no implican la modificación del aspecto general del producto, por lo que el impacto de su utilización no implicaría grandes sobrecostes, ni problemas a nivel de fabricación.
- Se ha demostrado la necesidad de contemplar las condiciones detalladas tanto de geometría como de contorno, para poder evaluar las relaciones entre casco y membrana. Este aspecto ha sido esencial para poder establecer las relaciones precisas sobre las que desarrollar un estudio fiable de las interacciones entre estos dos elementos. Es por ello por lo que, a diferencia de estudios anteriores, la membrana no debe ser contemplada como un disco ideal y el casco no puede ser considerado simplemente un cilindro simplificado en todos los casos. Se debe atender a sus características detalladas para poder contemplar los efectos de posibles acoplamientos modales.

- Se ha podido demostrar la influencia directa del casco debido a acoplamientos entre membrana y casco, cuantificando los efectos de este fenómeno en el espectro generado por las membranas, para así describir un modelo de comportamiento que se adapta al funcionamiento real de un membranófono.
- Se ha conseguido desarrollar una nueva metodología que permite predecir el comportamiento del membranófono en función de la geometría y las propiedades mecánicas de su casco. Esto ha permitido cuantificar la importancia del casco, su potencial máximo y sus posibilidades relacionadas con su manufactura, lo que, sin duda será una herramienta diagnóstica esencial tanto para fabricantes como para usuarios.

Entre los aspectos relevantes del casco como, material y geometría, encontramos algunas diferencias significativas frente al conocimiento establecido actualmente. El casco es el elemento al que fabricantes y usuarios atribuyen las cualidades distintivas de los membranófonos, aunque a la vez ha sido un elemento descartado por investigadores ante la dificultad de vincularlo directamente con efectos sonoros.

De esta tesis podemos extraer que el casco es un elemento con influencia concreta y ligado a las condiciones de su utilización. En las condiciones adecuadas tiene la capacidad de aportar matices propios al espectro de un membranófono que, sumados a los más relevantes provenientes de la membrana superior, tendrían la capacidad de modificar el comportamiento de la membrana, y presumiblemente el timbre del instrumento. La importancia y relevancia de este aporte del casco quedaría dentro del campo de la percepción, la cual no se aborda en esta investigación.

La combinación de estos dos factores, material y geometría, ofrecen la capacidad suficiente para, dentro de los límites que se han podido establecer, conseguir definir y caracterizar acústicamente el casco de un membranófono y por lo tanto controlar sus efectos en el espectro resultante. El control de estos efectos es, sin duda, fundamental para todas aquellas compañías dedicadas a la manufactura de membranófonos. En este sentido esta tesis ha avanzado en vincular las propiedades mecánicas y geométricas del casco y de la membrana, por lo que ha conseguido aportar herramientas de evaluación y diseño que podrán ser utilizadas en la industria con bajo impacto en costes e infraestructura.

## **8.2. Trabajo futuro.**

Este documento de tesis ha conseguido aportar un conocimiento amplio de los aspectos relevantes en la manufactura de membranófonos. No obstante, existen muchos otros puntos que podrán ser abarcados en el futuro.

Uno de estos aspectos es la interacción conjunta con el aire contenido dentro del membranófono. Las frecuencias de resonancia de esta cavidad de aire, y la optimización geométrica de la misma pueden ofrecer oportunidades de potenciar partes del espectro total del membranófono. La utilización de esta cavidad como resonador Hemholtz podría permitir la caracterización de los valores de frecuencia más bajos, potenciando los graves del instrumento.

En cuanto al casco, la exploración de nuevas geometrías basadas en los espesores variables e incluso en cascos con materiales huecos podrían ofrecer nuevas oportunidades de diseño bajo los mismos criterios establecidos en esta tesis. También en el ámbito de los refuerzos estructurales o inerciales se pueden conseguir herramientas. En el ámbito geométrico las posibilidades son prácticamente infinitas, por lo que podría abrirse una línea de investigación extensa en esta temática.

Aunque las investigaciones sobre las membranas son las más numerosas hasta ahora todas habían contemplado que la membrana era un disco con los bordes rígidos. En esta tesis se ha contemplado un contacto entre membrana y casco con capacidad de deslizamiento sin fricción. Para trabajos futuros podría contemplarse la influencia diferentes valores de fricción en este contacto como elemento influyente en el funcionamiento general del membranófono.

## Referencias

- [1] Thomann, (2019). <https://www.thomann.de/es> (accessed October 2, 2019).
- [2] N.H. Fletcher, T.D. Rossing, *The Physics of Musical Instruments*, 2nd ed., Springer, New York, USA, United States, 1991.
- [3] T.D. Rossing, *Science of Percussion Instruments*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2000.
- [4] S. Bilbao, A. Torin, V. Chatziioannou, Numerical modeling of collisions in musical instruments, *Acta Acust. United with Acust.* 101 (2015) 155–173. doi:10.3813/AAA.918813.
- [5] S. Bilbao, Time domain simulation and sound synthesis for the snare drum, *J. Acoust. Soc. Am.* 131 (2012) 914–925. doi:10.1121/1.3651240.
- [6] S. Yoshikawa, C. Waltham, Woods for Wooden Musical Instruments, *Proc. ISMA 2014.* (2014) 4–9.
- [7] A. Chaigne, M. Campbell, *Acoustics of Musical Instruments*, 2016.
- [8] T. Ono, I. Takahashi, Y. Takasu, Y. Miura, U. Watanabe, Acoustic characteristics of wadaiko (traditional Japanese drum) with wood plastic shell, *Acoust. Sci. Technol.* 30 (2009) 410–416. doi:10.1250/ast.30.410.
- [9] E.M. von Hornbostel, C. Sachs, *Systematik der Musikinstrumente. Ein Versuch*, *Zeitschrift Für Ethnol. (Journal Ethnol.)* (1914) 553–590. <https://www.jstor.org/stable/23031207>.
- [10] J. Blades, *Percussion Instruments and Their History*, Faber and Faber, London, 1970.
- [11] G.A. Knott, Y.S. Shin, M. Chargin, A modal analysis of the violin, *Finite Elem. Anal. Des.* 5 (1989) 269–279. doi:http://dx.doi.org/10.1016/0168-874X(89)90049-8.
- [12] C.Y. Barlow, P.P. Edwards, G.R. Millward, R.A. Raphael, D.J. Rubio, Wood treatment used in Cremonese instruments [10], *Nature.* (1988). doi:10.1038/332313a0.
- [13] J. Michelman, Analysis of a varnish used by Stradivarius, *J. Franklin Inst.* (1949).
- [14] H.C. Tai, Y.P. Shen, J.H. Lin, D.T. Chung, Acoustic evolution of old Italian violins from Amati to Stradivari, *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* (2018). doi:10.1073/pnas.1800666115.
- [15] C. Invernizzi, A. Daveri, T. Rovetta, M. Vagnini, M. Licchelli, F. Cacciatori, M. Malagodi, A multi-analytical non-invasive approach to violin materials: The case of Antonio Stradivari “Hellier” (1679), *Microchem. J.* (2016). doi:10.1016/j.microc.2015.10.016.
- [16] DuPont Teijin Films, (n.d.). <http://europe.dupontteijinfilms.com> (accessed September 9, 2019).
- [17] Free Floating System, (n.d.). <http://www.pearleurope.com/product/free-floating-task-specific/> (accessed June 17, 2019).
- [18] Rasch Drums, (n.d.). <http://www.raschdrums.com> (accessed October 19, 2019).

- 
- [19] T.D. Rossing, Acoustics of drums., *Phys. Today*. 45 (1992) 40.
- [20] Remo Drumheads, (n.d.). <https://remo.com> (accessed September 9, 2019).
- [21] Evans Drumheads, (n.d.). <https://www.daddario.com> (accessed September 9, 2019).
- [22] Aquarian Drumheads, (n.d.). <https://www.aquariandrumheads.com> (accessed September 9, 2019).
- [23] Drum Workshop, (n.d.). [www.dwdrums.com](http://www.dwdrums.com) (accessed September 9, 2019).
- [24] Gretsch Drums, (n.d.). [www.gretschdrums.com](http://www.gretschdrums.com) (accessed September 9, 2019).
- [25] Pearl Drums, (n.d.). <https://pearldrums.com> (accessed September 9, 2019).
- [26] Ludwig Drums, (n.d.). <https://www.ludwig-drums.com> (accessed September 9, 2019).
- [27] Tama Drums, (n.d.). <https://www.tama.com> (accessed September 9, 2019).
- [28] Noble and Cooley, (n.d.). [www.noblecooley.com](http://www.noblecooley.com) (accessed September 9, 2019).
- [29] SJC Custom Drums, (n.d.). <https://www.sjcdrums.com> (accessed September 9, 2019).
- [30] Trick Drums, (n.d.). <https://www.trickdrums.com> (accessed September 9, 2019).
- [31] Yamaha Corporation, (n.d.). <https://europe.yamaha.com> (accessed September 9, 2019).
- [32] Mapex Drums, (n.d.). [mapexdrums.com](http://mapexdrums.com) (accessed September 9, 2019).
- [33] SONOR, (n.d.). <https://www.sonor.com> (accessed September 9, 2019).
- [34] Dunnet Classic Drums, (n.d.). [www.dunnett.com](http://www.dunnett.com) (accessed September 9, 2019).
- [35] J. Kopač, S. Šali, Wood: An important material in manufacturing technology, *J. Mater. Process. Technol.* 133 (2003) 134–142. doi:10.1016/S0924-0136(02)00217-0.
- [36] T. Ono, Musical Instruments: Materials, *Ref. Modul. Mater. Sci. Mater. Eng.* (2016) 3. doi:10.1016/B978-0-12-803581-8.02233-5.
- [37] R. Sproßmann, M. Zauer, A. Wagenführ, Characterization of acoustic and mechanical properties of common tropical woods used in classical guitars, *Results Phys.* 7 (2017) 1737–1742. doi:10.1016/j.rinp.2017.05.006.
- [38] R. Corradi, A. Liberatore, S. Miccoli, Experimental modal analysis and finite element modelling of a contemporary violin, in: *ICSV 2016 - 23rd Int. Congr. Sound Vib. From Anc. to Mod. Acoust.*, 2016.
- [39] G. Bissinger, Modal analysis of a violin octet, *J. Acoust. Soc. Am.* 113 (2003) 2105–2113. doi:10.1121/1.1555614.
- [40] G.A. Knott, A modal analysis of the violin g.a. knott, *Finite Elem. Anal. Des.* 5 (1989) 269–279.
- [41] Y. Yu, I.G. Jang, I.K. Kim, B.M. Kwak, Nodal line optimization and its application to violin top plate design, *J. Sound Vib.* 329 (2010) 4785–4796. doi:10.1016/j.jsv.2010.05.022.
- [42] J. Nagyvary, J.A. DiVerdi, N.L. Owen, H.D. Tolley, Wood used by Stradivari

- and Guarneri, *Nature*. (2006). doi:10.1038/444565a.
- [43] J. Dominy, P. Killingback, The development of a carbon fibre violin, in: *ICCM Int. Conf. Compos. Mater.*, 2009.
- [44] C. Waltham, A balsa violin, *Am. J. Phys.* 77 (2009) 30–35. doi:10.1119/1.2996482.
- [45] O. Inácio, J. Antunes, M.C.M.M. Wright, Computational modelling of string–body interaction for the violin family and simulation of wolf notes, *J. Sound Vib.* 310 (2008) 260–286. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2007.07.079.
- [46] R.R. Boullosa, S.R. Gómez, Acoustics of the jarana jarocho, *Appl. Acoust.* 78 (2014) 59–67. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.apacoust.2013.10.014.
- [47] G. Caldersmith, Designing a guitar family, *Appl. Acoust.* 46 (1995) 3–17. doi:http://dx.doi.org/10.1016/0003-682X(95)93949-I.
- [48] T. Sumi, T. Ono, Classical guitar top board design by finite element method modal analysis based on acoustic measurements of guitars of different quality, *Acoust. Sci. Technol.* 29 (2008) 381–383. doi:10.1250/ast.29.381.
- [49] V.E. Howle, L.N. Trefethen, Eigenvalues and musical instruments, *J. Comput. Appl. Math.* 135 (2001) 23–40. doi:10.1016/S0377-0427(00)00560-4.
- [50] I. Kusumaningtyas, H. Yordaniansyah, T.A. Purwanto, Acoustical properties of petung bamboo for the top plate of guitars, *Appl. Acoust.* 112 (2016) 123–130. doi:10.1016/j.apacoust.2016.05.016.
- [51] T. Ono, A. Okuda, Acoustic characteristics of guitars with a top board of carbon fiber-reinforced composites, *Acoust. Sci. Technol.* 28 (2007) 442–443. doi:10.1250/ast.28.442.
- [52] K. Nishimura, K. Nishimura, A study on timbre and sound quality of an electric guitar by selection of material around pickup, in: *ICSV 2016 - 23rd Int. Congr. Sound Vib. From Anc. to Mod. Acoust.*, 2016.
- [53] J.A. Torres, R.R. Boullosa, Influence of the bridge on the vibrations of the top plate of a classical guitar, *Appl. Acoust.* 70 (2009) 1371–1377. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.apacoust.2009.07.002.
- [54] R.R. Boullosa, Vibration measurements in the classical guitar, *Appl. Acoust.* 63 (2002) 311–322. doi:http://dx.doi.org/10.1016/S0003-682X(01)00037-8.
- [55] V. Debut, J. Antunes, M. Marques, M. Carvalho, Physics-based modeling techniques of a twelve-string Portuguese guitar: A non-linear time-domain computational approach for the multiple-strings/bridge/soundboard coupled dynamics, *Appl. Acoust.* 108 (2016) 3–18. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.apacoust.2015.10.029.
- [56] J.A. Torres, D. Torres-Torres, Cambios en la propagación de ondas en una tapa de guitarra debidos al abanico y el puente, *Rev. Int. Métodos Numéricos Para Cálculo y Diseño En Ing.* 31 (2015) 228–234. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.rimni.2014.06.005.
- [57] A. Ezcurra, M.J. Elejabarrieta, C. Santamaría, Fluid–structure coupling in the guitar box: numerical and experimental comparative study, *Appl. Acoust.* 66 (2005) 411–425. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.apacoust.2004.07.010.
- [58] M.J. Elejabarrieta, C. Santamaría, A. Ezcurra, Air cavity modes in the resonance

- box of the guitar: The effect of the sound hole, *J. Sound Vib.* 252 (2002) 584–590. doi:10.1006/jsvi.2001.3948.
- [59] E. Bécache, A. Chaigne, G. Derveaux, P. Joly, Numerical simulation of a guitar, in: K.J. Bathe (Ed.), Elsevier Science Ltd, Oxford, 2003: pp. 1244–1246. doi:http://dx.doi.org/10.1016/B978-008044046-0.50305-5.
- [60] S. Fatima, A.R. Mohanty, Acoustical and fire-retardant properties of jute composite materials, *Appl. Acoust.* 72 (2011) 108–114. doi:10.1016/j.apacoust.2010.10.005.
- [61] S. Phillips, *Bio-Composite Material Applications To*, (2009).
- [62] H. Koruk, G. Genc, Investigation of the acoustic properties of bio luffa fiber and composite materials, *Mater. Lett.* 157 (2015) 166–168. doi:10.1016/j.matlet.2015.05.071.
- [63] S. Phillips, L. Lessard, Application of natural fiber composites to musical instrument top plates, *J. Compos. Mater.* 46 (2012) 145–154. doi:10.1177/0021998311410497.
- [64] K. Ege, X. Boutillon, M. Rébillat, Vibroacoustics of the piano soundboard: (Non)linearity and modal properties in the low- and mid-frequency ranges, *J. Sound Vib.* 332 (2013) 1288–1305. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2012.10.012.
- [65] J. Berthaut, M.N. Ichchou, L. Jézéquel, Piano soundboard: Structural behavior, numerical and experimental study in the modal range, *Appl. Acoust.* 64 (2003) 1113–1136. doi:10.1016/S0003-682X(03)00065-3.
- [66] X. Boutillon, K. Ege, Vibroacoustics of the piano soundboard: Reduced models, mobility synthesis, and acoustical radiation regime, *J. Sound Vib.* 332 (2013) 4261–4279. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2013.03.015.
- [67] J. Bretos, C. Santamaría, J. Alonso Moral, Finite element analysis and experimental measurements of natural eigenmodes and random responses of wooden bars used in musical instruments, *Appl. Acoust.* 56 (1999) 141–156. doi:10.1016/S0003-682X(98)00030-9.
- [68] M. Aramaki, H. Baillères, L. Brancheriau, R. Kronland-Martinet, S. Ystad, Sound quality assessment of wood for xylophone bars, *J. Acoust. Soc. Am.* (2007). doi:10.1121/1.2697154.
- [69] I. Bork, Practical tuning of xylophone bars and resonators, *Appl. Acoust.* (1995). doi:10.1016/0003-682X(95)93953-F.
- [70] B.H. Suits, Basic physics of xylophone and marimba bars, *Am. J. Phys.* (2001). doi:10.1119/1.1359520.
- [71] I. Brémaud, Acoustical properties of wood in string instruments soundboards and tuned idiophones: Biological and cultural diversity, *J. Acoust. Soc. Am.* 131 (2012) 807–818. doi:10.1121/1.3651233.
- [72] B. Traoré, L. Brancheriau, P. Perré, T. Stevanovic, P. Diouf, Acoustic quality of vèné wood (*Pterocarpus erinaceus* Poir.) for xylophone instrument manufacture in Mali, *Ann. For. Sci.* 67 (2010). doi:10.1051/forest/2010054.
- [73] L. Brancheriau, H. Baillères, P. Détéienne, R. Kronland, B. Metzger, Classifying xylophone bar materials by perceptual, signal processing and wood anatomy

- analysis, *Ann. For. Sci.* (2006). doi:10.1051/forest:2005099.
- [74] D.R. Lapp, Building a copper pipe “xylophone,” *Phys. Educ.* (2003). doi:10.1088/0031-9120/38/4/304.
- [75] L.E. Murr, S.M. Gaytan, M.I. Lopez, D.E. Bujanda, E.Y. Martinez, G. Whitmyre, H. Price, Metallurgical and acoustical characterization of a hydroformed, 304 stainless steel, Caribbean-style musical pan, *Mater. Charact.* 59 (2008) 321–328. doi:10.1016/j.matchar.2007.05.002.
- [76] E. Ferreyra, L.E. Murr, Metallography in music: Microstructures in the Caribbean steel drum, *Mater. Charact.* 45 (2000) 341–351. doi:10.1016/S1044-5803(00)00102-9.
- [77] E. Ferreyra, L.E. Murr, D.P. Russell, J.F. Bingert, Elastic interactions and the metallurgical and acoustic effects of carbon in the Caribbean steel drum, 2001. doi:10.1016/S1044-5803(01)00187-5.
- [78] A. Chaigne, C. Touzé, O. Thomas, Nonlinear vibrations and chaos in gongs and cymbals, *Acoust. Sci. Technol.* (2005). doi:10.1250/ast.26.403.
- [79] M. Ducceschi, C. Touzé, Modal approach for nonlinear vibrations of damped impacted plates: Application to sound synthesis of gongs and cymbals, *J. Sound Vib.* (2015). doi:10.1016/j.jsv.2015.01.029.
- [80] F. Kuratani, T. Yoshida, T. Koide, T. Mizuta, K. Osamura, Understanding the effect of hammering process on the vibration characteristics of cymbals, in: *J. Phys. Conf. Ser.*, 2016. doi:10.1088/1742-6596/744/1/012110.
- [81] G. Di Giulio, E. Esposito, C. Santolini, L. Scalise, Experimental vibrational analysis of drum cymbals, in: *Proc. Int. Modal Anal. Conf. - IMAC*, 2001.
- [82] T.D. Rossing, C.A. Anderson, R.W. Peterson, R.B. Shepherd, VIBRATIONAL MODES OF PLATES AND CYMBALS., in: *Proc. Int. Modal Anal. Conf. Exhib.*, 1982.
- [83] B. Gazengel, J.P. Dalmont, Mechanical response characterization of saxophone reeds, in: *Proc.. Forum Acust.*, 2011.
- [84] J.P. Cottingham, Acoustical properties of bamboo in Asian free reed instruments, in: *Proc.. Forum Acust.*, 2011: pp. 563–566.
- [85] D.J. Casadonte, *The clarinet reed: An introduction to its biology, chemistry, and physics*, 1995.
- [86] M. Facchinetti, X. Boutillon, A. Constantinescu, Application of modal analysis and synthesis of reed and pipe to numerical simulations of a clarinet, *J. Acoust. Soc. Am.* (2000). doi:10.1121/1.4743630.
- [87] D. Noreland, S. Bellizzi, C. Vergez, R. Bouc, Nonlinear modes of clarinet-like musical instruments, *J. Sound Vib.* (2009). doi:10.1016/j.jsv.2009.02.043.
- [88] R. Pierzycki, E. Skrodzka, A. Sek, Modal analysis of selected lip-driven brass instruments, in: *Pr. Nauk. Inst. Telekomun. i Akust. Politech. Wroclawskiej*, 2001.
- [89] T.R. Moore, J.D. Kaplon, G.D. Mcdowall, K.A. Martin, Vibrational modes of trumpet bells, *J. Sound Vib.* (2002). doi:10.1006/jsvi.2001.4122.
- [90] M. Cockrill, M. Chowanietz, Detailed experimental modal analysis of a trumpet:



- An application of laser Doppler vibrometry, *J. Acoust. Soc. Am.* (2017). doi:10.1121/1.5014297.
- [91] D.O. Fystrom, T.D. Rossing, Vibrational modes and damping in a snare drum shell, *J. Acoust. Soc. Am.* 87 (2005) S138–S138. doi:10.1121/1.2027972.
- [92] K. Jose, A. Chatterjee, A. Gupta, Acoustics of Idakkā: An Indian snare drum with definite pitch, *J. Acoust. Soc. Am.* 143 (2018) 3184–3194. doi:10.1121/1.5038111.
- [93] D. Ludwigsen, Acoustic and structural resonances of the cajon, 035005 (2017) 035005. doi:10.1121/2.0000516.
- [94] A. Damodaran, H. Mansour, L. Lessard, G. Scavone, A.S. Babu, Application of composite materials to the chenda, an Indian percussion instrument, *Appl. Acoust.* 88 (2015) 1–5. doi:10.1016/j.apacoust.2014.07.013.
- [95] H. Suzuki, Y. Miyamoto, Resonance frequency changes of Japanese drum (nagado daiko) diaphragms due to temperature, humidity, and aging, *Acoust. Sci. Technol.* 33 (2012) 277–278. doi:10.1250/ast.33.277.
- [96] A. Wagner, Analysis of Drumbeats – Interaction between Drummer , Drumstick and Instrument, Analysis. (2006).
- [97] R. Worland, Normal modes of a musical drumhead under non-uniform tension, *J. Acoust. Soc. Am.* 127 (2010) 525–533. doi:10.1121/1.3268605.
- [98] R. Worland, Drum tuning: An experimental analysis of membrane modes under non-uniform tension, in: *Proc. Meet. Acoust.*, 2008. doi:10.1121/1.3138888.
- [99] A. Torin, M. Newton, Collisions in Drum Membranes : a preliminary study on a simplified system, (2014) 401–406.
- [100] B. Boe, R. Worland, Experimental and numerical analysis of the effect of length in musical drumhead coupling, *Proc. Meet. Acoust.* 20 (2014). doi:10.1121/1.4884779.
- [101] S. Bilbao, A. Torin, V. Chatziioannou, Numerical modeling of collisions in musical instruments, *Acta Acust. United with Acust.* 101 (2015) 155–173. doi:10.3813/AAA.918813.
- [102] A. Nilsson, B. Liu, *Vibro- Acoustics* , Second Edi, Springer, Berlin, Heidelberg, 2012. doi:10.1007/978-3-662-47934-6.
- [103] P. Kohnke, ANSYS Theory Reference - Release 5.6, (1999) 1286. <http://research.me.udel.edu/~lwang/teaching/MEx81/ansys56manual.pdf>.
- [104] R. Yadav, M. Tirumali, X. Wang, M. Naebe, B. Kandasubramanian, Polymer composite for antistatic application in aerospace, *Def. Technol.* (2019). doi:https://doi.org/10.1016/j.dt.2019.04.008.
- [105] M.F. Ashby, Michael F. Ashby, M.F. Ashby, *Materials Selection Mechanical Design Second Edition*, 1999. doi:10.1017/CBO9781107415324.004.
- [106] Y. Chevalier, J.T. Vinh, *Mechanics of Viscoelastic Materials and Wave Dispersion*, 2013. doi:10.1002/9781118623114.
- [107] R. Lakes, *Viscoelastic Materials*, Cambridge University Press, New York, n.d. [www.cambridge.org/9780521885683](http://www.cambridge.org/9780521885683).

- [108] P.S. Theocaris, N. Papadopoulou, Propagation of stress waves in viscoelastic media, *Polymer (Guildf)*. 19 (1978) 215–219. doi:10.1016/0032-3861(78)90042-3.
- [109] M. Bruneau, *Fundamentals of Acoustics*, 2010. doi:10.1002/9780470612439.
- [110] E. Graesser, C. Wong, *The Relationship of Traditional Damping Measures for Materials with High Damping Capacity: A Review*, 1991.
- [111] I.R. Henriques, L.A. Borges, M.F. Costa, B.G. Soares, D.A. Castello, Comparisons of complex modulus provided by different DMA, *Polym. Test.* 72 (2018) 394–406. doi:10.1016/j.polymertesting.2018.10.034.
- [112] M. Razmara, S.H. Saidpour, S. Arunchalam, DMA investigation on polyurethane (PUR), *Int. Conf. Fascin. Adv. Mech. Eng.* (2008).
- [113] PerkinElmer, *Dynamic Mechanical Analysis (DMA) - A Beginner's Guide, Introd. to DMA.* (2008).
- [114] S. Deng, M. Hou, L. Ye, Temperature-dependent elastic moduli of epoxies measured by DMA and their correlations to mechanical testing data, *Polym. Test.* (2007). doi:10.1016/j.polymertesting.2007.05.003.
- [115] TA Instruments, (n.d.). <https://www.tainstruments.com/?lang=es> (accessed September 1, 2019).
- [116] T. Koga, Y.S. Seo, X. Hu, K. Shin, Y. Zhang, M.H. Rafailovich, J.C. Sokolov, B. Chu, S.K. Satija, Dynamics of polymer thin films in supercritical carbon dioxide, *Europhys. Lett.* (2002). doi:10.1209/epl/i2002-00255-3.
- [117] H. Tabatabaee, R. Velasquez, H. Bahia, Modeling thermal stress in asphalt mixtures undergoing glass transition and physical hardening, *Transp. Res. Rec.* (2012). doi:10.3141/2296-11.
- [118] M. Ganß, B.K. Satapathy, M. Thunga, R. Weidisch, P. Pötschke, A. Janke, Temperature dependence of creep behavior of PP-MWNT nanocomposites, *Macromol. Rapid Commun.* (2007). doi:10.1002/marc.200700288.
- [119] ISO 6721-3 *Plastics-Determination of dynamic mechanical properties- Flexural vibration - Resonance Curve Method*, Science (80-. ). (2006). doi:10.1126/science.ns-1.6.159.
- [120] D.N. Manik, *Vibro-Acoustics*, 2017. doi:10.1201/9781315156729.
- [121] A.W. Leissa, The free vibration of rectangular plates, *J. Sound Vib.* (1973). doi:10.1016/S0022-460X(73)80371-2.
- [122] G.B. Warburton, The Vibration of Rectangular Plates, *Proc. Inst. Mech. Eng.* (1954). doi:10.1243/pime\_proc\_1954\_168\_040\_02.
- [123] M. Alfano, L. Pagnotta, Determining the elastic constants of isotropic materials by modal vibration testing of rectangular thin plates, *J. Sound Vib.* 293 (2006) 426–439. doi:10.1016/j.jsv.2005.10.021.
- [124] Z. Huan, T.D. Rossing, Modes of vibration and sound radiation from a snare drum, *J. Acoust. Soc. Am.* 85 (2005) S33–S33. doi:10.1121/1.2026918.
- [125] M. Hemmatnezhad, G.H. Rahimi, M. Tajik, F. Pellicano, Experimental, numerical and analytical investigation of free vibrational behavior of GFRP-stiffened composite cylindrical shells, *Compos. Struct.* 120 (2015) 509–518. doi:10.1016/j.compstruct.2014.10.011.

- [126] J. Yuan, S.M. Dickinson, The Free Vibration Of Circularly Cylindrical Shell And Plate Systems, *J. Sound Vib.* 175 (1994) 241–263. doi:<http://dx.doi.org/10.1006/jsvi.1994.1326>.
- [127] F.J. Nieves, F. Gascón, A. Bayón, Measurement of the dynamic elastic constants of short isotropic cylinders, *J. Sound Vib.* 265 (2003) 917–933. doi:[10.1016/S0022-460X\(02\)01563-8](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(02)01563-8).
- [128] K.R. Fyfe, F. Ismail, An investigation of the acoustic properties of vibrating finite cylinders, *J. Sound Vib.* 128 (1989) 361–375. doi:[10.1016/0022-460X\(89\)90780-3](https://doi.org/10.1016/0022-460X(89)90780-3).
- [129] A.W. Leissa, Vibration of shells, *J. Chem. Inf. Model.* 288 (1973) 1689–1699. doi:[10.1017/CBO9781107415324.004](https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004).
- [130] T.D. Rossing, I. Bork, H. Zhao, D.O. Fystrom, Acoustics of snare drums, *J. Acoust. Soc. Am.* (1992). doi:[10.1121/1.404080](https://doi.org/10.1121/1.404080).
- [131] B. Boe, R. Worland, Experimental and numerical analysis of the effect of length in musical drumhead coupling, 20 (2014) 025004. doi:[10.1121/1.4884779](https://doi.org/10.1121/1.4884779).
- [132] S. Tiwari, A. Gupta, Effects of air loading on the acoustics of an Indian musical drum, *J. Acoust. Soc. Am.* 141 (2017) 2611–2621. doi:[10.1121/1.4979782](https://doi.org/10.1121/1.4979782).
- [133] P. Joly, Time-domain modeling and numerical simulation of a kettledrum, *Simulation.* 105 (1999) 3545–3562.
- [134] D. Saenz-Castillo, M.I. Martín, S. Calvo, F. Rodriguez-Lence, A. Güemes, Effect of processing parameters and void content on mechanical properties and NDI of thermoplastic composites, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* 121 (2019) 308–320. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2019.03.035>.
- [135] D. Onalo, O. Oloruntobi, S. Adedigba, F. Khan, L. James, S. Butt, Static Young's modulus model prediction for formation evaluation, *J. Pet. Sci. Eng.* 171 (2018) 394–402. doi:[10.1016/j.petrol.2018.07.020](https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.07.020).
- [136] T. Kourkoutsaki, S. Comas-Cardona, C. Binetruy, R.K. Upadhyay, R. Hinterhoelzl, The impact of air evacuation on the impregnation time of Out-of-Autoclave prepregs, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* 79 (2015) 30–42. doi:[10.1016/j.compositesa.2015.08.034](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2015.08.034).
- [137] L. Hamill, T. Centea, S. Nutt, Surface porosity during vacuum bag-only prepreg processing: Causes and mitigation strategies, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* 75 (2015) 1–10. doi:[10.1016/j.compositesa.2015.04.009](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2015.04.009).
- [138] F.C. Campbell, *Manufacturing Processes for Advanced Composites*, 2003. doi:[10.1016/B978-1-85617-415-2.X5000-X](https://doi.org/10.1016/B978-1-85617-415-2.X5000-X).
- [139] *Materials and processes in manufacturing*, *J. Manuf. Syst.* (1998). doi:[10.1016/S0278-6125\(98\)80067-8](https://doi.org/10.1016/S0278-6125(98)80067-8).
- [140] T. Centea, L.K. Grunenfelder, S.R. Nutt, A review of out-of-autoclave prepregs - Material properties, process phenomena, and manufacturing considerations, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* (2015). doi:[10.1016/j.compositesa.2014.09.029](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2014.09.029).
- [141] Y. Larberg, M. Åkermo, In-plane deformation of multi-layered unidirectional thermoset prepreg - Modelling and experimental verification, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* (2014). doi:[10.1016/j.compositesa.2013.10.005](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2013.10.005).

- [142] L.K. Grunenfelder, S.R. Nutt, Void formation in composite prepregs - Effect of dissolved moisture, *Compos. Sci. Technol.* (2010). doi:10.1016/j.compscitech.2010.09.009.
- [143] N.A. Siddiqui, S.U. Khan, P.C. Ma, C.Y. Li, J.K. Kim, Manufacturing and characterization of carbon fibre/epoxy composite prepregs containing carbon nanotubes, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* (2011). doi:10.1016/j.compositesa.2011.06.005.
- [144] T. Centea, L.K. Grunenfelder, S.R. Nutt, A review of out-of-autoclave prepregs - Material properties, process phenomena, and manufacturing considerations, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* 70 (2015) 132–154. doi:10.1016/j.compositesa.2014.09.029.
- [145] S. Krall, R. Zemann, Investigation of the dynamic behaviour of CFRP leaf springs, *Procedia Eng.* 100 (2015) 646–655. doi:10.1016/j.proeng.2015.01.416.
- [146] Luis and Clark Carbon Fiber Instruments, (n.d.). <https://luisandclark.com> (accessed October 12, 2019).
- [147] Rasch Drums, (n.d.). [www.raschdrums.com](http://www.raschdrums.com) (accessed October 10, 2019).
- [148] Boganyi Piano, (n.d.). <http://www.boganyi-piano.com> (accessed October 12, 2019).
- [149] Klos Carbon Fiber Guitars, (n.d.). <https://kloguitars.com> (accessed October 12, 2019).
- [150] M. Ibañez-Arnal, L. Domenech-Ballester, F. Sánchez-López, A Study of the Dynamic Response of Carbon Fiber Reinforced Epoxy ( CFRE ) Prepregs for Musical Instrument Manufacturing, *Appl. Sci.* 9 (2019). doi:<https://doi.org/10.3390/app9214615>.
- [151] A. Makeev, Y. He, P. Carpentier, B. Shonkwiler, A method for measurement of multiple constitutive properties for composite materials, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* 43 (2012) 2199–2210. doi:10.1016/j.compositesa.2012.07.021.
- [152] M. Ibañez, A. Gimenez, F. Sanchez, Material Characterization and Vibro-Acoustic Analysis of a Preimpregnated Carbon Fiber Drum Shell (10-24 July), in: Copenhagen, 2015.
- [153] H. Mansour, Modal Analysis of the Setar: A Numerical-Experimental Comparison, *J. Vib. Acoust. Trans. ASME.* 137 (2015). doi:10.1115/1.4030863.
- [154] R.J. Marks, *Introduction to Shannon Sampling and Interpolation Theory*, 1991. doi:10.1007/978-1-4613-9708-3.