

REFERENCIA: Zapatera Llinares, A. (2018). Cómo futuros maestros proponen acciones de mejora al analizar respuestas de alumnos de Primaria a problemas de generalización de patrones. *ENSAYOS, Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, 33(2). Enlace web: <http://www.revista.uclm.es/index.php/ensayos> - Consultada en fecha (dd-mm-aaaa)

## **CÓMO FUTUROS MAESTROS PROPONEN ACCIONES DE MEJORA AL ANALIZAR RESPUESTAS DE ALUMNOS DE PRIMARIA A PROBLEMAS DE GENERALIZACIÓN DE PATRONES**

### **HOW FUTURE TEACHERS PROPOSE IMPROVEMENT ACTIONS WHEN ANALYZING RESPONSES FROM PRIMARY STUDENTS TO PROBLEMS OF PATTERNS GENERALIZATION**

**Alberto Zapatera Llinares**

[alberto.zapatera@uchceu.es](mailto:alberto.zapatera@uchceu.es)

Departamento de Ciencias de la Educación. Universidad Cardenal Herrera-CEU.  
Elche (España)

Recibido: 14/01/2018

Aceptado: 21/12/2018

#### **Resumen:**

El objetivo de esta investigación es estudiar cómo estudiantes para maestro (EPM) proponen acciones para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de alumnos de Primaria a partir del análisis de sus respuestas a un problema de generalización de patrones. Las acciones propuestas por los EPM se clasificaron en tres categorías: actitudinales, genéricas y concretas. Los resultados muestran que algunos EPM se limitan a hacer comentarios sobre la actitud de los alumnos, que los EPM proponen más acciones a los alumnos que tienen dificultades en la resolución de los problemas y que pocos EPM son capaces de plantear acciones de forma concreta especificando una tarea. Como conclusión se reconoce que uno de los aspectos a mejorar en la formación y desarrollo profesional de maestros es la capacidad para proponer acciones adecuadas para mejorar la enseñanza-aprendizaje de los alumnos. **Palabras clave:** acciones de mejora, desarrollo profesional, estudiantes para maestro, mirada profesional, generalización de patrones

#### **Abstract:**

The aim of this research is to study how Prospective Primary Teachers (PPT) propose actions to improve the teaching-learning process of Primary students through the analysis of real answers to patterns generalization problems. The actions proposed by the PPT were classified into three categories: attitudinal, generic and concrete. In the results it was observed that some PPTs are limited to commenting on the attitude of the students, that the PPTs propose more actions to the students that have difficulties in the resolution of the problems and that few PPTs are able to plant actions in a concrete way specifying a task. In conclusion, it is recognized that one of the aspects to improve in the training and professional development of teachers is the ability to propose appropriate actions to improve the teaching-learning of the students. **Keywords:** actions to improve, professional development, prospective primary teachers, professional noticing, patterns generalization

## 1. Introducción

En los últimos años formadores de maestros están proponiendo acercar la realidad de las aulas a los futuros maestros para que sean capaces de responder con eficacia a las situaciones que se les pueden plantear en su futuro profesional. En este sentido, las tareas en las que los futuros maestros analizan respuestas de alumnos a problemas concretos son herramientas que se utilizan en la formación de maestros para acercar la realidad de las aulas a los futuros maestros.

Esta investigación, enmarcada en un experimento de enseñanza sobre la competencia docente “mirada profesional” en el contexto de la generalización de patrones, se centra en las propuestas de acciones estudiantes para maestro (EPM) para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje al analizar las respuestas de alumnos de Primaria a un problema de generalización de patrones.

De esta manera, el objetivo de esta investigación es analizar las acciones que proponen EPM para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de alumnos de Educación Primaria en el contexto de la generalización de patrones.

### 1.1. Mirada profesional

Una competencia clave en la labor docente es la competencia de la mirada profesional. La mirada profesional, o *professional noticing*, es un término usado en el lenguaje cotidiano para indicar el acto de observar o reconocer algo (Philipp, Jacobs y Sherin, 2014), lo que requiere centrar la atención en los fenómenos significativos y actuar en consecuencia.

La mirada profesional no es una competencia exclusiva de la enseñanza ya que todos los grupos profesionales tienen unos objetivos, unas experiencias y unos patrones propios de su profesión. De esta forma, Goodwin (1994) define esta competencia como la visión de las “*formas socialmente organizadas de ver y entender los sucesos que responden a los intereses de un determinado grupo social*” (p. 606). Esta visión profesional proporciona a los miembros de una determinada profesión unos marcos perceptivos que les permiten ver las situaciones de una forma particular.

Desde la perspectiva referida a cómo los profesionales dan sentido a lo que observan, la mirada profesional es una componente del aprendizaje de cualquier profesión (Jacobs, Lamb y Philipp, 2010) que se puede mejorar con la experiencia (Star y Strickland, 2007) y que puede aprenderse (Darling y Sykes, 1999). En el caso particular de la enseñanza, Zapatera (2015), siguiendo estas ideas, define la mirada profesional como “*la forma en la que los profesores ven y dan sentido a situaciones complejas de enseñanza-aprendizaje*” (p. 62).

Jacobs, Lamb y Phillip (2010) consideran que el profesor debe ser capaz de identificar los detalles significativos en las tareas de los estudiantes e interpretarlos para decidir las acciones adecuadas para su aprendizaje; de esta manera conceptualizan la competencia de la mirada profesional por medio de tres destrezas interrelacionadas: (1) identificar las estrategias que utilizan los estudiantes, (2) interpretar la comprensión de los estudiantes a partir de las estrategias identificadas y (3) decidir las acciones para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en función de la comprensión de los estudiantes.

Esta investigación se centra en la tercera destreza de la mirada profesional, es decir, en la destreza de decidir cómo responder a las necesidades del alumno y qué acciones proponer para mejorar su aprendizaje.

El objetivo fundamental de un profesor, al atender y dar sentido al pensamiento matemático de los estudiantes, es utilizar esa información para hacer efectivas las respuestas de instrucción, es decir, para decidir cómo responder teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes. De esta manera, Mason (2011) considera la mirada profesional como *“un conjunto de disciplinas en las que se seleccionan eventos y situaciones entre muchas alternativas y se reflexiona sobre ellas para actuar adecuadamente”* (p. 36).

Van Es y Sherin (2002) también subrayan este aspecto práctico de la competencia mirada profesional señalando que lo que se mira no puede ser separado del objetivo que se pretende; es decir, la competencia mirada profesional implica una respuesta.

Las decisiones que adopta el maestro para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje pueden ser instantáneas o a largo plazo; las instantáneas son las que adopta de forma improvisada en cada momento en el aula y las de a largo plazo son las que decide de forma planificada cuando no está interactuando con los estudiantes (Jacobs, Lamb y Philipp, 2010). En los dos tipos de acciones, el maestro debe analizar constantemente las situaciones del aula y las producciones de los estudiantes para conectarlas con sus conocimientos sobre matemáticas y su enseñanza y sobre la comprensión matemática de sus alumnos (Franke, Kazemi y Battey, 2007). Esta conexión requiere conocer con profundidad las trayectorias de aprendizaje de los estudiantes en contextos matemáticos específicos.

## 1.2. Generalización de patrones

Trabajos recientes sobre la mirada profesional ponen el énfasis en estudiar las características de la mirada profesional en dominios matemáticos específicos, ya que para tomar decisiones adecuadas para la enseñanza, los profesores deben conocer cómo los estudiantes comprenden los contenidos matemáticos (Sánchez-Matamoros, Fernández y Llinares, 2014).

El dominio elegido en esta investigación es la generalización de patrones, al considerar que la generalización de patrones es una herramienta eficaz para introducir el pensamiento matemático en alumnos de Primaria (Molina, 2006). La generalización es un proceso cognitivo fundamental en la actividad matemática, de tal forma que para Mason, Burton y Stacey (1992) es el verdadero nervio de las matemáticas y una de las rutas hacia el álgebra.

La generalización consiste en pasar de lo particular a lo general y en ver lo general en lo particular; y, en concreto, la generalización de patrones consiste en identificar y universalizar una propiedad observada en un número limitado de casos. Radford (2011) considera que el proceso de generalización de patrones, es decir, las tareas en las que se trata de identificar el patrón en una sucesión, implica: (1) tomar conciencia de una propiedad común, (2) generalizar dicha propiedad a todos los términos de la secuencia y (3) usar esa propiedad común para encontrar una regla que permita calcular directamente cualquier término de la secuencia.

Las investigaciones centradas en cómo alumnos de Primaria resuelven tareas de generalización de patrones (Radford, 2011; Rivera, 2010; Warren, 2005) han identificado tres elementos matemáticos relevantes en el proceso de generalización: (1) coordinación entre las estructuras espacial y numérica, que emergen, respectivamente, de la distribución y la posición de los elementos y de la cantidad de elementos, (2) la relación funcional que es preciso establecer entre la posición de una figura en la sucesión y la cantidad de elementos que la forman para identificar un término lejano y (3) el proceso inverso que es necesario para identificar la posición de una figura conocido el número de elementos que la forman, es decir, la relación funcional inversa a la antes mencionada.

De esta forma, para continuar una sucesión el estudiante debe reconocer una regularidad que coordine las dos estructuras (Radford, 2011; Rivera, 2010); para identificar un término lejano debe establecer la relación funcional (Radford, 2011; Rivera, 2010; Warren, 2005); y para identificar la posición de la figura debe invertir el proceso (Warren, 2005).

Esta progresión ha permitido determinar tres estadios de la comprensión de los alumnos de Primaria sobre la generalización de patrones (Zapatera, 2015) (Figura 1).

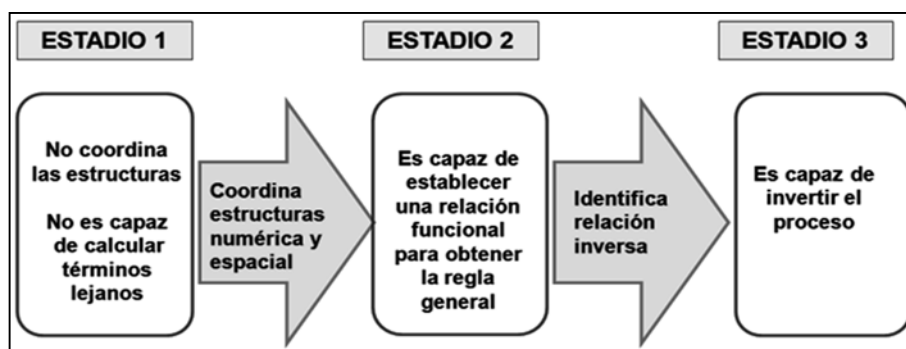


Figura 1. Estadios de la comprensión de la generalización de patrones

Algunas investigaciones sobre la competencia de la mirada profesional en el tópico de la generalización se han centrado en estudiar las destrezas de los profesores para identificar, describir y explicar las estrategias de los estudiantes resolviendo problemas de generalización de patrones (Mouhayar y Jurdak, 2012) o en la forma en la que estudiantes para profesor reconocen e interpretan las características del pensamiento algebraico en las respuestas de los estudiantes (Magiera, van den Kieboom y Moyer, 2013).

Otras investigaciones se han centrado en las destrezas de estudiantes para maestro para identificar e interpretar el pensamiento de los estudiantes (Zapatera y Callejo, 2013), en establecer perfiles de desarrollo de la competencia en estudiantes para maestro (Zapatera, 2015; Callejo y Zapatera, 20175) o en la importancia del conocimiento matemático en la mirada profesional (Zapatera y Callejo, 2018).

Sin embargo ninguna investigación sobre la mirada profesional en el tópico de la generalización de patrones se ha centrado en estudiar específicamente la destreza de decidir acciones para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

## 2. Metodología

### 2.1. Participantes y contexto

En la investigación participaron 20 estudiantes para maestro (EPM) del Grado de Educación Primaria de la Universidad Cardenal Herrera CEU de Elche que estaban cursando la asignatura de "Aprendizaje y Didáctica de las Matemáticas en Primaria".

Los EPM habían participado previamente en un experimento de enseñanza sobre la mirada profesional en el contexto de la generalización de patrones en el que habían resuelto problemas de generalización de patrones y habían recibido información sobre los elementos matemáticos, los aspectos cognitivos y los estadios de comprensión.

## 2.2. Instrumento de recogida de datos

En el instrumento de recogida de datos los EPM debían responder unas cuestiones profesionales relacionadas con las tres destrezas de la mirada profesional, a partir del análisis de las respuestas de tres alumnos de Educación Primaria pertenecientes a cada uno de los estadios de comprensión a un problema de generalización de patrones.

Los problemas de generalización de patrones lineales presentan gráficamente los primeros términos de una progresión aritmética,  $f(1)$ ,  $f(2)$ ,  $f(3)$ , y se pide calcular el valor de  $f(n)$  para  $n$  “pequeño” (generalización cercana) y para  $n$  “grande” (generalización lejana), obtener y expresar la regla general y hallar el valor de  $n$ , dado el número de elementos,  $f(n)$ . En el problema propuesto, adaptado de Carraher, Martínez y Schliemann (2008), la progresión está formada por mesas alineadas rodeadas de sillas (Figura 2).


Problema 1	
<p>Observa las siguientes figuras que representan mesas y sillas</p>  <p>1 mesa 5 sillas</p> <p>2 mesas 8 sillas</p> <p>3 mesas 11 sillas</p> <p>Como puedes ver alrededor de una mesa hemos colocado 5 sillas, alrededor de 2 mesas hemos colocado 8 sillas y alrededor de 3 mesas hemos colocado 11 sillas</p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Continúa la sucesión y dibuja 4 mesas y sus correspondientes sillas. ¿Cuántas sillas hay?</li><li>2. Sin dibujar la figura que tiene 25 mesas, ¿podrías decir cuántas sillas hay? Explica cómo has encontrado el resultado</li><li>3. Explica con tus palabras una regla que relacione el número de mesas y el número de sillas.</li><li>4. Si en un cumpleaños se ha invitado a 83 niños, ¿cuántas mesas necesitaremos juntar en fila? Explica cómo has encontrado el resultado.</li></ol>

Figura 2. Problema de generalización de patrones

Los EPM debían analizar las respuestas de los tres alumnos de Primaria A, B y C (Figura 3). El alumno A no coordina las estructuras espacial y numérica al no respetar la distribución de las mesas, por lo que pertenece al estadio 1; el alumno B utiliza una estrategia constructiva para resolver el problema y expresar la regla general, pero no es capaz de invertir el proceso, por lo que pertenece al estadio 2; y el alumno C pertenece al estadio 3 porque resuelve con éxito todo el problema, es decir continúa la sucesión a términos cercanos y lejanos, establece una regla general e invierte el proceso.

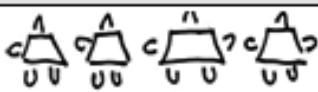
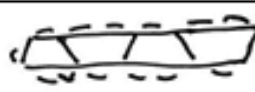
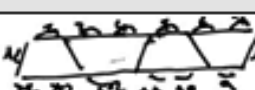
Alumno A	
1	 20 sillas
2	$\begin{array}{r} 25 \\ \times 5 \\ \hline 125 \end{array}$ 25 mesas por 5 sillas dan 125 sillas
3	Multiplicando por 5
4	
Alumno B	
1	 4 mesas → 14 sillas
2	$\begin{array}{r} 25 \text{ lados pequeños} \\ 50 \text{ lados grandes} \\ \hline 75 \end{array}$ Sumamos las sillas de los lados pequeños y de los lados grandes y los de los lados
3	Sumando todas las sillas de todos los lados
4	$\begin{array}{r} 83 \text{ pequeños} \\ 168 \text{ grandes} \\ \hline 251 \end{array}$ He sumado las sillas de todos los lados
Alumno C	
1	 En 4 mesas hay 14 sillas
2	$\begin{array}{r} 25 \\ \times 3 \\ \hline 75 \end{array}$ $\begin{array}{r} 25 \\ + 2 \\ \hline 27 \end{array}$ En cada mesa hay 3 sillas y después sumo las de los lados
3	Multiplico las mesas por 3 y después sumo las de los lados
4	$\begin{array}{r} 73 \\ - 2 \\ \hline 81 \end{array}$ $\begin{array}{r} 71 \\ 21 \overline{) 27} \\ \underline{0} \end{array}$ Al revisar que antes primero resto las de los lados y después divido entre 3

Figura 3. Respuestas de los tres alumnos de Primaria al primer problema

Para analizar las respuestas de los alumnos los EPM debían contestar tres cuestiones profesionales (Figura 4): en la primera cuestión debían identificar los elementos matemáticos en las respuestas de los alumnos; en la segunda, apoyándose en los elementos identificados, debían interpretar la comprensión de los alumnos; y en la tercera debían proponer acciones para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los niños.

1. Describe las respuestas de los tres alumnos, indicando los aspectos matemáticos relevantes
2. Interpreta las respuestas de los tres alumnos, indicando el nivel de comprensión de generalización de cada uno de ellos
3. A partir de la interpretación que has hecho alumnos, propón alguna tarea concreta que les ayude a mejorar o ampliar el nivel de comprensión

Figura 4. Cuestiones profesionales para el análisis de las respuestas de los alumnos

En este artículo se presentan y analizan los resultados de la tercera cuestión.

### 2.3. Análisis de datos

El análisis de los datos se llevó a cabo en dos fases. En la primera fase se analizaron todos los diferentes protocolos y se focalizó en discriminar entre los EPM que no proponían ninguna acción y se centraban en aspectos de comportamiento o actitudinales y los que proponían algún tipo de acción para mejorar la comprensión de los alumnos de Primaria. En la segunda fase se clasificaron las acciones del segundo grupo en genéricas y concretas. Se consideraron acciones genéricas las que mencionaban de forma implícita los elementos matemáticos relevantes pero no concretaban la forma de mejorar la comprensión de los alumnos y se consideraron acciones concretas las propuestas para superar las dificultades vinculadas a los elementos matemáticos en los alumnos A y B o para ampliar el conocimiento del alumno C.

De esta forma se generaron tres categorías: acción actitudinal, acción genérica y acción concreta (Tabla 1).

Tabla 1. Caracterización de las categorías de acciones

Categoría	Caracterización
Actitudinales	Acciones relacionadas con el comportamiento o actitud de los alumnos o que proponen tareas semejantes a las del problema
Genéricas	Acciones que mencionan de forma implícita los elementos matemáticos pero no concretan cómo mejorar su comprensión
Concretas	Acciones destinadas a mejorar la comprensión de los elementos matemáticos o a ampliar los conocimientos del alumno

La Tabla 2 muestra un ejemplo de cada una de las categorías y un breve análisis de cada una de ellas.

Tabla 2. Ejemplos de categorías del análisis

Categoría	Ejemplo	Análisis
Acción actitudinal	<i>“A este alumno le diría que debe prestar más atención en clase y si tiene alguna duda que la pregunte. Además sería recomendable que fuera a clases de repaso”</i>	Este EPM no propone ninguna acción y se limita a hacer comentarios sobre el comportamiento y la actitud del alumno
Acción genérica	<i>“Este niño necesita fortalecer el concepto del proceso inverso ya que no sabe dar la respuesta correcta cuando le piden lo contrario por lo que le propondría hacer ejercicios que hagan hincapié en invertir el proceso”</i>	Este EPM si que identifica que el alumno tiene dificultades en el proceso inverso y propone alguna tarea relacionada con este obstáculo pero no especifica la tarea
Acción concreta	<i>“Como este alumno tiene problemas en seguir la distribución espacial de los dibujos le diría que hiciera la siguiente tarea: Para hacer un cuadrado necesito 4 palillos y para hacer dos cuadrados (uno encima del otro) necesito 7 palillos, para hacer 3 cuadrados necesito 10 palillos. Fíjate que siempre cada cuadrado que añadas tienes que poner 3 palillos más. Dibuja 4 cuadrados y comprueba que necesitas 13 palillos. Haz lo mismo para 5 y 6 cuadrados”</i>	Este EPM identifica que la dificultad que tiene este alumno está en la coordinación entre la estructura espacial y la numérica y propone una tarea concreta con cuadrados y palillos

### 3. Resultados

La Tabla 3 muestra las categorías de las acciones que proponen los EPM para cada uno de los alumnos (las acciones actitudinales se han codificado como A, las genéricas como G y las concretas como C)



Tabla 3. Categorías de acciones propuestas por los EPM a cada alumno

Alumno	EPM																				Categoría		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	A	G	C
A	G	C	A	C	G	C	A	G	G	C	C	G	C	G	C	G	G	G	G	G	2	11	7
B	G	C	A	C	G	C	A	A	A	G	C	G	C	A	G	G	G	G	G	G	5	10	5
C	A	G	A	G	G	C	A	A	A	G	A	A	C	A	G	C	G	A	A	G	10	7	3
Total																					17	28	15

Los EPM propusieron para los tres alumnos de Primaria 17 acciones actitudinales, 28 genéricas y 15 concretas; es decir, a la hora de proponer acciones para mejorar el rendimiento de los alumnos, una mayoría de EPM reconocen la importancia de los elementos matemáticos relevantes, pero solo una minoría son capaces de proponer acciones concretas.

Todos los EPM excepto dos (15 y 20) mencionan implícita o explícitamente los elementos matemáticos significativos en las acciones que proponen para, al menos, un alumno; la mitad de los EPM mencionan los elementos en las acciones propuestas para los tres alumnos; pero solo tres (6, 13 y 16) proponen acciones concretas para mejorar el rendimiento de los tres alumnos.

Los EPM proponen mejores acciones para el alumno A, mientras que las acciones propuestas para el alumno C son menos valiosas. Esta observación confirma que a los EPM les resulta más fácil proponer acciones para superar las dificultades de los alumnos que para ampliar conocimientos y avanzar en la trayectoria de aprendizaje; esto demuestra un insuficiente conocimiento del horizonte matemático de los EPM, entendido como el conocimiento de la trayectoria de un contenido matemático a lo largo de las etapas educativas.

#### Acciones propuestas al alumno A

Para el alumno A, del estadio 1, que no coordina las estructuras espacial y numérica por lo que no es capaz de continuar la secuencia correctamente, 2 EPM propusieron acciones actitudinales, 11 propusieron acciones genéricas y 7 propusieron acciones concretas. En la Tabla 4 se muestran ejemplos de respuestas de cada uno de los tipos para el alumno A: el EPM-3 propone una acción actitudinal, el EPM-19 una acción genérica y el EPM-4 una acción concreta.

El EPM-3 propone que preste *“más atención y mejore su comprensión lectora”*, pero no tiene en cuenta el elemento matemático causante de la dificultad, ni concreta ninguna acción; el EPM-19 reconoce que la dificultad radica en la coordinación de estructuras, pero no propone ninguna acción concreta para superar la dificultad y se limita a prescribirle *“ejercicios en los que hay que seguir un patrón”*; y el EPM-4, además de detectar la causa de la dificultad, propone una acción concreta para mejorar la comprensión del niño utilizando *“material manipulativo y cercano”* como son las mesas y las sillas de clase.

Tabla 4. Ejemplos de acciones propuestas para el alumno A

Categoría	EPM	Acción
Actitudinal	3	<i>A este alumno le diría que prestara más atención y que mejorara su comprensión lectora</i>
Genérica	19	<i>Como el niño no comprende bien la serie de figuras y su distribución, le mandaría que hiciera ejercicios en los que hay que seguir un patrón</i>
Concreta	4	<i>Para que mejore su comprensión y visualice mejor el problema utilizaría materiales manipulativos o cercanos al niño, como son las mesas y sillas de clase. De esta forma, le plantearía que fuera construyendo las figuras del enunciado del problema con mesas y sillas de la clase y que las fuera contando. De esta manera vería mejor la coordinación entre lo espacial y lo numérico”.</i>

#### Acciones propuestas al alumno B

Para el alumno B, que es capaz de continuar la secuencia y expresar una regla general porque coordina las estructuras y descubre la relación entre las mesas y sillas, pero no es capaz de invertir el proceso, 5 EPM propusieron acciones actitudinales, 10 propusieron acciones genéricas y 5 propusieron acciones concretas. En la Tabla 5 se recogen tres acciones propuestas para este alumno.

Tabla 5. Ejemplos de acciones propuestas para el alumno B

Categoría	EPM	Acción
Actitudinal	14	<i>Este alumno no entiende el enunciado, lo que puede ser debido a que no lo ha leído bien, le recomendaría leer más y que no se desanime</i>
Genérica	10	<i>Como el fallo de este alumno es que no entiende que en el último apartado le piden lo contrario le pondría ejercicios en los que se trabajar el proceso inverso</i>
Concreta	13	<i>Para que entendiera que le piden lo contraria haría ejercicios en los que se pida una cosa y su inversa. Por ejemplo haría ejercicios de sumas y a continuación de resta, para que se diera cuenta que es lo contraria, es decir, primero le plantearía la suma <math>8+3</math> y luego la resta <math>11-3</math>. También le haría actividades de multiplicar y luego de dividir, por ejemplo primero <math>4 \times 3</math> y luego <math>12:3</math>.</i>

El EPM-14 sostiene que la causa del error que comete el alumno B se debe a que no ha leído bien el enunciado del problema por lo que le recomienda “*leer más*” y le sugiere que “*no se desanime*”, sin proponerle ninguna acción específica; el EPM-10 reconoce que el alumno tiene dificultades para invertir el proceso y hallar el número de mesas a partir del número de sillas,

pero no especifica ninguna acción concreta para superar la dificultad y realiza una propuesta de acción genérica para “trabajar el proceso inverso”; por su parte, el EPM-13 localiza la dificultad del alumno y para que sea capaz de invertir el proceso propone acciones concretas basadas en la relación entre operaciones contrarias: suma-resta y multiplicación-división.

#### Acciones propuestas al alumno C

Las propuestas de acciones para el alumno C, que no tiene dificultades en el proceso de generalización de patrones y es capaz de realizar de forma correcta todo el problema, son menos eficaces que para los otros alumnos; esto se debe fundamentalmente a que los EPM no conocen suficientemente la trayectoria de la generalización de patrones y son incapaces de enlazarla con otros contenidos posteriores, es decir, carecen de un conocimiento matemático del horizonte; esta falta de conocimiento del horizonte determina que 10 EPM se limiten a proponer acciones actitudinales, 7 reconozcan que el alumno debe ampliar conocimientos, pero no determinan la forma de hacerlo, y solo 3 EPM son capaces de proponer acciones concretas al asumir que la generalización de patrones es una vía para introducir el álgebra y su lenguaje. En la Tabla 6 se muestran acciones propuestas para el alumno C.

Tabla 6. Ejemplos de acciones propuestas para el alumno C

Categoría	EPM	Acción
Actitudinal	7	<i>Este alumno lo entiende todo y responde bien a todos los apartados por lo que le felicitaría y le animaría que siguiera de esa manera.</i>
Genérica	2	<i>Para que este niño avance y amplíe su conocimiento le propondría ejercicios más difíciles para subir su nivel, ya que estos ya los tiene bien asimilados.</i>
Concreta	6	<i>Como este alumno ya tiene asimilado los conceptos para resolver con éxito el problema, intentaría que mejorara y ampliara su conocimiento. Para ello comenzaría a plantearle ejercicios en los que tiene que expresar la regla general de forma algebraica, por ejemplo, que pasara a lenguaje algebraico la siguiente frase “para hallar el número de sillas multiplico las mesas por dos y le añado dos sillas” y debería poner “<math>S=2xM+2</math>”.</i>

El EPM-7 no propone ninguna acción concreta ya que, como el alumno “lo entiende todo y responde bien”, su aportación se reduce a decir que “le felicitaría y le animaría”; el EPM-2 admite que el alumno tiene bien “asimiladas” las tareas de generalización de patrones, por lo que “le propondría ejercicios más difíciles para subir su nivel”, pero no especifica ningún ejercicio para ampliar sus conocimientos; sin embargo el EPM-6, tras reconocer también que el alumno ha realizado correctamente todas las tareas del problema, propone comenzar a “plantearle ejercicios en los que tiene que expresar la regla general de forma algebraica” y concreta este tipo de ejercicios con un ejemplo, demostrando de esta forma su conocimiento matemático del horizonte.

#### 4. Discusión

El objetivo de esta investigación es estudiar cómo, a través del análisis de respuestas reales de alumnos de Primaria, los estudiantes para maestro proponen acciones para mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje de los alumnos de Primaria

Apoyándose en los resultados obtenidos se han extraído las siguientes conclusiones: (1) algunos EPM se limitan a hacer comentarios sobre la actitud de los alumnos, (2) los EPM proponen más acciones a los alumnos con dificultades y (3) la mayoría de los EPM no especifican ni concretan las acciones de mejora.

##### *Comentarios actitudinales*

Casi la tercera parte de las acciones propuestas por los EPM no hacen referencia, ni implícita ni explícitamente, a los elementos matemáticos relevantes, ni a la forma de superar las dificultades de los alumnos, ni a la forma de ampliar los conocimientos de los alumnos; estas acciones, denominadas actitudinales, se limitan, en la mayoría de los casos a comentarios sobre la actitud, el comportamiento o la atención de los alumnos, y no están relacionados con conceptos matemáticos, estrategias de resolución, superación de dificultades y bloqueos, corrección de errores ampliación de conocimientos, trayectoria de aprendizaje...

Este resultado pone en relieve la dificultad que tienen los EPM para proponer acciones de mejora que se apoyen en la comprensión de los alumnos. Este hecho coincide con los resultados obtenidos por Sánchez-Matamoros, Fernández y Llinares (2014), que indican que la toma de decisiones para proponer acciones manifiesta una mayor complejidad que las otras destrezas de la mirada profesional.

##### *Acciones para superar dificultades*

A los EPM les resulta más fácil proponer acciones para que los alumnos superen las dificultades y errores que para ampliar el conocimiento de los alumnos; en la investigación, los EPM proponen más y mejores acciones para los alumnos A y B, que tienen dificultades respectivamente en la coordinación de estructuras y en el proceso inverso, que para el alumno C que no tiene dificultades en el proceso de generalización de patrones pero necesita ampliar su conocimiento.

Este resultado confirma que la detección de errores ayuda a los maestros a conocer los obstáculos y dificultades de los alumnos y que a partir de este conocimiento los maestros actúan con mayor eficiencia (Son, 2013); también puede atribuirse a la falta de “conocimiento matemático del horizonte” por parte de los EPM, es decir, a la falta de conocimiento de la trayectoria del contenido matemático a lo largo de las etapas educativas.

##### *Dificultad para concretar acciones*

Aunque gran parte de los EPM son capaces de reconocer los errores y dificultades de los alumnos y la necesidad de ampliar conocimiento, pocos son capaces de proponer acciones concretas para superar esas dificultades y avanzar en la trayectoria de aprendizaje, es decir, para mejorar el rendimiento de los alumnos.

Esta falta de concreción de los EPM para proponer acciones concretas se debe, con frecuencia, a que no tienen claro el objetivo de aprendizaje y no son conscientes de que lo que se mira no puede separarse del objetivo que se pretende (van Es y Sherin, 2002).

### Conclusiones finales

Para proponer acciones que mejoren el rendimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje, los EPM deben aprender a seleccionar los detalles importantes en las respuestas y estrategias que usan de los alumnos y a interpretar a partir de ellos la comprensión de los alumnos; para ello deben tener un conocimiento suficiente del conocimiento matemático para la enseñanza (Ball, Thames y Phelps, 2008), incluyendo el conocimiento del horizonte matemático y la trayectoria de los contenidos a enseñar.

Algunas investigaciones coinciden en que la mirada profesional es una habilidad que puede mejorarse con la experiencia (Star y Strickland, 2007) y que se puede aprender (Darling y Sykes, 1999); por ello, para aumentar la competencia docente de los maestros, los programas de formación y desarrollo profesional deberían incluir tareas que contemplen las tres destrezas de la mirada profesional, incluida la de proponer acciones para mejorar el rendimiento de los alumnos.

### Referencias bibliográficas

- Ball, D.L., Thames, M.H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Callejo, M. L., y Zapatera, A. (2017). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(4), 309-333.
- Carraher, D.W., Martinez, M.V. y Schliemann, A.D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM. Mathematics Education*, 40, 3-22
- Darling-Hammond, L. y Sykes, G. (Eds.). (1999). *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Franke, M.L., Kazemi, E. y Battey, D. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics. En F.K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 225–256). Charlotte, NC: Information Age.
- Goodwin, C. (1994). Professional vision. *American Anthropologist*, 96(3), 606–633.
- Jacobs, V.R., Lamb, L.C. y Philipp, R.A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Magiera, M.T., van den Kieboom, L.A. y Moyer, J.C. (2013). An exploratory study of pre-service middle school teachers' knowledge of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 93-113.
- Mason, J. (2011). Noticing: roots and branches. In: Sherin, M. G.; Jacobs, V.R. and Philipp, R. A. eds. *Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes. Studies in Mathematical Thinking and Learning*. New York: Routledge, pp. 35–50.
- Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (1992). *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Editorial Labor.
- Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada. España.
- Mouhayar, R.R. y Jurdak, M.E. (2012). Teachers' ability to identify and explain students' actions in near and far figural pattern generalization tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 379-396.

- Philipp R., Jacobs, V.R. y Sherin, M. G (2014). Noticing of mathematics teachers. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education*: Springerreference, Article ID: 313299, Chapter ID: 120. Consultado Jul 15, 2014, de <http://www.springerreference.com/docs/edit/chapterdbid/313299.html>.
- Radford, L. (2011). Embodiment, perception and symbols in the development of early algebraic thinking. En B. Ubuz (Ed.). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, pp. 17-24. Ankara, Turkey: PME.
- Rivera, F.D. (2010). Second grade students' preinstructional competence in patterning activity. En Pinto, M.F. y Kawasaki, T.F. (Eds.). *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, pp. 81-88. Belo Horizonte, Brazil: PME.
- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C. y Llinares, S. (2014). Developing pre-service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept. *International Journal of Science and Mathematics Education*, DOI 10.1007/s10763-014-9544-y.
- Son, J.W. (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*, 84:49-70.
- Star, J.R. y Strickland, S.K. (2007). Learning to observe: Using video to improve preservice teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 107-125.
- van Es, E.A. y Sherin, M.G. (2002). Learning to Notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571-596.
- Warren, E. (2005). Young children's ability to generalise the pattern rule for growing patterns. En Chick, H.L. y Vincent, J.L. (Eds.). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, pp. 305-312. Melbourne: PME.
- Zapatera, A., y Callejo, M. L. (2013). Pre-service primary teachers' noticing of students' generalization process. In *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 425-432). Kiel, Germany: PME.
- Zapatera, A. (2015). *La competencia "mirar con sentido" de estudiantes para maestro (EPM) analizando el proceso de generalización en alumnos de Educación Primaria*. (Tesis doctoral). Universidad de Alicante. España.
- Zapatera, A. y Callejo, M. L. (2018). El conocimiento matemático y la mirada profesional de estudiantes para maestro en el contexto de la generalización de patrones. Caracterización de perfiles. *Revista complutense de educación*, 29(4), 1217-1235.