

PROBLEMAS DE VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS

1. El temario de un examen para un proceso selectivo contiene 50 temas, de los cuales se elige uno por sorteo. Si una persona no se ha estudiado los 15 últimos temas, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe el examen?
2. En un examen formado por 20 preguntas, cada una de las cuales se responde declarando “verdadero” o “falso”, el alumno sabe que, históricamente, en el 75% de los casos, la respuesta correcta es “verdadero” y se plantea dos opciones:
 - Opción 1: Para cada pregunta, tirar dos monedas, y responder “falso” si en ambas monedas sale cara, y responder “verdadero” si hay al menos una cruz.
 - Opción 2: Responder al examen contestando “verdadero” a todas las preguntas.¿Con cuál de las dos opciones es mayor la probabilidad de que el alumno tenga al menos 14 aciertos?
3. Se sabe que el 7% de los útiles quirúrgicos en un lote de 100 no cumplen las especificaciones de calidad. Si se toma una muestra al azar de 10 unidades sin reemplazo, calcule la probabilidad de que no más de dos sean defectuosos.
4. La probabilidad de que una prueba médica sea positiva para cierto tipo de enfermedad es de 0.8. ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos 5 pruebas que den negativo antes de la primera positiva?
5. Se sabe que en promedio, de cada 100 placas de rayos X que se realizan, una es defectuosa. ¿Cuál es el número medio de placas útiles que se producen entre 10 defectuosas?
6. El número de enfermos que solicitan atención de urgencia en un hospital durante un periodo de 24 horas tiene una media de 43.2 pacientes. Se sabe que el servicio se colapsará si el número de enfermos excede de 50. ¿Cuál es la probabilidad de que se colapse el servicio de urgencias del hospital? Represente la función masa de probabilidad correspondiente.
7. ¿Cuál es la probabilidad de que en una familia de 4 hijos exactamente dos sean niñas? Plantee la solución utilizando únicamente teoría de la probabilidad (es recomendable realizar un diagrama de árbol) y posteriormente, utilizando la variable aleatoria que considere adecuada.
8. Si la probabilidad de tener grupo sanguíneo AB es de 0.1, ¿cuál es la probabilidad de que entre 100 personas escogidas al azar, exactamente 8 de ellas tengan este grupo sanguíneo? ¿Y la probabilidad de que tengan este grupo sanguíneo como mucho 8 personas de entre esas 100?

9. El grupo sanguíneo de la población se distribuye de acuerdo a los siguientes datos:

Grupo	A	B	AB	O
Porcentaje	43,2	14,2	6	36,6

- En determinada situación de emergencia, se necesita realizar 5 transfusiones del tipo A. Se solicitan voluntarios a la población, y se realizan extracciones sucesivas. ¿Cuál es la probabilidad de cubrir la emergencia con el décimo donante?
10. Es necesario seleccionar a 2 miembros de un comité de cirujanos maxilofaciales, de entre 5 posibles, para que asistan a un congreso. Si el comité está formado por 3 mujeres y 2 hombres, determine la probabilidad de seleccionar a 2 mujeres al azar.
11. La centralita telefónica del servicio de urgencias de un hospital, recibe un número de llamadas por minuto que sigue una distribución de Poisson con $\lambda = 0.5$. Determine la probabilidad de que en un minuto al azar:
- Se reciba una única llamada.
 - Se reciban un máximo de dos llamadas.
 - La centralita quede bloqueada, sabiendo que esto ocurre si se intentan realizar más de tres conexiones por minuto.
 - Represente gráficamente la función masa de probabilidad de la distribución de Poisson planteada.
12. Cierta enfermedad tiene una probabilidad muy baja de ocurrir, $p = 1/100000$. Calcule el número esperado de habitantes que la padecen. Calcule la probabilidad de que en una ciudad con 500000 habitantes haya más de 3 personas con la enfermedad.
- NOTA:** Recuerde que en general, una distribución binomial puede aproximarse por una de Poisson si $p < 0.1$ y $np \leq 5$.
13. Mediante estudios recientes se ha determinado que la probabilidad de morir por causa de cierta vacuna contra la gripe es de 0.00002. Si se administra la vacuna a 100000 personas y se supone que éstas constituyen un conjunto independiente de ensayos, ¿cuál es la probabilidad de que mueran no más de dos personas a causa de la vacuna?
14. La probabilidad de que un estudiante de bioestadística apruebe la asignatura es de 0.7. Calcule la probabilidad de que el estudiante apruebe la asignatura en el tercer intento. Represente gráficamente la función de distribución de probabilidad del modelo de variable aleatoria utilizado para resolver el ejercicio.
15. Si en un hospital se presentan para cubrir dos vacantes del servicio de traumatología 13 aspirantes de los cuales 5 son hombres y 8 son mujeres, calcule las probabilidades de las distintas opciones para el número de hombres contratados si la selección se realiza al azar entre los candidatos.

16. En una clínica el promedio de atención es de 16 pacientes por cada 4 horas de consulta. Calcule la probabilidad de que:
- a) En 30 minutos, se atiendan menos de 3 personas.
 - b) En 180 minutos, se atiendan exactamente 12 pacientes.