



**FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA COMUNICACIÓN**

---

**Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación  
Secundaria Obligatoria y Bachillerato**

# Las TIC y el aprendizaje de la geometría

**TRABAJO FIN DE MÁSTER**

Marta Argudo Ortiz

Tutor: José Ramón Salim Martínez

**Universidad CEU Cardenal Herrera**

**Valencia, 6 de mayo de 2013.**

Este trabajo está dividido en dos partes. En la primera parte se intenta justificar la necesidad de una correcta alfabetización tecnológica de los estudiantes desde la asignatura de Matemáticas, en concreto desde el bloque de geometría a través de los programas de geometría dinámica. Apoyándome en esta justificación, en la segunda parte expongo el desarrollo de mi experiencia utilizando el programa de geometría dinámica GeoGebra en una clase de secundaria.

**Palabras clave:** Enseñanza, TIC, Geometría dinámica, GeoGebra.

This work is divided into two parts. The first part tries to justify the requirement of a correct technological literacy in students from the subject of mathematics, specifically from the block of geometry through dynamic geometry software. Leaning on this justification, in the second part I state the development of my experience using GeoGebra software in a secondary class.

**Keywords:** Teaching, ICT, dynamic geometry, GeoGebra.

## ÍNDICE

<b>1. Introducción.....</b>	<b>4</b>
<b>1.1. Problemática y justificación.....</b>	<b>4</b>
<b>1.2. Objetivos.....</b>	<b>7</b>
<b>2. Las TIC en las matemáticas.....</b>	<b>7</b>
<b>3. Las TIC y la enseñanza-aprendizaje de la geometría.....</b>	<b>11</b>
<b>3.1. Programas de geometría dinámica.....</b>	<b>18</b>
<b>3.2. Características de GeoGebra.....</b>	<b>24</b>
<b>3.3. ¿Por qué usar GeoGebra en el aula?.....</b>	<b>26</b>
<b>3.4. El Proyecto Gauss.....</b>	<b>33</b>
<b>4. Taller de geometría mediante GeoGebra.....</b>	<b>37</b>
<b>4.1. Características del grupo y aula.....</b>	<b>37</b>
<b>4.2. Objetivos de la experiencia.....</b>	<b>38</b>
<b>4.3. Contenidos.....</b>	<b>38</b>
<b>4.4. Metodología, actividades y recursos.....</b>	<b>39</b>
<b>4.5. Secuenciación y análisis de las actividades.....</b>	<b>40</b>
<b>4.6. Evaluación.....</b>	<b>44</b>
<b>5. Conclusión.....</b>	<b>49</b>
<b>6. Bibliografía.....</b>	<b>50</b>

## 1. INTRODUCCIÓN

Te levantas por la mañana y lo primero que haces es revisar el teléfono móvil para comprobar si has recibido algún *WhatsApp* o correo electrónico mientras dormías, desayunas viendo las noticias en la televisión, en el trayecto en metro hasta el trabajo lees algunas páginas de una novela en tu e-book, llegas al trabajo enciendes el portátil... ¡Bienvenido al mundo digital!

Muchas de nuestras acciones diarias se basan en el uso de las TIC<sup>1</sup>, por tanto resulta obvio que debamos introducirlas en la educación para lograr una correcta alfabetización tecnológica de los estudiantes.

En este trabajo pretendo analizar la importancia de las TIC en la asignatura de Matemáticas en la ESO y Bachillerato, fundamentalmente en el bloque de geometría. Para ello analizaré diferente software de geometría dinámica, profundizando en el programa GeoGebra, con el que desarrollaré un taller en el Colegio Sagrada Familia P.J.O de Valencia, donde realizo el Practicum del Máster de Formación del Profesorado de Secundaria y Bachillerato.

### 1.1. PROBLEMÁTICA Y JUSTIFICACIÓN

Nuestros alumnos son los llamados nativos digitales<sup>2</sup>, desde muy temprana edad han estado rodeados de las nuevas tecnologías y los medios de comunicación, fuera del centro escolar utilizan las TIC a todas horas, ¿por qué no utilizarlas también en el centro? No solo en la asignatura de informática, sino en mayor o menor medida en todas las asignaturas, ya que en todas ellas hemos de fomentar el desarrollo de la Competencia Digital y del Tratamiento de la Información. Partiendo de

---

<sup>1</sup> Tecnologías de la Información y la Comunicación.

<sup>2</sup> Término acuñado por Marc Prensky, autor del libro "Enseñanza nativos digitales".

esto, hay que aproximarse a otros métodos de enseñanza con la mente más abierta, y empleando las nuevas tecnologías como recurso didáctico.

Respecto al tema que trato en este trabajo, *las TIC y el aprendizaje de la geometría*, es habitual que para dar el bloque de geometría en cualquier clase de Matemáticas de Secundaria o Bachillerato el profesor entre en el aula con un juego de compás, regla, escuadra y cartabón de madera y algunas tizas de colores, en otros casos quizá utilice un *Power-Point* o reparta algunas fichas con imágenes a sus alumnos, y aunque muchas veces este tipo de clase tradicional resulta satisfactorio, otras veces cuando se intenta ilustrar el movimiento de algún objeto dibujado en la pizarra este queda inteligible o hay que borrar los primeros pasos para poder ver con claridad el resultado final.

La integración de las TIC en el aula de Matemáticas no solo mejora, en relación a la metodología tradicional de enseñanza-aprendizaje en matemáticas de los alumnos, sino que es evaluada por los alumnos y profesores como una metodología eficaz y satisfactoria, y constituye una mejora sistemática independientemente del nivel educativo del alumno. (Arias, Maza y Saenz ,2006).

Tenemos la suerte de que actualmente existen una gran cantidad de herramientas informáticas que resultan de gran ayuda para los profesores, en este caso los programas de geometría dinámica han descubierto nuevos caminos para el aprendizaje de la geometría escolar. La ventaja más clara es que la geometría deja de ser estática y se puede manipular, podemos ver la geometría desde otras visiones e interactuar con ella. (Mora, 2007)

Mediante estos programas de geometría dinámica, podemos hacer a los alumnos protagonistas del proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría, dando la opción de manipular e incluso crear sus propios recursos.

Pero no solo docentes y/o matemáticos apoyan el uso de software de geometría dinámica. Si buscamos en la legislación vigente para demostrar

la importancia de la utilización de las TIC y estos programas en la asignatura de matemáticas encontramos lo siguiente:

- **En el DOCV 24.07.2007 :**

*“La utilización de recursos manipulativos que sirvan de catalizador del pensamiento de la alumna o alumno es siempre aconsejable, pero cobra especial importancia en geometría donde la abstracción puede ser construida a partir de la reflexión sobre las ideas que surgen de la experiencia adquirida de la observación de objetos físicos. Especial interés presentan los programas de **geometría dinámica**, ya que permiten a las y los estudiantes actuar sobre las figuras y sus elementos característicos, y facilitar la posibilidad de analizar propiedades, explorar relaciones, formular conjeturas y validarlas.”*

*“[...] ciertos programas informáticos resultan ser recursos investigadores de primer orden en el análisis de propiedades y relaciones numéricas y gráficas, y, en este sentido, debe potenciarse su empleo.”*

*“Por su parte, la incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas.”*

- **En la LOE 2007:**

*“La utilización de recursos manipulativos que sirvan de catalizador del pensamiento del alumno es siempre aconsejable, pero cobra especial importancia en geometría donde la abstracción puede ser construida a partir de la reflexión sobre las ideas que surgen de la experiencia adquirida por la interacción con un objeto físico. Especial interés presentan los programas de geometría dinámica al permitir a los estudiantes interactuar sobre las figuras y sus elementos característicos, facilitando la posibilidad de analizar propiedades, explorar relaciones, formular conjeturas y validarlas.”*

A lo largo de este trabajo intentaré justificar un poco más y analizar el uso de diferentes programas de geometría dinámica, especialmente la utilización de GeoGebra en el bloque de Geometría.

## **1.2. OBJETIVOS**

Los objetivos que quiero lograr a lo largo de este trabajo son los siguientes:

- Demostrar la importancia de las TIC en la ESO y Bachillerato, concretamente en el área de Matemáticas.
- Justificar la importancia del uso de software de geometría dinámica en Matemáticas.
- Analizar y comparar diferente software de geometría dinámica.
- Describir las características principales de GeoGebra que favorecen el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Identificar los factores de GeoGebra que intervienen en el desarrollo de las distintas Competencias Matemáticas.
- Analizar distintos aspectos del Proyecto Gauss.
- Diseñar una secuencia de recursos para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría en Secundaria.
- Poner en práctica los recursos diseñados en GeoGebra en un aula de Matemáticas de Secundaria.
- Evaluar el proceso de enseñanza-aprendizaje basado en el uso del software GeoGebra.

## **2. LAS TIC EN LAS MATEMÁTICAS**

Es sabido por todos que las matemáticas no siempre tienen una buena consideración por parte de los alumnos, a una gran mayoría les parecen difíciles y aburridas, por eso muchas veces se limitan a aprenderse un

algoritmo de resolución y no pensar en si ese método es apropiado o en porqué se utiliza. Los profesores tenemos la responsabilidad de cambiar esto, debemos utilizar diferentes recursos para atraer la atención de nuestros alumnos, y aunque a veces no consigamos hacer ver las matemáticas todo lo divertidas que son para nosotros, por lo menos que los alumnos aprendan que les pueden servir para su vida diaria.

Para ello en este trabajo contemplo los diferentes recursos que nos dan las nuevas tecnologías para realizar actividades que atraigan a nuestros alumnos. Y como ya hemos dicho que son nativos digitales, trabajaremos en su propio hábitat, el ordenador.

La asignatura de Matemáticas es una de las áreas en las que más se ha extendido el uso de los ordenadores. La posibilidad de concretar los entes del pensamiento formal de modo que puedan ser manipulados activamente por el alumno mediante entornos computacionales, a la vez que se favorece la exploración de conceptos, junto con la gran potencia gráfica y numérica de los ordenadores, convierten a éstos, no ya en un recurso didáctico más sino en un elemento fundamental de los currículos matemáticos. (Arias, Maza y Saenz ,2002).

Para integrar las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de Matemáticas, he seguido la clasificación de Andee Rubin<sup>3</sup> que plantea cinco categorías diferentes de herramientas informáticas y/o tecnológicas para enriquecer este proceso:

- **Herramientas avanzadas:** Las hojas de cálculo, que encontramos en todos los paquetes de programas de ordenador para oficina suponen un ejemplo de este tipo de herramientas, uno de los más conocidos y usado por todos sería por ejemplo la hoja de cálculo de *Excel* de *Microsoft Office*, esta puede ser utilizada por los estudiantes en la clase de Matemáticas como herramienta numérica (cálculos, formatos de números); algebraica (formulas, variables); visual (formatos, patrones);

---

<sup>3</sup> Andee Rubin ha trabajado más de 25 años en educación en las áreas de Matemáticas y Lengua, centrándose en el papel de la tecnología en ambas. Es la autora del trabajo *Technology Meets Math Education: Envisioning A Practical Future*, incluido en la bibliografía de este trabajo.



gráfica (representación de datos); y de organización (tabular datos, plantear problemas). También hay que añadir, a pesar del debate que suscita, el uso de la calculadora en clase, ya que puede favorecer la adquisición de conocimientos por parte de los alumnos, siempre que se utilice de una forma crítica y responsable.

El nivel de tecnología utilizada en las empresas es cada día mayor, muchos puestos de trabajo incluyen herramientas informáticas (hoja de cálculo, calculadora, calculadora gráfica, software para analizar y graficar datos) y se espera del sistema educativo que prepare a los estudiantes para desenvolverse correctamente con estas tecnologías.

- **Comunidades ricas en recursos matemáticos:** Los profesores podemos encontrar en Internet miles de recursos para enriquecer la clase de Matemáticas, como: simulaciones, proyectos de clase, calculadoras, software para resolver ecuaciones, representar funciones, encontrar derivadas, elaborar exámenes y ejercicios, construir y visualizar figuras geométricas (como haremos en este trabajo) etc.

Por ejemplo, en la página web del Ministerio de Educación encontramos el *Proyecto Gauss*, que analizaremos en este trabajo y nos ayudará a enriquecer nuestra clase de Matemáticas.

Internet posibilita la creación de ambientes colaborativos y cooperativos en el ámbito local, nacional o internacional, y en los cuales docentes y estudiantes comparten proyectos y opiniones sobre un tema en particular. Pero no solo Internet es útil para los profesores, los estudiantes también pueden encontrar en este medio una gran variedad de recursos muy útiles para favorecer su propio aprendizaje de las matemáticas y convertirse en el principal protagonista de este proceso.

- **Herramientas de diseño y construcción:** Otra aplicación de la tecnología, en el área de Matemáticas, consiste en el diseño y construcción de artefactos robóticos. Esta construcción desarrolla en el estudiante su "razonamiento mecánico", además la programación del

funcionamiento del artefacto favorece la "inteligencia lógica", tan importante para las matemáticas.

El uso de software específico para diseñar estos "robots" sirve para desarrollar habilidades en álgebra y geometría, mediante la construcción y manipulación de objetos, con el fin de explorar las relaciones existentes en el interior de estos objetos y entre ellos.

- **Herramientas para explorar complejidad:** Un desarrollo importante de la tecnología en el campo de las matemáticas consiste en el creciente número de herramientas para el manejo de fenómenos complejos. Se destaca en esta categoría el software para modelado de sistemas específicos que permite, a quienes no sean programadores, crear "agentes" con comportamientos y misiones, enseñar a estos a reaccionar a cierta información y procesarla en forma personalizada. Además, mediante la combinación de varios agentes, se pueden crear sofisticados modelos y simulaciones interactivas. Por ejemplo la teoría del caos y los fractales también son campos en los cuales la tecnología impacta en las matemáticas. Explorar ciertos conceptos realizando cálculos manuales es prácticamente imposible dado el número astronómico de operaciones necesarias para poder apreciar algún tipo de patrón. El uso de ordenadores permite al estudiante concentrarse en el análisis de los patrones y no en los cálculos aritméticos.

Y por último la categoría que principalmente desarrollo en este trabajo:

- **Conexiones dinámicas manipulables:** Las matemáticas están cargadas de conceptos abstractos y de simbología. Para muchos estudiantes, la falta de una representación visual hace que sea difícil hacer conexiones entre una expresión matemática y la situación a la que se refiere. La tecnología puede ayudar aquí, los ordenadores, proporcionan un medio en el que las representaciones visuales se pueden hacer dinámicas. La imagen cobra un valor muy importante en esta

asignatura ya que permite que el estudiante se acerque a los conceptos, sacándolos de lo abstracto mediante su visualización y transformándolos realizando cambios en las variables implícitas. El software para geometría dinámica posibilita ver qué sucede al cambiar una variable mediante el movimiento de un control deslizante (al tiempo que se mueve el deslizador, se pueden apreciar las distintas fases o etapas de los cambios en la ecuación y en su representación gráfica). Las simulaciones son otra herramienta valiosa para integrar las TIC en el currículo, estas proveen representaciones interactivas de la realidad que permiten descubrir mediante la manipulación cómo funciona un fenómeno, qué lo afecta y cómo este influye en otros fenómenos.

Las TIC, agrupadas en estas cinco categorías, ofrecen al profesor de Matemáticas la oportunidad de crear ambientes de aprendizaje enriquecidos para que los estudiantes perciban las matemáticas como una ciencia experimental y un proceso exploratorio significativo dentro de su formación académica. (Rubin A.)

Los profesores debemos conseguir que nuestros alumnos adquieran las *Competencias Matemáticas*<sup>4</sup> necesarias para comprender, utilizar, aplicar y comunicar conceptos y procedimientos matemáticos. Que sean capaces través de la exploración, abstracción, clasificación, medición y estimación, llegar a resultados que les permitan comunicarse y hacer interpretaciones y representaciones; es decir, descubrir que las matemáticas están relacionadas con la vida diaria y con las situaciones que les rodean.

### **3. LAS TIC Y LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA**

La RAE define la geometría como la parte de las matemáticas que estudia las propiedades y las medidas de las figuras en el plano o en el espacio.

---

<sup>4</sup> Siguiendo la clasificación de las competencias matemáticas de Morgen Niss.

El estudio de la geometría en Secundaria y Bachillerato puede realizarse de distintos modos, diferenciando principalmente dos ramas: la geometría estática y la dinámica.

Si volvemos a revisar nuestro diccionario encontramos que estático significa que permanece en un mismo estado, sin cambios. Y dinámico relativo a producir movimiento. Podríamos situar la geometría estática como la que utiliza como recurso de aprendizaje la pizarra, tizas, regla y compás... y la dinámica la que se aprende a través de software específico de geometría que permite la manipulación de las figuras en el plano o en el espacio.

La situación de la geometría en el sistema educativo español no se puede decir que sea buena. La matemática moderna tuvo un efecto devastador sobre la geometría, este bloque quedó olvidado casi por completo del currículo entre los años 70 y 90. Cuando los libros de texto volvieron a recoger la geometría, la recuperación no iba mucho más allá de una colección de nombres y figuras estereotipadas, propiedades evidentes y un catálogo de fórmulas para el cálculo de áreas y volúmenes. La geometría, junto con la estadística ha quedado relegada al final de los libros de texto. Esa es la forma de dejarla de lado cuando no hay nada interesante que hacer con ella y además carece del valor propedéutico que tradicionalmente se le otorga a los campos numérico y algebraico. (Mora, 2007)

La forma tradicional de enseñar geometría se ha basado por tanto en el estudio de geometría estática, pudiendo considerar la geometría dinámica como un campo bastante nuevo. Pero en la vida real las figuras se mueven, se desplazan, se producen cambios... por ello es tan importante fomentar el aprendizaje de la geometría dinámica en los centros, porque si no estaríamos dejando de enseñar muchos contenidos de gran importancia, sobre todo para futuros ingenieros, arquitectos, informáticos... o enseñándolos de una manera estática, que más que fomentar la correcta comprensión del concepto la dificulta.

Sordo Juanena en su Tesis Doctoral en 2005 realizó una clasificación de los conceptos geométricos que deben abordarse de forma procedimental y actitudinal a través de un medio computacional utilizando software de geometría dinámica. Plantea que hay contenidos geométricos que se comprenden y asimilan mejor utilizando las TIC, en particular mediante los programas de geometría dinámica, estos programas permiten la puesta en evidencia de aspectos que tradicionalmente estaban abandonados de la enseñanza de la geometría. Yo he modificado esta clasificación reduciéndola a tres contenidos que considero básicos para estudiarlos dinámicamente, intentando centrarme en los contenidos que se trabajan en Secundaria y Bachillerato, ya que la Tesis de Sordo Juanena estaba más orientada hacia la Educación Primaria y la formación de los profesores en esta etapa. Los contenidos geométricos que presentan una novedad, que favorece el proceso de enseñanza-aprendizaje, si se introducen mediante programas de geometría dinámica serían:

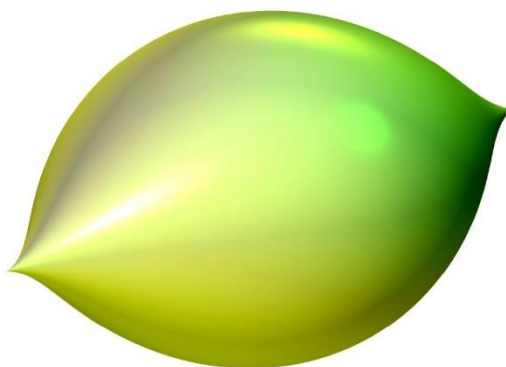
- **Las figuras geométricas:**

El poder desplazar los elementos que forman parte de una demostración geométrica en un sistema de geometría dinámica permite acercarse al concepto de figura geométrica enfatizando las propiedades que quedan invariantes para los distintos ejemplos de una representación visual de dicha figura. En el caso de los puntos y las rectas pueden demostrarse fácilmente sus propiedades utilizando la geometría estática, pero si ya trabajamos los polígonos, los poliedros o cualquier figura en tres dimensiones utilizar programas de geometría dinámica resulta mucho más visual para los alumnos y esto hace que comprendan mejor las propiedades de las figuras. Tuve la suerte de poder ser guía de la exposición IMAGINARY: UNA MIRADA MATEMÁTICA y comprobar cómo los estudiantes a través del software SURFER<sup>5</sup>, podían obtener una

---

<sup>5</sup> Surfer es un programa para visualizar superficies algebraicas reales. Se basa en el programa Surf.

excelente percepción visual del Álgebra y la Geometría. Según los conocimientos previos de los alumnos, podían producir figuras simples y modificarlas o atreverse con construcciones más complejas, también podían mover las figuras para estudiarlas desde distintos ángulos.



Zitrus  $x^2+z^2 = y^3(1-y)^3$

Figura1: Imagen creada con el software Surfer

- **Los lugares geométricos:**

Los programas de geometría dinámica nos permiten mover un punto de una construcción observando como los otros elementos que dependen de él también se mueven. Esto permite obtener una visualización del lugar geométrico de dichos elementos cuando dicho punto recorre una determinada trayectoria. Los problemas geométricos que involucran el uso de lugares geométricos suelen plantear dificultades de visualización.

Hay muchos programas de geometría dinámica que facilitan esta visualización, y de ellos hablaremos en la siguiente sección. Por ejemplo utilizando el programa de geometría dinámica GeoGebra he desarrollado unas aplicaciones que muestran la construcción de los puntos notables de un triángulo y permiten mover estos puntos o cualquier elemento del triángulo, lo que favorece el entendimiento de las propiedades de estos lugares geométricos, por ejemplo el porqué el incentro de un triángulo no puede estar situado fuera de este y en cambio el circuncentro sí.

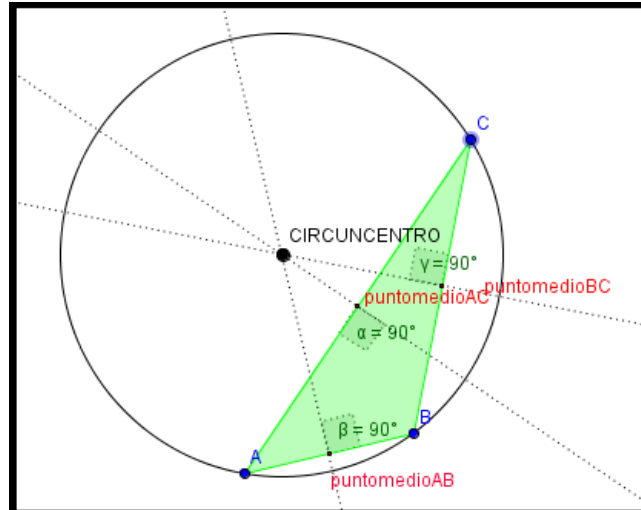


Figura 2: Construcción del circuncentro de un triángulo

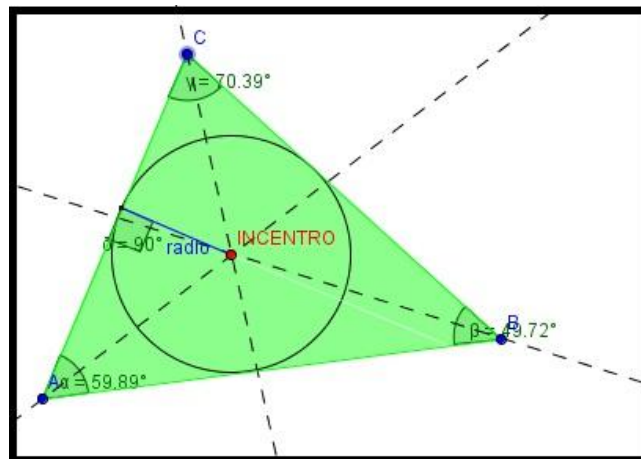


Figura 3: Construcción del incentro de un triángulo

Estas construcciones están disponibles en forma dinámica en:  
<http://ggbtu.be/c2724/m28031/ylyy>

- **Demostración de propiedades geométricas:**

G. Polya (1887-1885) sentenció que la elegancia de las demostraciones geométricas es directamente proporcional al número de ideas que en ellas vemos e inversamente proporcional al esfuerzo requerido para comprenderlas. Siguiendo esta idea tenemos que los programas de geometría dinámica favorecen esta elegancia de las demostraciones. Al poder manipular las distintas ideas que damos por ciertas (hipótesis), llegamos a trabajar con un número de ideas superior a otro tipo de

demostraciones lo que hace que nos sea más fácil comprobar si nuestra tesis se cumple para esas ideas o hemos dado un contraejemplo de la misma.

Estando en el centro de prácticas asistí a la clase en la que el profesor explicaba a sus alumnos de 2ºESO por primera vez el teorema de Pitágoras, para demostrarlo utilizo la simplificación de la demostración geométrica que hizo Euclides<sup>6</sup>, dibujo a mano alzada el triángulo y los cuadrados asentados en sus lados, y aunque los alumnos lo comprendieron fácilmente, al terminar la clase le mostré al profesor el applet<sup>7</sup> que yo había creado con GeoGebra con la misma demostración del teorema de Pitágoras, el profesor estuvo de acuerdo conmigo en la novedad que esto presentaba ya que además de poder modificar los lados del triángulo rectángulo para comprobar que el teorema siempre se cumplía, también podían modificar el ángulo y comprobar que si el ángulo que forman los catetos es agudo ya no se cumple que:

$hipotenusa^2 = cateto1^2 + cateto2^2$ , si no que en este caso tendríamos que  $hipotenusa^2 < cateto1^2 + cateto2^2$  y si el ángulo fuera obtuso se cumpliría que  $hipotenusa^2 > cateto1^2 + cateto2^2$ .

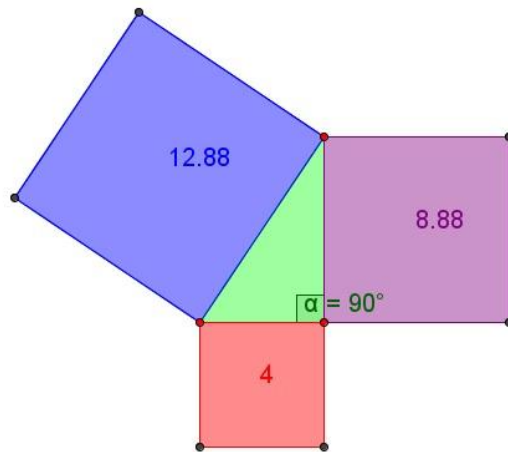
Aquí muestro las imágenes de la demostración creada mediante el software GeoGebra:

---

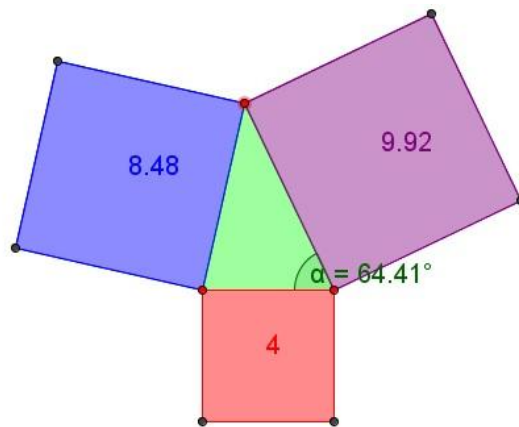
<sup>6</sup> Euclides fue un matemático y geómetra griego. Formuló una de las demostraciones más famosas y fáciles de comprender sobre el teorema de Pitágoras: el área del cuadrado que tiene como lado la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es igual a la suma de las áreas que tienen como lado cada uno de los catetos de ese mismo triángulo.

<sup>7</sup> un *applet* es un componente de una *aplicación* que se ejecuta en el contexto de otro programa, por ejemplo un navegador web. En particular el Java applet es código Java utilizado en una página HTML y representado por una pequeña pantalla gráfica dentro de ésta.

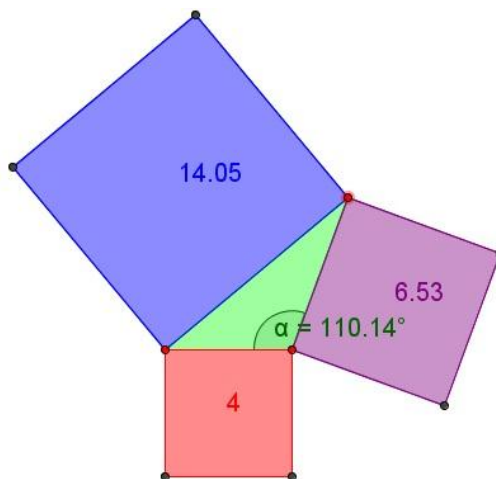




suma áreas cuadrado rojo y morado =  $8.88 + 4 = 12.88$



suma áreas cuadrado rojo y morado =  $9.92 + 4 = 13.92$



suma áreas cuadrado rojo y morado =  $6.53 + 4 = 10.53$

Figuras 4, 5 y 6: Pitágoras

Esta aplicación está disponible en:  
<http://www.geogebraTube.org/student/m28731>

El desarrollo de las TIC en general y de los programas de geometría dinámica en particular ha abierto un nuevo camino en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría escolar, que como ya hemos apuntado antes estuvo algo olvidada durante unos años y resultaba difícil de entender para los alumnos. El hecho de poder ver la geometría desde distintos puntos de vista y poder interactuar con ella acerca los contenidos geométricos a los estudiantes y mejora su comprensión a la hora de resolver problemas, realizar investigaciones, introducir, aprender y relacionar conceptos...

En la siguiente sección presentaré y analizaré diferentes programas de geometría dinámica, dando los motivos de por qué elijo el software GeoGebra para realizar el taller de geometría en mi periodo de prácticas.

### **3.1. PROGRAMAS DE GEOMETRÍA DINÁMICA**

Hemos escuchado miles de veces la frase una imagen vale más que mil palabras, pues si esto es cierto una imagen interactiva y dinámica debe valer más de mil millones. Y esto es lo que nos ofrece el software de geometría dinámica, imágenes interactivas de elementos geométricos en dos o tres dimensiones manipulables por el alumnado mediante un ordenador.

Los programas de geometría dinámica son un tipo de software que cuenta con una serie de elementos u objetos elementales (puntos, líneas, circunferencias, polígonos, etc.) a partir de los cuales podemos construir nuevos objetos y relacionarlos entre sí, de tal forma que al modificar las condiciones iniciales de los elementos se mantengan las relaciones que existían entre ellos al haber sido establecidas a partir de un conjunto de herramientas disponibles en el programa.

Rafael Miranda Molina en su Blog sobre geometría dinámica expone que el uso genérico de los programas de geometría dinámica se basa en: Construir, medir y arrastrar puntos para observar qué relaciones persisten, uso que se puede aplicar a múltiples situaciones geométricas como las de equidistancia, colinealidad, proporcionalidad, etc. El sentido de este tipo

de actividades está en observar “qué sucede” cuando se mueven ciertos elementos de una construcción y “cómo se mueven” los demás, razón por la cual se suele utilizar el término “geometría dinámica”. En el movimiento se evidencian las relaciones que existen entre los objetos.

En lo que queda de sección presentaré una comparación entre diferentes software de geometría dinámica basándome en la clasificación que hizo Rafael Miranda Molina en su Blog a fecha del 2 de noviembre de 2006.


La siguiente tabla realizada por Miranda compara 7 procesadores geométricos, el resumen de puntuación asignada por ítems, se elabora con el fin de dar una visión general de los aspectos más fuertes de cada software, con el fin de que los docentes consideren la realidad de cada programa atendiendo a sus propias necesidades.


	 Cabri	 Sketchpad	 Cinderella	 Geogebra	 RyC	 Geonext	 Kig
Manipulación de objetos	4	3	1	1	0	0	2
Tipos de objetos	9	7	6	9	6	8	10
Comprobación de propiedades	6	7	6	5	2	0	6
Construcciones incorporadas	11	11	7	14	3	8	19
Medición	8	8	6	7	4	4	6
Ecuaciones y coordenadas	6	5	3	8	0	4	7
Lugares geométricos (LG)	5	4	4	4	2	3	3
Macros y revisión de la construcción	3	4	1	3	1	1	3
Exportación a páginas Web	1	2	3	3	3	3	0
Formato y visualización de objetos	5	5	4	6	6	5	4
<b>Totales</b>	<b>58</b>	<b>56</b>	<b>41</b>	<b>60</b>	<b>27</b>	<b>36</b>	<b>60</b>


Figura 7: tabla comparación procesadores geométricos.

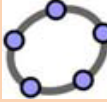
Desde que Miranda realizó esta comparación hasta ahora la mayoría de estos procesadores han ido evolucionando y aumentando sus funcionalidades, las versiones actuales presentan muchas mejoras por ello utilizando los datos proporcionados por Miranda, el resto de


bibliografía del trabajo y mi propia experiencia con estos procesadores voy a señalar algunas características que considero importantes de cada uno de ellos.


 <b>CABRI II PLUS</b>	
<b>Versión actual</b>	1.4.5
<b>Versión comparación Miranda</b>	1.2.5
<b>Plataforma</b>	PC/Mac
<b>Sistema Operativo</b>	Windows/Mac
<b>Licencia</b>	Comercial/Demo
<b>WEB</b>	<a href="http://www.cabri.com">http://www.cabri.com</a>
<b>VENTAJAS</b>	<b>INCONVENIENTES</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interfaz simple.</li> <li>• Existe versión 3D y Junior.</li> <li>• Concebido para el alumnado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• No permite la exportación a páginas Web.</li> <li>• No es software libre.</li> </ul>


 <b>SKETCHPAD</b>	
<b>Versión actual</b>	5.05
<b>Versión comparación Miranda</b>	4.06
<b>Plataforma</b>	PC
<b>Sistema Operativo</b>	Windows
<b>Licencia</b>	Comercial/Demo
<b>WEB</b>	<a href="http://www.dynamicgeometry.com/">http://www.dynamicgeometry.com/</a>
<b>VENTAJAS</b>	<b>INCONVENIENTES</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fue el primer procesador geométrico que se creó.</li> <li>• Múltiples funcionalidades.</li> <li>• Permite crear páginas web.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interfaz complicada.</li> <li>• No es software libre.</li> </ul>

 <b>CINDERELLA/ CINDERELLA 2.</b>	
<b>Versión actual</b> (cinderella 2.)	2.6
<b>Versión comparación Miranda</b> (cinderella)	1.41
<b>Plataforma</b>	PC/Mac
<b>Sistema Operativo</b>	Windows/Mac/Linux
<b>Licencia</b>	Software libre (versión Pro comercial)
<b>WEB</b>	<a href="http://www.cinderella.de/">http://www.cinderella.de/</a>
<b>VENTAJAS</b>	<b>INCONVENIENTES</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vista Euclidiana, Hiperbólica y Esférica.</li> <li>• Animaciones simultáneas.</li> <li>• Permite crear páginas web.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Versión Pro comercial.</li> </ul>

 <b>GEOGEBRA</b>	
<b>Versión actual</b>	4.2
<b>Versión comparación Miranda</b>	2.6a
<b>Plataforma</b>	PC/Mac
<b>Sistema Operativo</b>	Windows/Mac/Linux
<b>Licencia</b>	Software libre
<b>WEB</b>	<a href="http://www.geogebra.org">http://www.geogebra.org</a>
<b>VENTAJAS</b>	<b>INCONVENIENTES</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interfaz simple</li> <li>• Vista gráfica, geométrica, algebraica y de hoja de cálculo.</li> <li>• Permite crear páginas web.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Versión 3D todavía en desarrollo.</li> </ul>

 <b>REGLA Y COMPÁS</b>	
<b>Versión actual</b>	8.84
<b>Versión comparación Miranda</b>	1.36
<b>Plataforma</b>	PC/Mac
<b>Sistema Operativo</b>	Windows/Mac/Linux
<b>Licencia</b>	Software libre
<b>WEB</b>	<a href="http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/geometria/RyC/">http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/geometria/RyC/</a>
<b>VENTAJAS</b>	<b>INCONVENIENTES</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Múltiples funcionalidades</li> <li>• Permite crear páginas web.</li> <li>• Tiene un software de ampliación CARMETAL.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Solo permite un tipo de vista</li> <li>• Más difícil de realizar las animaciones que en el resto de software del mismo tipo.</li> </ul>

 <b>GEONEXT</b>	
<b>Versión actual</b>	1.51
<b>Versión comparación Miranda</b>	1.41
<b>Plataforma</b>	PC/Mac
<b>Sistema Operativo</b>	Windows/Mac/Linux
<b>Licencia</b>	Software libre
<b>WEB</b>	<a href="http://geonext.unibayreuth.de">http://geonext.unibayreuth.de</a>
<b>VENTAJAS</b>	<b>INCONVENIENTES</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Múltiples funcionalidades</li> <li>• Permite crear páginas web.</li> <li>• Permite mostrar el dibujo como bosquejo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• No permite insertar imágenes.</li> <li>• Interfaz más complicada que otras.</li> </ul>

 <b>KIG</b>	
<b>Versión actual</b>	1.0
<b>Versión comparación Miranda</b>	0.10.5
<b>Plataforma</b>	PC
<b>Sistema Operativo</b>	Linux
<b>Licencia</b>	Software libre
<b>WEB</b>	<a href="http://edu.kde.org/kig/">http://edu.kde.org/kig/</a>
<b>VENTAJAS</b>	<b>INCONVENIENTES</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Múltiples aplicaciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>No permite exportar a páginas web.</li> <li>Difícil de instalar y solo en Linux.</li> </ul>

A la hora de elegir un procesador geométrico para utilizar en clase con los alumnos seguí la clasificación de Miranda y otros trabajos presentes en la red. Elimino los de licencia comercial ya que es difícil que un centro tenga los recursos suficientes para pagarla habiendo otros programas de geometría dinámica libres con las mismas características. También creo que no serían adecuados los que tienen una interfaz complicada ya que quiero que los alumnos utilicen ellos mismos el programa y no tengamos que utilizar muchas sesiones para familiarizarnos con él, por la misma razón tendría que descartar el Kig porque aunque el centro utilizara Linux como sistema operativo es difícil que los alumnos lo utilicen en casa y esto haría que no pudieran usar el Kig en sus hogares.

Por tanto creo que el software que más se ajusta a las necesidades de este trabajo y del taller de geometría que realizaré en el centro de prácticas, es el programa GeoGebra en su versión actual 4.2.

Además de la importancia de estos aspectos: facilidad de uso, software libre y orientado al proceso de enseñanza-aprendizaje, hay un gran marco teórico asociado a GeoGebra, tanto en lengua castellana como en otros idiomas, y los autores de los trabajos relacionados con este programa de geometría dinámica van desde maestros de primaria a profesores de secundaria, doctores en matemáticas, ingenieros, investigadores... y esto abala su uso en las aulas a todos los niveles.

### **3.2. CARACTERÍSTICAS DE GEOGEBRA**

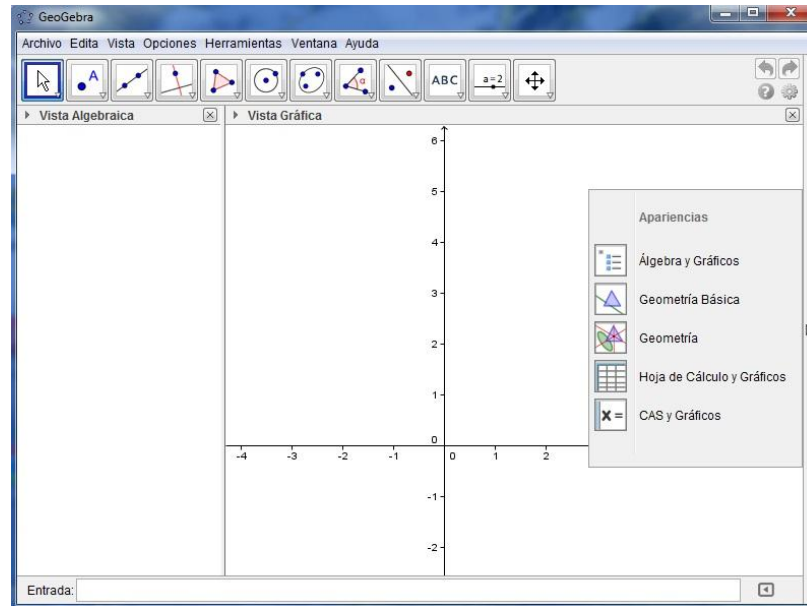
GeoGebra es un software matemático interactivo y libre. Su creador Markus Hohenwarter, comenzó el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo y lo continúa actualmente en la Universidad de Atlantic, Florida. Ha recibido numerosas distinciones y ha sido galardonado en Europa y USA en organizaciones y foros de software educativo.

Este procesador dinámico para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas combina elementos de aritmética, geometría, álgebra, análisis, cálculo, probabilidad y estadística. Como ya hemos señalado en el punto anterior se puede utilizar tanto en Linux, Windows o Mac, además puede ser utilizado tanto on-line en el siguiente enlace: <http://www.geogebra.org/cms/es/download> como instalado en el ordenador (off-line) desde <http://www.geogebra.org/cms/es/installers>. Para utilizarlo on-line se requiere tener instalado Java<sup>8</sup>. En este caso el usuario dispone de la aplicación en forma de applet que es totalmente funcional sin instalar nada en el ordenador.

---

<sup>8</sup> Java es una tecnología que se usa para el desarrollo de aplicaciones que convierten a la Web en un elemento más interesante y útil. Java no es lo mismo que javascript, que se trata de una tecnología sencilla que se usa para crear páginas web y solamente se ejecuta en el explorador.





**Figura8: Interfaz de GeoGebra 4.2**

Las principales características de GeoGebra en su última versión 4.2 son las siguientes:

- Es un recurso para la docencia de las matemáticas basada en las TIC, útil para toda la educación secundaria.
- Presenta una interfaz de operatoria simple que da acceso a múltiples y potentes opciones.
- Permite realizar una gran cantidad acciones matemáticas como demostraciones, análisis, experimentaciones, operaciones...
- Combina geometría, álgebra y cálculo fundamentalmente; pero también derivación, integración, representación...
- Permite construir figuras con puntos, segmentos, rectas, vectores, cónicas y genera gráficas de funciones, todas las construcciones pueden ser modificadas de forma dinámica utilizando el ratón. Multitud de herramientas y comandos.
- Trabaja con objetos y toda modificación realizada dinámicamente sobre el objeto afecta a su expresión matemática y viceversa. Cualquier cambio en su expresión matemática modifica su representación gráfica.

- Contiene herramientas de autoría para crear materiales de enseñanza como páginas web de aprendizaje, esto es muy útil sobre todo para el profesorado.
- Podemos exportar nuestras creaciones a GeoGebraTube con hojas dinámicas para trabajar en iPad, Android, Tablets y Chromebooks, además de en el resto de plataformas descritas anteriormente.
- Si trabajamos con alumnos de Primaria podemos utilizar GeoGebraPrim con una interfaz especialmente destinada a los alumnos de los primeros años.
- Disponible en 50 idiomas.

### 3.3. ¿POR QUÉ USAR GEOGEBRA EN EL AULA?

GeoGebra es un programa pensado para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, intuitivo, fácil de usar, de estética cuidada, con grandes posibilidades pedagógicas y en continuo desarrollo. Para el profesorado y el alumnado de educación secundaria puede ser más que un recurso. Puede ser una gozada. (Losada R. 2007)

Es esta sección trataré de explicar como GeoGebra, debido a las amplias posibilidades pedagógicas que señala Losada en su artículo de la Gaceta de la RSME<sup>9</sup>, favorece la adquisición de las Competencias Básicas y las Competencias Matemáticas por parte de los alumnos.

Desde los años 90, la Unión Europea ha instado a los gobiernos europeos a mejorar y redefinir sus sistemas educativos para crear un sistema europeo de educación que trabaje en competencias. El Proyecto DeSeCo<sup>10</sup> define el término competencia como:

La capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada. Supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones

---

<sup>9</sup> Real Sociedad Matemática Española

<sup>10</sup> el proyecto DeSeCo (Definición y Selección de Competencias) tiene como objetivo definir y seleccionar las competencias consideradas esenciales para la vida de las personas y el buen funcionamiento de la sociedad.

y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz.

Dentro de la Educación Secundaria Obligatoria tienen especial importancia las Competencias Básicas<sup>11</sup> que son las competencias imprescindibles para cualquier persona, independientemente de su condición social, para un adecuado desempeño de la vida personal y profesional.

Expongo a continuación las Competencias Básicas y de qué manera el uso de GeoGebra favorece en mayor o menor medida su adquisición por parte de los alumnos:

- **Competencia en Comunicación Lingüística:** Al utilizar GeoGebra los alumnos han de ser capaces de entender e interpretar instrucciones escritas en lenguaje natural o matemático. Además se trabaja simultáneamente con el lenguaje natural, el geométrico y el algebraico. Para trabajar correctamente con un programa de geometría dinámica hay que darle importancia al rigor y a la precisión de los conceptos pertenecientes al lenguaje matemático, no es lo mismo querer representar una recta que un segmento, ni un polígono que un polígono regular. Mientras desarrollamos el taller de geometría con GeoGebra muchos alumnos tuvieron errores en las primeras actividades por no tener esa precisión en el lenguaje, por ello conforme avanzaba la sesión e iban poniendo más atención y comprendiendo mejor lo que se les pedía el número de errores disminuyó.

- **Competencia en el Conocimiento y la Interacción con el Mundo Físico:** A la hora de utilizar este programa los alumnos han de interpretar la información aplicando el pensamiento científico-técnico. Utilizando GeoGebra pueden identificar y seleccionar las características relevantes de una situación real, y el hecho de representarla simbólicamente y determinar pautas de comportamiento a partir de las que poder hacer

---

<sup>11</sup> Fijadas en el anexo I del Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre.

predicciones resulta mucho más fácil, ya que al ser un programa de geometría dinámica pueden modificar la representación al gusto obteniendo mucha más información que si lo representáramos en el papel o en la pizarra.

- **Competencia en el Tratamiento de la Información y la**

**Competencia Digital:** Tanto el uso de GeoGebra como de cualquier programa de geometría dinámica favorece ampliamente la adquisición de esta competencia, los alumnos utilizan tanto el lenguaje natural, como el numérico, geométrico, algebraico a través del ordenador...y aunque GeoGebra sea uno de los procesadores geométricos con una interfaz más simple y de fácil uso requiere que los alumnos aprendan a utilizar las nuevas tecnologías... Si los docentes colgamos los materiales realizados con GeoGebra en [www.geogebraTube.org](http://www.geogebraTube.org), o realizamos actividades del Proyecto Gauss, que posteriormente explicaré, también ayudamos a que los alumnos tengan que utilizar Internet para acceder a ellos y esto favorece la habilidad de los alumnos para buscar, obtener y procesar la información.

- **Competencia Social y Ciudadana:** Normalmente al utilizar el ordenador en clase, los alumnos estarán distribuidos en parejas lo que favorece que trabajen de forma cooperativa, el tener que trabajar codo con codo con un compañero se fomenta el respeto y el debate entre ellos. También se desarrolla la responsabilidad ya que deben cuidar el ordenador, encenderlo y apagarlo correctamente, seguir las instrucciones del profesor y navegar en las páginas que él les diga...Añadido a esto GeoGebra ayuda a que los alumnos aprendan de sus errores ya que al poder comprobar visualmente las consecuencias de sus fallos, pueden enfocar mejor su resolución posteriormente.

- **Competencia Cultural y Artística:** Hay una gran cantidad de conceptos artísticos y matemáticos que están relacionados, composición, proporción, mosaicos... GeoGebra es un medio muy útil para ver las matemáticas que aparecen en el arte. En la página web de José Antonio Mora Sánchez (<http://jmora7.com/Arte/arte.htm>) podemos ver varios ejemplos de arte con GeoGebra realizados por él mismo o por otros autores :



Figura 9: Análisis geométrico de una obra de Escher, realizado por Manuel Sada

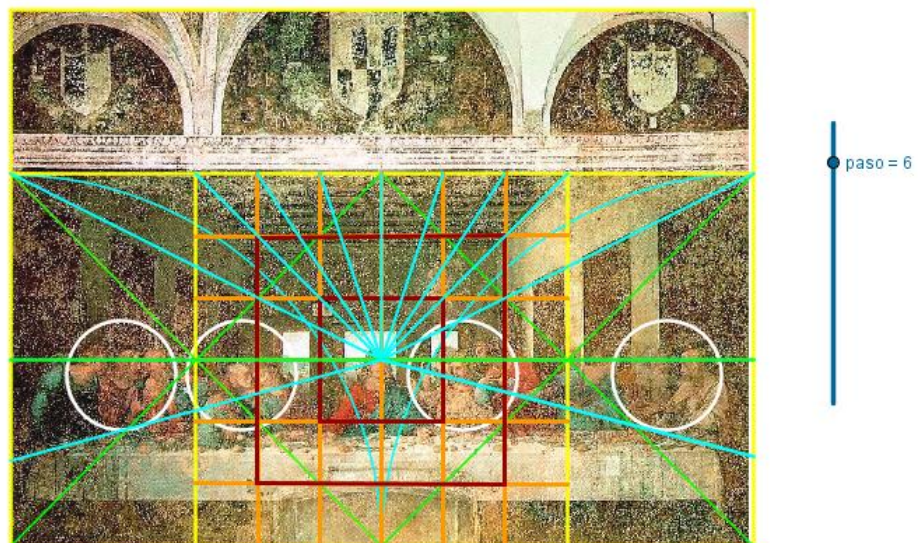


Figura 10: Análisis geométrico de *La última cena* de Leonardo Da Vinci, realizado por J.A. Mora

- **Competencia para Aprender a Aprender:** El uso de GeoGebra por parte de los alumnos favorece en gran medida que aprendan de forma eficaz y autónoma. Este tipo de programas hace al alumno protagonista del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, porque son ellos los que crean y manipulan los objetos, y con esta manipulación son ellos mismos los que encuentran y demuestran las propiedades de los objetos geométricos. Esto hace que relacionen los conceptos previos de geometría que habían dado en clase, con lo que está sucediendo en la pantalla de su ordenador y llegados a este punto se transforma la información en conocimiento propio.

- **Competencia en Autonomía e Iniciativa Personal:** Además de fomentar la autonomía de los alumnos como hemos señalado antes, GeoGebra desarrolla la capacidad emprendedora para idear, planificar, desarrollar y evaluar un proyecto de geometría. A la hora de utilizar el programa los alumnos han de tomar iniciativa e investigar sobre cómo se utiliza, al principio puede que les resulte difícil pero al ir avanzando en las sesiones aumentará su espíritu crítico y de superación, esto lo puede comprobar en el taller, ya que en la primera sesión la mayoría de los alumnos me preguntaban cómo se utilizaban los comandos de GeoGebra, porque les había aparecido algún error en la imagen, cómo debían manipular los objetos... y conforme pasaba el tiempo en esa sesión y en la siguiente, los alumnos adquirieron más iniciativa e intentaban resolver las dudas por ellos mismos, con los conocimientos previos que habían adquirido de GeoGebra y de geometría en el aula.

La **Competencia Matemática** la desarrollaremos a partir de las subcompetencias establecidas por Mogens Niss.

Para Niss (2002) dominar las matemáticas quiere decir poseer Competencia Matemática y entiende la Competencia Matemática como la

capacidad de entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra matemáticas, en las que las matemáticas desempeñan o pueden desempeñar un papel.

Niss identifica las ocho sub-competencias matemáticas específicas siguientes:

1. Pensar matemáticamente.
2. Plantear y resolver problemas matemáticos.
3. Modelar matemáticamente.
4. Argumentar matemáticamente.
5. Representar entidades matemáticas (situaciones y objetos).
6. Utilizar los símbolos matemáticos.
7. Comunicarse con las matemáticas y comunicar sobre matemáticas.
8. Utilizar ayudas y herramientas (incluyendo las nuevas tecnologías).

María del Mar García López en su Tesis Doctoral, *Evolución de las actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula*, desarrolla una caracterización de las anteriores Competencias Matemáticas desde el punto de vista geométrico. Expongo resumido a continuación como el uso de GeoGebra por parte de los alumnos favorece la adquisición de estas Sub-Competencias Matemáticas:

- **Pensar matemáticamente:** el uso de programas de geometría dinámica apoya y alienta a los estudiantes a desarrollar y comprender los conceptos basados en propiedades y usados en geometría para analizar formas y alcanzar niveles más altos de pensamiento geométrico, en lugar de memorizar una lista de propiedades de las figuras.

- **Plantear y resolver problemas matemáticos:** Siguiendo la secuencia típica de resolución de problemas: planificación, implementación y evaluación; el uso de herramientas tecnológicas, en este caso Geogebra, puede ayudar al desarrollo de esta competencia,

principalmente en las fases de implementación y evaluación, por cumplir los principios matemáticos, como: posibilidad de testear ideas, recibir feed-back<sup>12</sup> o manipular objetos...necesarios para apoyar a los estudiantes cuando afrontan la resolución de problemas.

- **Modelar matemáticamente:** esta competencia se puede desarrollar mediante el uso de GeoGebra o cualquier programa de geometría dinámica, ya que estos facilitan la reproducción de modelos geométricos propuestos, basados en propiedades y relaciones geométricas.

- **Argumentar matemáticamente:** los entornos de geometría dinámica han abierto nuevas fronteras, uniendo una argumentación informal con demostración formal<sup>13</sup>, a la vez que fomentan exploración y demostración, porque facilitan el planteamiento y comprobación de las conjeturas iniciales de los alumnos.

- **Representar entidades matemáticas:** Al representar elementos matemáticos con GeoGebra, las representaciones son ejecutables, los alumnos las pueden manipular, es decir, pueden actuar directamente sobre ellas haciendo posible la visualización de ciertas propiedades de objetos matemáticos, siendo ésta una clara ventaja con respecto a las representaciones estáticas a las que estamos acostumbrados. El uso de programas de geometría dinámica fomenta esta competencia al proporcionar distintas representaciones de un mismo objeto y permitir representar gran cantidad de manipulaciones físicas cuya elaboración, de manera manual, consumiría mucho tiempo, contribuyendo así a agilizar la exploración, comparación, manipulación y comprobación de conjeturas durante la resolución de problemas.

---

<sup>12</sup> Retroalimentación, conjunto de reacciones o respuestas que manifiesta un receptor respecto a la actuación del emisor, lo que es tenido en cuenta por este para cambiar o modificar su mensaje.

<sup>13</sup> tipo de demostración formada por cadenas de deducciones lógicas formales y sin soporte de ejemplos, usual en los matemáticos de los trabajos profesionales.



- **Utilizar los símbolos matemáticos:** A la hora de trabajar con GeoGebra en el aula, los alumnos han de conocer y utilizar el lenguaje matemático en todo momento ya que los comandos del programa están escritos en este lenguaje simbólico. Al representar tanto un punto, un vector, una función... se presentará en la pantalla del ordenador con la notación matemática correspondiente, por tanto los alumnos aprenden a utilizar los símbolos matemáticos al trabajar con este programa.
- **Comunicarse con las matemáticas y comunicar sobre matemáticas:** Al utilizar GeoGebra los alumnos deben esforzarse por entender y saber expresar, tanto de forma oral como escrita con sus compañeros y con el profesor, conceptos geométricos y técnicos. Además deben ser capaces de interpretar toda la información geométrica que se presenta mediante GeoGebra en diferentes formatos.
- **Utilizar ayudas y herramientas (incluyendo las nuevas tecnologías):** Como vengo exponiendo en todo el trabajo es necesario desarrollar la capacidad de los alumnos para manejar los diferentes recursos tecnológicos que tienen a su alcance, ya que están presentes en todas las facetas de su vida. Elegí realizar este trabajo entorno a GeoGebra porque me resultaba un programa que los alumnos podían manejar fácilmente, lo que fomenta que lo puedan explorar de forma libre y lo puedan utilizar en distintos problemas y contextos matemáticos aprovechándolo al máximo.

### 3.4. PROYECTO GAUSS

El director del INTEF<sup>14</sup>, Don Antonio Pérez presenta el Proyecto Gauss de la siguiente manera: *“El INTEF ha diseñado y producido el Proyecto Gauss que brinda al profesorado varios centenares de ítems didácticos y*

---

<sup>14</sup> Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado

*de applets de GeoGebra, que cubren todos los contenidos de matemáticas de esos niveles y están diseñados para ser utilizados tanto en la pizarra digital como en los ordenadores de los alumnos. El proyecto Gauss pretende ser una demostración inequívoca de que el Programa Escuela 2.0<sup>15</sup> brinda a la comunidad escolar una forma diferente y creativa de enseñar y de aprender matemáticas”.*

Dentro de la página web del Proyecto Gauss podemos encontrar diferentes materiales didácticos clasificados primero en función de la etapa, Primaria, Secundaria o Bachillerato y dentro de cada etapa por contenidos. El Proyecto Gauss nos brinda el mejor ejemplo de que las posibilidades didácticas de GeoGebra, no se basan simplemente en el estudio de la geometría, sino que podemos utilizar GeoGebra como recurso en otros bloques de contenidos como aritmética, álgebra, análisis, estadística o probabilidad.

La principal ventaja de los materiales didácticos del Proyecto Gauss es que no son complicados, como señaló Agustín Carrillo en la conferencia que impartió sobre *Matemáticas y GeoGebra*. Por ello se puede utilizar como recurso sin necesidad de tener que dar una extensa explicación del funcionamiento de GeoGebra y con alumnos con cualquier nivel de conocimiento y rendimiento. Estos materiales contienen una breve explicación teórica, un applet de GeoGebra y una serie de preguntas/problemas para resolver utilizando el applet.

Durante mi estancia en el centro de prácticas utilice con los alumnos de 1º de Bachillerato los materiales didácticos del Proyecto Gauss sobre distribuciones de probabilidad. Las preguntas que presentaban las actividades eran parecidas a las que contenía el libro de texto que usaban en clase, por ello les resultó fácil resolverlas apoyándose en el applet. En este caso los materiales les servían para autoevaluarse ya que les daban

---

<sup>15</sup> *El Programa Escuela 2.0, dirigido y auspiciado por el Ministerio de Educación, nace para responder a las demandas de modernización del sistema educativo, se desarrolla entre 2009 y 2013 y afecta a todos los alumnos de centros sostenidos con fondos públicos de 5º y 6º de Primaria y de 1º y 2º de Educación Secundaria Obligatoria*

la representación gráfica y las soluciones de una distribución binomial, ellos solo debían extraer los datos de las preguntas e implementarlos en el applet, los alumnos podían hacer los cálculos en la libreta y luego comprobar con el applet si la solución era correcta.

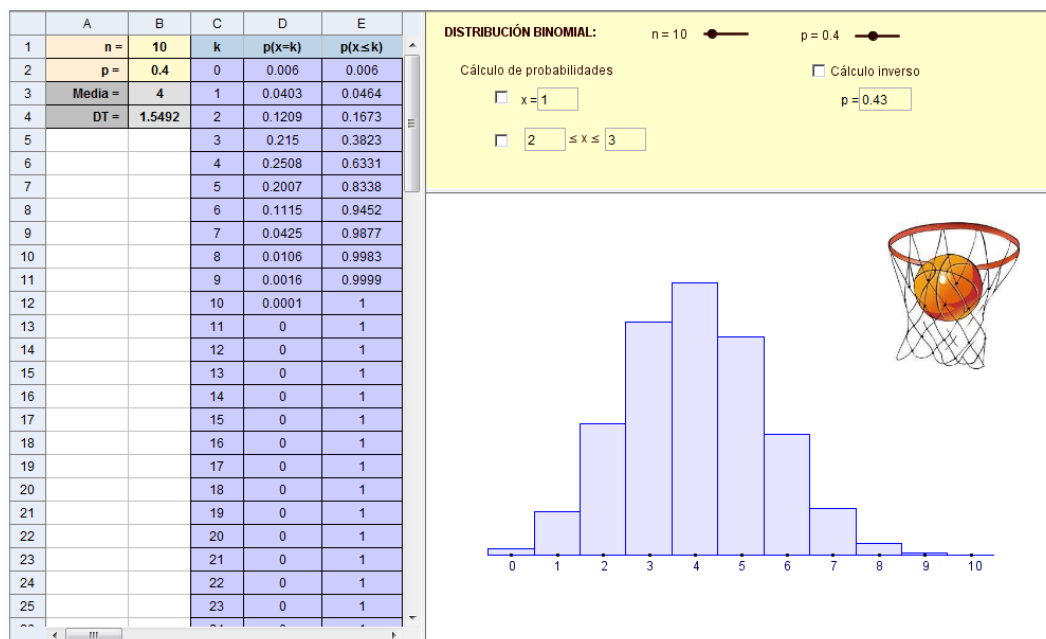


Figura 11: Applet de la actividad sobre Distribución Binomial del Proyecto Gauss

Esta actividad está disponible en: [http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales\\_didacticos/bach/actividades/estadistica/distribuciones/baloncesto/actividad.html](http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/bach/actividades/estadistica/distribuciones/baloncesto/actividad.html)

Dentro de la página web del Proyecto Gauss encontramos también materiales formativos on-line para el profesorado que quiera empezar a utilizar GeoGebra como recurso en sus clases. Además están disponibles los materiales didácticos y las conclusiones del profesorado que participo en el curso EDA “Experimentación Didáctica en el Aula” de alrededor de 2 meses de duración en el año académico 2009/2010, que basado en el uso de GeoGebra en clase de una forma significativa, ofrecía al profesorado herramientas para facilitar la incorporación de esta metodología a la clase de matemáticas. Las conclusiones del profesorado, que utilizaron el programa en diferentes cursos y tratando distintos contenidos, fueron en su mayoría positivas. Por ejemplo aquí

muestro la conclusión de varios de los profesores que participaron en el curso:

*“La valoración de la experiencia es, como se ha dicho, positiva tanto desde el punto de vista del profesor como de los alumnos. Ciertamente es que hay que mejorar algunos detalles o, en algún caso, el enfoque general de una práctica concreta, pero se ha construido un material que ya se puede utilizar y que, mejorado, se va a utilizar en el futuro. Además, hay mucho material más que se puede utilizar e ideas que se pueden plasmar en la generación de nuevos recursos con GeoGebra.*

*En mi caso, aun manteniendo en el peor de los casos el perfil de francotirador, continuaré trabajando con esta herramienta. Mi objetivo personal es diseñar o aprovechar el diseño de un conjunto de actividades hechas con GeoGebra para que en cada curso mis alumnos trabajen una unidad nueva con estos materiales y con esta metodología. De este modo, en poco tiempo puedo contar con un amplio banco de actividades para todos los niveles.*

*Y también, si la fuerza me acompaña, hacer proselitismo entre los colegas para que tengamos más fuerza de tiro.”*

**Eduardo Timón Moliner, IES Juan de Herrera**

*“Mi impresión, en general es positiva, el alumno participa en clase de una manera activa, en lugar de limitarse a “escuchar” al profesor, aunque como se avanza algo más lentamente que con el sistema tradicional, quizá, lo ideal sería hacer las prácticas en un 20% de las horas lectivas”.*

**María del Carmen Muñoz Trasancos, IES Alfonso X “O Sabio”**

*“Aunque han surgido dificultades en el camino, ya sean por problemas técnicos con las nuevas tecnologías o con la puesta en marcha de esta nueva metodología (aprendizaje más autónomo del alumno y significativo), ha merecido la pena la realización de esta experimentación con GeoGebra en el aula”.*

**Joel Gallardo Arrebola, IES Sierra de San Jorge**

#### **4. TALLER DE GEOMETRÍA MEDIANTE GEOGEBRA**

Durante mi estancia en el centro de prácticas tuve la oportunidad de llevar a la práctica el uso de GeoGebra en una clase de matemáticas de secundaria.

##### **4.1. CARACTERÍSTICAS DEL GRUPO Y AULA**

He llevado a cabo la experiencia en la clase de 4ºESO de Matemáticas Opción A, el grupo estaba compuesta por 18 alumnos que presentaban un nivel de motivación y de participación en clase muy bajo. En la primera evaluación suspendieron el 44'44% de los alumnos de la clase, obtuvieron entre un 5 y un 6 de media el 38'89% y el resto, un 16'67% de la clase sacaron un notable. En la segunda evaluación los resultados fueron parecidos, habiendo suspendido el 38'89% de la clase, el mismo porcentaje de alumnos sacaron entre un 5 y un 6 de media, un 16'67% notable y solo un alumno sobresaliente.

El aula donde realizamos el taller era el aula habitual de Matemáticas de ese curso, que tiene pizarra digital, ordenador y proyector. El centro no tiene un aula de informática específica, en vez de esto el centro está dotado con alrededor de 20 ordenadores portátiles que se deben solicitar con antelación en conserjería. Todos los ordenadores utilizan el sistema operativo Windows 7 y se conectan a Internet a través de la red del centro.

Antes de realizar la experiencia probé los ordenadores para comprobar cuales funcionaban correctamente y tenían instalado Java, que es necesario para utilizar GeoGebra. Tuve que descartar algunos portátiles y por ello al final decidí que los alumnos realizarán el taller en parejas, además así fomentaríamos el trabajo en grupo y la auto-motivación. Aún habiendo comprobado el funcionamiento de los ordenadores, algunos dieron problemas en clase, esto lo hicieron notar los alumnos en el

cuestionario posterior a la experiencia que tuvieron que rellenar. Otro de los inconvenientes fue el hecho de trasladar todos los portátiles al aula cada vez que se tenían que utilizar, ya que aunque intentaba tenerlos preparados cuando los alumnos llegaban a clase, esto ocasionaba una pérdida de tiempo y organización en la clase.

#### **4.2. OBJETIVOS DE LA EXPERIENCIA**

- Crear materiales didácticos útiles para el aprendizaje de los alumnos.
- Mejorar el rendimiento y la participación en la asignatura.
- Utilizar las imágenes interactivas realizadas con GeoGebra para aprender y profundizar en los contenidos de la unidad.
- Fomentar el aprendizaje autónomo y en grupo.
- Cambiar la dinámica de la clase para aumentar la motivación del alumnado.
- Aumentar la Competencia Digital del alumnado aplicando una nueva metodología basada en las TIC.

#### **4.3. CONTENIDOS**

Los contenidos matemáticos estudiados en el taller con GeoGebra, estaban presentes en la Unidad 11 de la Programación Didáctica de Matemáticas 4ºESO Opción A, sobre semejanza:

##### UNIDAD 11: SEMEJANZA

1. Conceptos previos
  - 1.1. Tipos de triángulos
  - 1.2. Teorema de Pitágoras
  - 1.3. Áreas y volúmenes
2. Escalas y Planos
3. Razón de semejanza
4. Teorema de Tales
5. Triángulos semejantes

#### 4.4. METODOLOGÍA, ACTIVIDADES Y RECURSOS

Durante el taller, la profesora titular y yo, realizamos un **cambio de metodología** en la clase, pasamos de un método meramente expositivo a uno más demostrativo implicando a los alumnos directamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Buscábamos motivar a los alumnos y que participaran activamente en la clase, y ese fue el principio metodológico que seguimos. Ciertas de las actividades realizadas con GeoGebra han favorecido también el aprendizaje por descubrimiento ya que eran ellos mismos, manipulando el applet de GeoGebra creado, quienes podían dar respuesta a las preguntas propuestas sin necesidad de pedir ayuda al profesor.

Al utilizar el ordenador los alumnos tuvieron que abandonar el rol pasivo que tenían en clase y adoptar un rol más activo, esto fue favorecido por el hecho de trabajar en parejas utilizando una metodología colaborativa.

Las **actividades** que realizamos en el taller, estaban basadas en los contenidos anteriormente especificados, eran actividades de refuerzo puesto que los contenidos ya los habían trabajado en clase con otra metodología menos activa y práctica. Les presentamos las actividades en un enlace a una hoja de trabajo para estudiantes alojada en <http://www.geogebraTube.org>. Los alumnos accedían al enlace a través de la barra de navegación de su ordenador y en el enlace tenían todas las actividades que constaban de título, una breve explicación teórica que les servía de ayuda, el applet de GeoGebra y las preguntas que debían responder. Todas las actividades propuestas las cree específicamente para este grupo de alumnos habiendo estado dos semanas observando sus clases y conociendo su nivel de conocimiento y motivación.

Respecto a los **recursos utilizados**, como ya he comentado brevemente en el punto 4.1 fueron necesarios principalmente 9 ordenadores que tuvieran instalados JAVA y que tuvieran acceso a Internet, quiero señalar que no era necesario que estos ordenadores

tuvieran instalado GeoGebra ya que accedíamos a los applets creados con el programa directamente desde internet. Además de esto utilizamos el ordenador con GeoGebra, el proyector y la pizarra digital para realizar algunas explicaciones previas. Los alumnos también utilizaron calculadora (podían utilizar la disponible en los accesorios de Windows), folios y lápices para hacer anotaciones de las actividades.

Como guía para realizar los materiales didácticos de GeoGebra he utilizado los tutoriales que señalo en la bibliografía de este trabajo.

#### **4.5. SECUENCIACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES**

En este trabajo contemplo 3 sesiones en las que trabajamos mediante actividades de refuerzo sobre el tema de semejanza que ya habían estudiado anteriormente en clase.

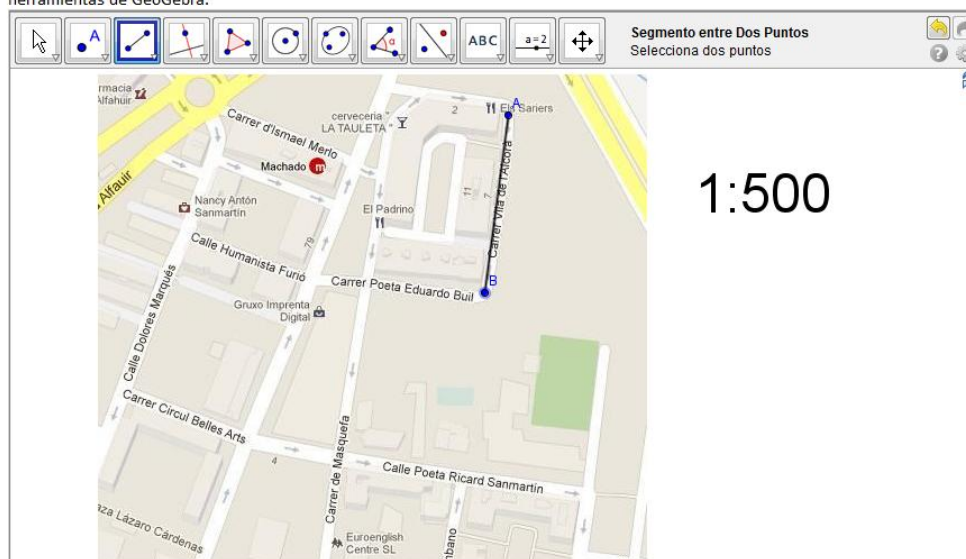
**Sesión 1:** Cuando los alumnos llegaron a clase ya teníamos preparados los ordenadores, les pedimos que se sentaran por parejas delante de un ordenador, y les explicamos que íbamos a realizar una serie de actividades creadas a partir de GeoGebra que es un software que permite crear imágenes interactivas y manipulables por ellos. El enlace de la hoja de trabajo donde estaban disponibles estas actividades es el siguiente: <http://ggbtu.be/c3538/m33889/ylyy>. Cuando los alumnos abrieron el enlace, les explicamos cómo funcionaba la hoja de trabajo y los principales comandos de GeoGebra y empezaron a realizar las actividades propuestas. Durante la sesión los alumnos que tenían dudas levantaban la mano para consultar y cuando había una duda común la resolvía con ayuda de la pizarra digital. En general la mayoría de los alumnos realizaron las 5 actividades propuestas correctamente y en el tiempo establecido.

Como ya he comentado anteriormente lo que buscábamos con esta experiencia era aumentar la motivación y la participación de los alumnos, por ello intente crear actividades cercanas a ellos. La actividad sobre



escalas y planos, utiliza un plano del barrio donde está situado su centro, Benimaclet, y las medidas de las calles que han tomar están cerca del colegio y la mayoría las recorren todos los días. Lo mismo pasa con la actividad sobre el teorema de Tales, en vez de proponer la típica actividad de la sombra del árbol y del edificio, propuse que calcularán la altura de los personajes de los Simpson.

**ACTIVIDAD:** Aquí tenemos parte de un callejero de la zona de Benimaclet cercana al colegio. Responde a las preguntas ayudandote de las herramientas de GeoGebra.



1. Calcula la distancia real que hay desde el Sarriers al Euroenglish.
2. ¿Cuál es realmente el área de la zona de las pistas antiguas del colegio?
3. ¿Sabrías situar el abandonado AUDITORIUM ARENA en el mapa? Si sabemos que tiene una altura de 10m ¿Cuál será su volumen real?
4. Si te dijera que en la realidad la Calle Humanista Furió mide 255 m ¿A qué escala estaría el plano?

**Figura 12: Captura de Pantalla de la actividad escalas de la hoja de trabajo para estudiantes.**

**Sesión 2:** Es esta sesión no utilizamos los ordenadores, en vez de esto la profesora titular de la clase elaboró una ficha de repaso, los alumnos se colocaron en las mismas parejas que la sesión anterior y elaboraron las actividades sin ayuda. Muchos alumnos preguntaron si no íbamos a utilizar ese día los ordenadores y el programa de la sesión anterior. A continuación muestro la ficha de repaso desarrollada por dos alumnos para que sirva de ejemplo:

Colegio Sagrada Familia (P. J. O.)		
Materia / Curso: MATEMÁTICAS 4º ESO	Nº Trabajo aula <b>10</b>	CALIFICACIÓN:
Unidad: SEMEJANZA		
Nº lista:	APELLIDOS, Nombre: [Redacted]	Fecha: 11/4/13

**PROCEDIMIENTOS**

Ejercicio nº 1.-

En un mapa, dos poblaciones aparecen separadas 7,5 cm. ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre ambas poblaciones es de 153 km? En ese mismo mapa, ¿cuál sería la distancia real entre dos poblaciones que distan 12,25 cm?

$7,5 \text{ cm} = 153 \text{ km}$   
 $12,25 \text{ cm} = x$   
 $x = \frac{12,25 \cdot 153}{7,5} = 249,9 \text{ km}$

Ejercicio nº 2.-

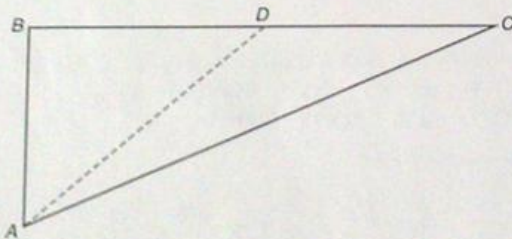
Razona las siguientes afirmaciones, indicando si son ciertas o no.

a) Dos triángulos rectángulos son siempre semejantes.

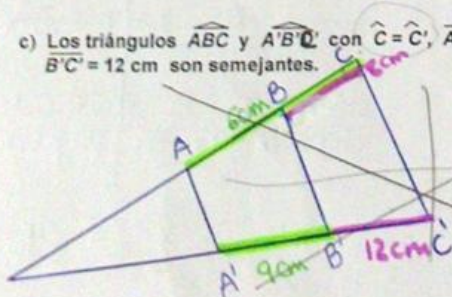
No, también tendrían que tener un <sup>ángulo</sup> triángulo agudo igual.

b) Los triángulos  $\widehat{ABC}$  y  $\widehat{ABD}$  están en posición de Tales.

No, Porque las rectas no son paralelas.



c) Los triángulos  $\widehat{ABC}$  y  $\widehat{A'B'C'}$  con  $\widehat{C} = \widehat{C'}$ ,  $\overline{AC} = 6 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 8 \text{ cm}$ ,  $\overline{A'B'} = 9 \text{ cm}$  y  $\overline{B'C'} = 12 \text{ cm}$  son semejantes.



$9 : 1,5 = 6 \text{ cm}$   
 $12 : 1,5 = 8 \text{ cm}$

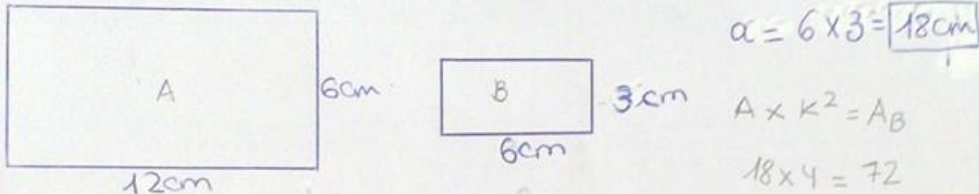
Sí son semejantes.

Volumen =  $x^3$

Colegio Sagrada Familia (P. J. O.)		
N° lista:	APELLIDOS, Nombre:	Fecha:

**Ejercicio n° 3.-**

Un rectángulo tiene dimensiones 3 cm x 6 cm. Calcula el área y las dimensiones de otro rectángulo semejante a él, sabiendo que la razón de semejanza es 2

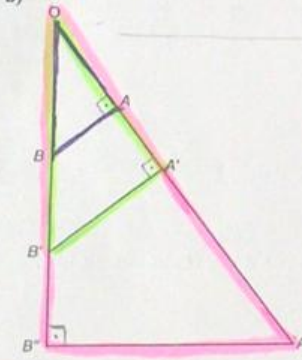


**Ejercicio n° 4.-**

¿Son ciertas las siguientes afirmaciones? Razona la respuesta:

a) Dos triángulos equiláteros son siempre semejantes.

Sí porque todos sus lados son proporcionales.  
 todos sus lados = 60 / sus ángulos son iguales.

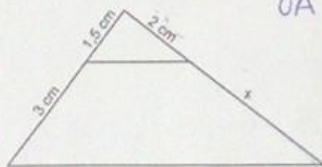


tienen 1 ángulo en común y otro que es el de  $90^\circ$  y por tanto tienen 2 en común, y por tanto son semejantes.

~~Sí, son semejantes porque están en posición de talos y por eso son semejantes.~~

Los triángulos  $\widehat{AOB}$ ,  $\widehat{A'OB'}$  y  $\widehat{A''OB''}$  no son semejantes.

c) El valor de x es de 4 cm.



$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} \rightarrow \frac{1.5}{4.5} = \frac{2}{2+x} \rightarrow 3 + 1.5x = 9$$

$$1.5x = 6$$

~~si que vale x = 4 porque al dividir 3 y 4 entre dos, da el resultado del triángulo pequeño.~~

$$x = \frac{6}{1.5} = 4$$



**Sesión 3:** Cuando los alumnos llegaron a la clase preparamos los ordenadores y se colocaron en las mismas parejas, les dijimos que sacarían la ficha de la sesión anterior ya que íbamos a utilizar otra hoja de trabajo realizada con GeoGebra para corregirla. Con anterioridad había realizado una aplicación para cada apartado de la ficha, los alumnos pudieron manipular las imágenes para comprobar si lo habían realizado correctamente o no. De esta manera pudieron autoevaluarse y a la vez extraer nuevas demostraciones y propiedades de los objetos. Algunos alumnos comentaron lo útil que les había parecido el poder corregir los ejercicios que habían hecho a mano manipulando las imágenes creadas con GeoGebra. Aquí está disponible el enlace con la hoja de trabajo para estudiantes de esta sesión: <http://ggbtu.be/c3817/m35215/ylyy>



Figura 13: Fotografía de la clase durante el taller con GeoGebra.

#### 4.6. EVALUACIÓN

Para evaluar la consecución de los objetivos planteados en el taller, los alumnos tuvieron que rellenar un cuestionario sobre el uso de GeoGebra. El cuestionario que utilicé fue el mismo que se le propuso a los docentes del curso EDA, dentro del Proyecto Gauss del Ministerio, para que rellenarán sus alumnos tras la experimentación. A continuación muestro el cuestionario con las frecuencias absolutas correspondientes a cada ítem.

- Marca con una X la casilla con la que estés más de acuerdo:

Nombre:

Curso: 4ºESO

Grupo: Opción A

<b>Instalaciones (aula y equipos informáticos)</b>	Nada	Poco	Normal	Bastante	Mucho
El espacio del aula te ha parecido adecuado.	1	0	10	7	0
El número de alumnos que habéis trabajado en el mismo ordenador ha sido adecuado.	0	0	6	10	2
Tu ordenador ha funcionado correctamente.	0	2	6	9	1
La visión de la pantalla del monitor ha sido adecuada.	0	2	5	9	2
¿Te has encontrado cómodo en la clase?	0	1	3	10	4

<b>Programas y actividades</b>	Nada	Poco	Normal	Bastante	Mucho
Las construcciones se veían bien.	0	0	5	6	7
Ha sido fácil usar las construcciones interactivas.	0	1	3	12	2
Has leído las explicaciones de las páginas.	1	0	10	6	1
Has entendido los enunciados de las actividades.	0	0	5	11	2
Has entendido lo que había que hacer en cada actividad.	0*	0	7	7	3

\*Hubo un alumno que no contesto este ítem.

<b>Metodología y aprendizaje</b>	<b>Nada</b>	<b>Poco</b>	<b>Normal</b>	<b>Bastante</b>	<b>Mucho</b>
¿Has trabajado sólo o en equipo?	0	0	4	5	9
¿Has realizado todas las actividades propuestas?	0	0	2	12	4
¿Has resuelto las dudas que te han surgido?	0	2	4	8	4
¿Has usado el cuaderno de trabajo para tomar apuntes o realizar cálculos?	1	1	2	7	7
¿Has usado el cuaderno de trabajo para escribir las conclusiones de las actividades?	0	1	4	10	3
¿Te ha gustado usar el ordenador?	0	0	3	4	11
¿Te gustaría usar el ordenador en otras clases?	0	0	1	6	11
¿Has tenido que consultar a tu profesor o profesora?	0	3	8	7	0
¿Has visto ventajas al aprendizaje con ordenador?	1	0	6	6	5
¿Has visto inconvenientes al aprendizaje con ordenador?	5	10	1	2	0
¿Has aprendido los conceptos que has trabajado?	0	2	3	13	0
¿Has trabajado mejor que en la clase tradicional?	2	0	5	7	4
¿Te gustaría usar Internet en tu casa para aprender las diferentes materias?	1	2	5	6	4
¿Te gustaría usar el ordenador en clase de matemáticas con otros programas?	1	1	2	5	9
¿Te gustaría aprender matemáticas con GeoGebra?	1	1	4	9	3
¿Crees que has aprendido con Geogebra cosas que hubiesen sido más difíciles de aprender sin esa herramienta?	0	1	10	5	2
¿Preferirías aprender matemáticas sin GeoGebra y sin ordenador?	7	5	4	1	1

#### OBSERVACIONES DE LOS ALUMNOS:

- *Hay un inconveniente entre las unidades, sería aconsejable que estuviesen en más unidades, para la medición. Sería recomendable mejorar el uso en el momento de colocar las medidas.*
- *Estas clases utilizando Geogebra han estado muy bien, el único inconveniente eran los ordenadores, que iban muy lentos.*
- *Me ha gustado esta actividad con ordenadores ya que se ha hecho bastante amena.*
- *Me parece un buen método para aprender matemáticas y es adecuado al nuevo siglo de la tecnología en el que estamos entrando. Supongo que en pocos años en todas las aulas habrán ordenadores y será más fácil trabajar con ellos. El único impedimento que hay es esperar el tiempo que se enciendan, se apague y se carguen.*
- *Lo que cambiaría sería que el programa usara bien las unidades de medida, porque nos hicimos un lío, por ejemplo con la actividad del mapa, no cuadraba bien. Pienso que estaría muy bien usar mucho los ordenadores, porque es el futuro y es algo que usamos todos los días.*
- *He notado diferencia en la forma de dar la clase y me ha costado mucho más aprender que en una clase normal.*

Como conclusión del taller con GeoGebra, extraída de las respuestas de los alumnos al cuestionario y de mi propia observación durante las clases, obtengo que la experiencia ha sido positiva para los alumnos y a la mayoría les gustaría seguir aprendiendo matemáticas con GeoGebra y con el ordenador, en general se han cumplido en mayor o menor medida todos los objetivos propuestos.

Respecto a las **instalaciones** la gran mayoría ha contestado que les parecían normales o bastante buenas, aunque hay que hacer notar que en cada sesión había que hacer el montaje de los ordenadores portátiles

y como ha apuntado un alumno en las observaciones algunos iban un poco “lentos”, pero aún así se podía trabajar correctamente con ellos.

En lo que se refiere a los **programas y las actividades** en general los alumnos no han necesitado mucha ayuda para manejar GeoGebra, aunque al principio de la primera sesión realizamos una pequeña explicación del funcionamiento de los comandos. Respecto al problema de las unidades que algunos alumnos comentan en las observaciones es porque las medidas de GeoGebra no son las del sistema métrico decimal y por eso trabajábamos en unidades en general y les resultó un poco difícil para situarse en los problemas con medidas reales.

En general a los alumnos les gusta y les motiva trabajar con el ordenador, tanto en matemáticas como en otras asignaturas. El cambiar la metodología de la clase se consigue también que cambie el rol que habitualmente tienen en ella y se impliquen más en su propio aprendizaje.



## 5. CONCLUSIÓN

El reto de la educación es formar a los alumnos adelantándonos a las demandas de la sociedad futura, las Tecnologías de la Información y la Comunicación es una demanda actual y a la vez una demanda futura puesto que cada vez van apareciendo nuevos medios de comunicación y nuevos avances tecnológicos que nos dan acceso cada vez a más información. En el cuestionario un alumno escribió que *“los ordenadores son el futuro y es algo que usamos todos los días”*, es decir están en el presente y estarán en el futuro, es difícil imaginar actualmente un trabajo en el que no se use en mayor o menor medida un ordenador. Por ello es responsabilidad de los docentes formar desde las distintas materias a nuestros alumnos en este aspecto, no es necesario que intentemos “meter a presión” el uso del ordenador en las clases, simplemente hemos de buscar recursos tecnológicos, webs, programas... que de verdad favorezcan el proceso de enseñanza-aprendizaje, como es el caso de los programas de geometría dinámica para enseñar geometría, o incluso álgebra, análisis, estadística... en la asignatura de Matemáticas. Durante todo el trabajo he intentado justificar desde distintos puntos de vista como son contenidos matemáticos a trabajar, competencias... porque son útiles este tipo de programas, y en general lo son porque hacen al alumno protagonista de su propio aprendizaje, al poder manipular los objetos o crearlos ellos mismos están aumentando su autonomía e iniciativa personal y esto es algo básico para los hombres y mujeres de nuestra sociedad.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

### Libros

GÍMENEZ, J (1997). *Evaluación en Matemáticas*. Editorial Síntesis. Madrid

GOÑI J.M. y otros (2011). *Matemáticas. Investigación, innovación y buenas prácticas*. Editorial Graó. Barcelona

GUTIERREZ Y OTROS (2008). *Las competencias básicas en el área de las matemáticas*. Consejería de Educación de Cantabria

HOFFMAN E. (1998). *Psicología del desarrollo*. Editorial Mc Graw Hill

IGLESIAS ALBARRÁN L.M. Y OTROS (2012). *Las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Editorial MAD, ISBN: 9788467683165

VIDAL ABARCA, E; GARCIA ROS, R; RÉREZ GONZÁLEZ, F (2010). *Aprendizaje y Desarrollo de la personalidad*. Editorial Alianza

### Tesis doctorales

CASTELLANOS ESPINAL I.M. (2010). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software geogebra con alumnos de II de Magisterio de la E.N.M.P.N.* Mejias Banegas M.G. (dir.). Tesis doctoral, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. Disponible en: <http://www.cervantesvirtual.com/obra/visualizacion-y-razonamiento-en-las-construcciones-geometricas-utilizando-el-software-geogebra-con-alumnos-de-ii-de-magisterio-de-la-enmpn/>

GARCÍA LÓPEZ, M. (2011). *Evolución de las actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir geogebra en el aula*. Romero Albaladejo I.M. (dir.). Tesis doctoral, Universidad de Almería.

Disponible:

[http://www.geogebra.org/en/upload/files/Tesis\\_MariadelMarGarciaLopez.pdf](http://www.geogebra.org/en/upload/files/Tesis_MariadelMarGarciaLopez.pdf)

SORDO JUANENA J.M. (2005). *Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría*. Antonio Bautista García Vera (dir.). Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Madrid. Disponible en: <http://pendientedemigracion.ucm.es/BUCM/tesis/edu/ucm-t28911.pdf>

### **Artículos, trabajos y monográficos**

ARIAS J.M, MAZA I., SAENZ C. (2002). *Formación e investigación sobre el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en Matemáticas para la ESO y Bachilleratos*. Universidad Autónoma de Madrid. Disponible en: <http://www.infoymate.es/investiga/publicacion.pdf>

ARIAS J.M., MAZA I., SAEZ C. (2006). *Uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en Matemáticas para la ESO y Bachilleratos*. La Gaceta de la RSME, 9.1, pp.223-243. Disponible en: <http://www.infoymate.es/investiga/rsme/rsme.pdf>

ARRANZ J.M., LOSADA R., MORA J.A., SADA M. (2011). *Realidades de GeoGebra*. Revista SUMA, 67, pp. 7-20. Disponible en: <http://geogebra.es/pub/Realidades%20de%20Geogebra.pdf>

LOSADA LISTE, R. (2007). *GeoGebra: la eficiencia de la intuición*. La Gaceta de la RSME, 10.1, pp. 223-239. ISSN.: 1138-8927.

MIFSUD E. (2010). *Monográfico: matemáticas y las TIC*. Disponible en: <http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/es/equipamiento-tecnologico/didactica-de-la-tecnologia/806-monografico-matematicas-y-las-tic>

MORA SÁNCHEZ J.A. (2007) *Geometría dinámica en secundaria*. Disponible en: <http://jmora7.com/miWeb8/Archiv/2007%20Granada%20JAMora.pdf>

RUBIN A. (2000) *Technology Meets Math Education: Envisioning A Practical Future*. Cambridge. Disponible en: <http://cimm.ucr.ac.cr/usodetecnologia/Usode%20tecnologia/PDF,%20Viejos%20y%20Nuevos%20%28uso%20de%20tecnologia%29/Rubin,%200A.pdf>

### **Conferencias y seminarios**

CARRILLO DE ALBORNOZ TORRES A. (2012). *Matemáticas con GeoGebra*. Organización de Estados Iberoamericanos. Disponible en: [http://www.youtube.com/watch?feature=player\\_embedded&v=jDGvMYHC D1I](http://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=jDGvMYHC D1I)

FERNANDEZ J. (2008). *GEOGEBRA COMO RECURSO DIDÁCTICO* Seminario de Actualización en Matemáticas. Universidad de La Rioja. Disponible en: <http://www.jorge-fernandez.es/charlas/unirioja/index.html>

SADA ALLO, M. (2010). *Algunas de las posibilidades didácticas de GeoGebra en las aulas*. Presentación durante la *II Jornadas Integración de las TIC en la Enseñanza*. CRIF “Las Acacias”. Disponible en: <http://formacion.enlinea.educa.madrid.org/itic10/>

### **Legislación**

Decreto 112/2007, de 20 de julio, del Consell, por el cual se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Valenciana. (DOCV núm. 5564/24.07.2007). Disponible en: [http://www.docv.gva.es/datos/2007/07/24/pdf/2007\\_9717.pdf](http://www.docv.gva.es/datos/2007/07/24/pdf/2007_9717.pdf)

### **Tutoriales**

MINISTERIO DE EDUCACIÓN. *GeoGebra en la Enseñanza de las Matemáticas*. Disponible en:

<http://www.geogebra.es/cvg/manual/index.html>

SADA M. (2006-2011). *Videotutoriales de GeoGebra*. Disponible en:  
<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/videos/index.htm>

### **Páginas web**

LOSADA R. <http://www.iespravia.com/rafa/rafa.htm>

MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA Y DEPORTE  
<http://www.educacion.gob.es/>

MIRANDA MOLINA R. <http://www.geometriadinamica.cl/>

MORA J.A. <http://jmora7.com/Arte/arte.htm>

PORTAL DE GEOGEBRA <http://www.geogebra.org>

PROYECTO GAUSS <http://recursostic.educacion.es/gauss/web/>